

Parametrisierte Algorithmen

Übung 7



Übungsblatt 6

Übungsblatt 7

Außerdem

- Ergebnisse der Eval
- Kunst
- Parametrisierte Komplexität: Wiederholung & schwere Aufgaben

Übungsblatt 6

Verschiedenes zu Baumweite

Teil (a): Zeige, dass die Bags einer Baumzerlegung Separatoren bilden.

Teil (b): Zeige, dass für Graph G mit $tw(G) = k$ gilt $|E(G)| \leq |V(G)| \cdot k$.

Dominierende Mengen

Finde einen FPT-Algorithmus für CONNECTED DOMINATING SET auf Graphen mit Baumweite k .

Baumweite Planarer Graphen

Zeige, dass planare Graphen mit n Knoten Baumweite $O(\sqrt{n})$ haben.

Implementierung: Baumweiten DP

Löse INDEPENDENT SET mithilfe einer Baumzerlegung.

Übungsblatt 6

Verschiedenes zu Baumweite

Teil (a): Zeige, dass die Bags einer Baumzerlegung Separatoren bilden.

Teil (b): Zeige, dass für Graph G mit $tw(G) = k$ gilt $|E(G)| \leq |V(G)| \cdot k$.

Dominierende Mengen

Finde einen FPT-Algorithmus für CONNECTED DOMINATING SET auf Graphen mit Baumweite k .

Baumweite Planarer Graphen

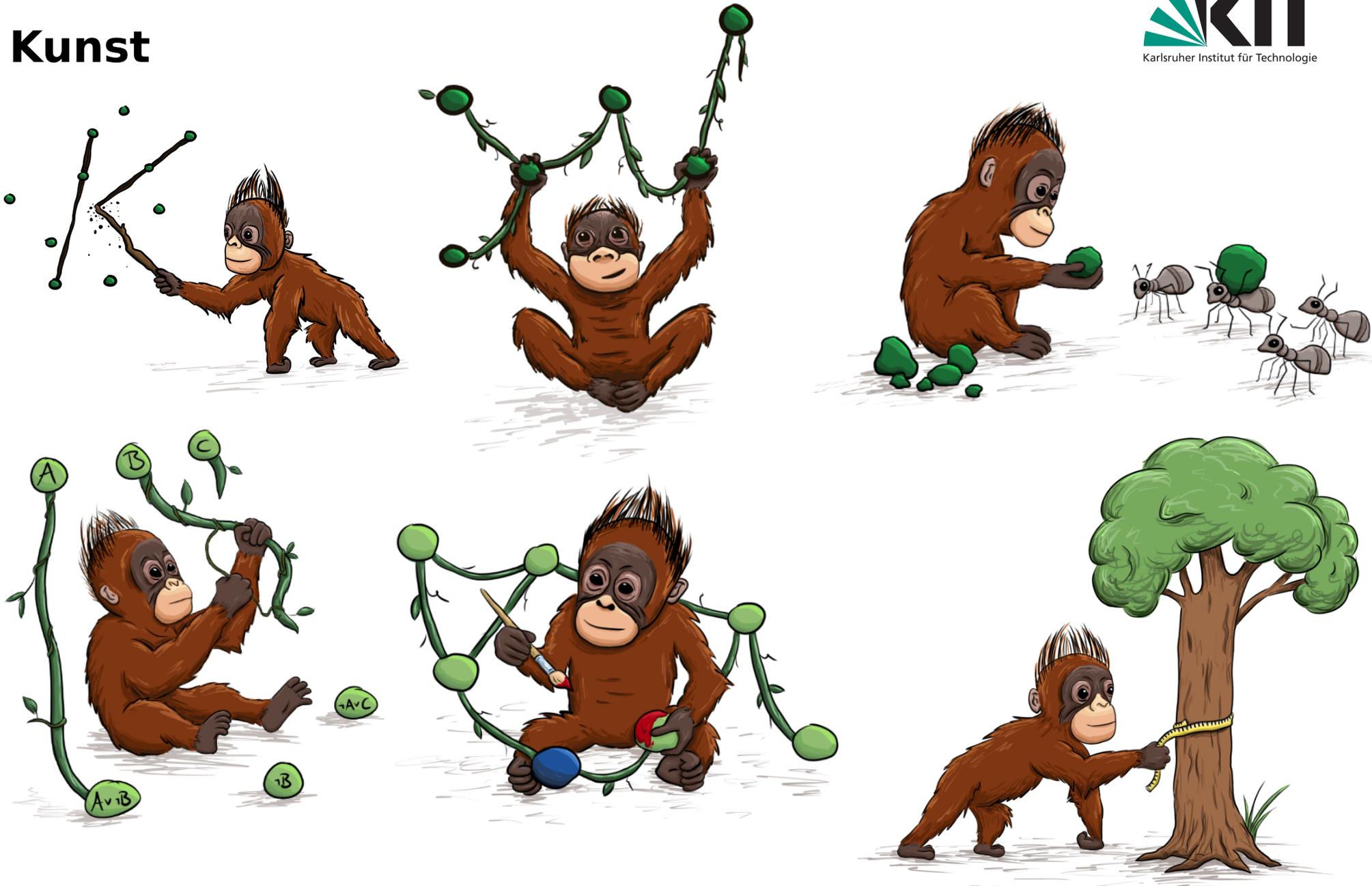
Zeige, dass planare Graphen mit n Knoten Baumweite $O(\sqrt{n})$ haben.

Implementierung: Baumweiten DP

Löse INDEPENDENT SET mithilfe einer Baumzerlegung.

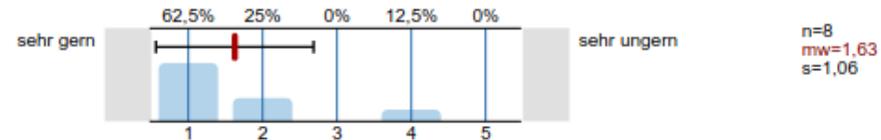
Graph	Baumweite	Lösung
DBLP-v1	8	12
Chebyshev2	6	684
memplus	96	7686
scc_infect-dublin	70	36
bio-grid-mouse	9	595

Kunst

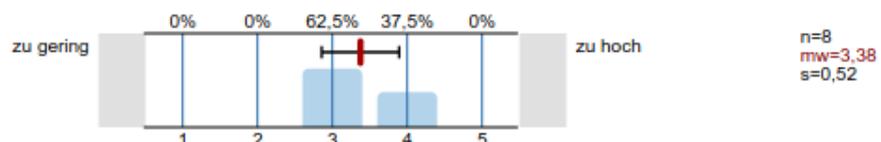


Ergebnisse der Evaluation

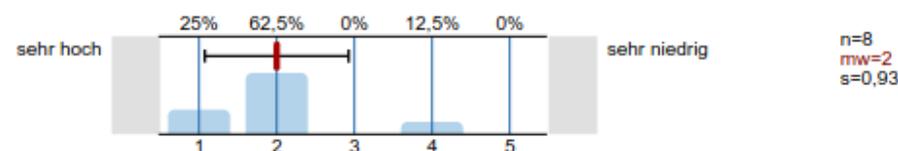
Wie gerne besuchen Sie diese Lehrveranstaltung?



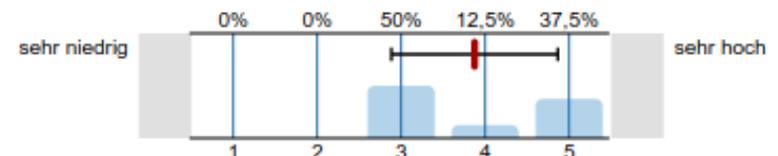
Inhaltlicher Anspruch



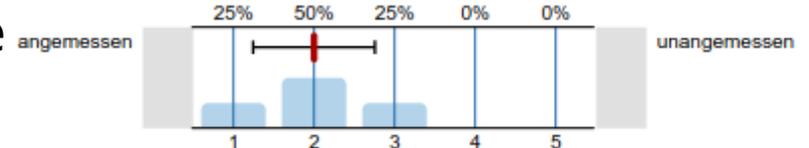
Lernzuwachs



Wie hoch ist der notwendige Arbeitsaufwand für diese Lehrveranstaltung?



Der notwendige Arbeitsaufwand für die Lehrveranstaltung ist...



Freitextantworten (Auswahl): Lösungen vom vorherigen Blatt ist redundant, manchmal nicht genug Zeit für Besprechung von Aufgaben, Lösungen von Aufgaben nicht auf den Folien, dadurch schwierig nachzuarbeiten, Kommentare zu Korrekturhinweisen

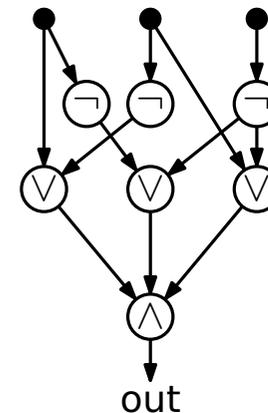
Parametrisierte Komplexität

Parametrisierte Reduktion von Problem \mathcal{L} zu Problem \mathcal{L}'

- bildet jede Instanz (I, k) von \mathcal{L} auf eine Instanz (I', k') von \mathcal{L}' ab
- (I, k) ist ja-Instanz $\Leftrightarrow (I', k')$ ist ja-Instanz
- die Abbildung muss in FPT-Zeit $(f(k) \cdot |I|^{O(1)})$ berechenbar sein
- $k' \leq g(k)$ (f und g sind berechenbare Funktionen)

W-Hierarchie

- WEIGHTED CIRCUIT SATISFIABILITY (WCS): lässt sich boolescher Schaltkreis mit k positiven Variablen erfüllen?
- WCS[t]: WCS mit Schaltkr. konstanter Tiefe und höchstens t Knoten mit Eingangsgrad > 2 auf Pfad von Ein- zu Ausgabe
- W[t]: Klasse von Problemen mit parametrisierter Reduktion zu WCS[t]



Parametrisierte Komplexität

Parametrisierte Reduktion von Problem \mathcal{L} zu Problem \mathcal{L}'

- bildet jede Instanz (I, k) von \mathcal{L} auf eine Instanz (I', k') von \mathcal{L}' ab
- (I, k) ist ja-Instanz $\Leftrightarrow (I', k')$ ist ja-Instanz
- die Abbildung muss in FPT-Zeit $(f(k) \cdot |I|^{O(1)})$ berechenbar sein
- $k' \leq g(k)$ (f und g sind berechenbare Funktionen)

W-Hierarchie

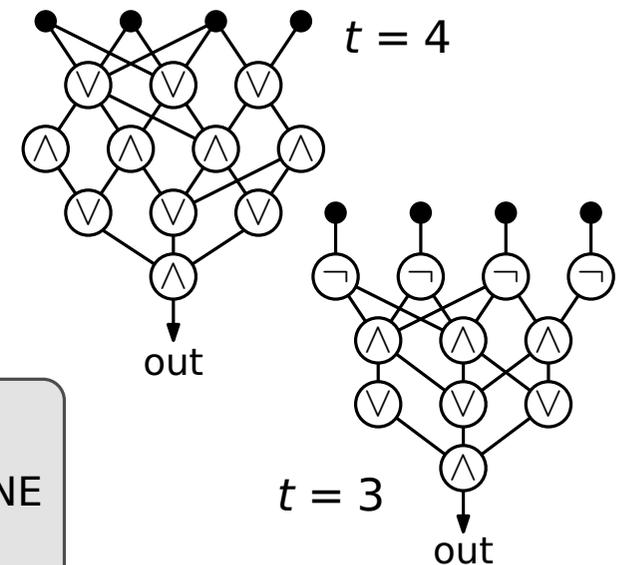
- $W[t]$: Klasse von Problemen mit parametrisierter Reduktion zu $WCS[t]$
- Normalisierungen:

Theorem

Für jedes gerade $t \geq 2$ ist WEIGHTED MONOTONE t -NORMALIZED SATISFIABILITY $W[t]$ -vollständig.

Theorem

Für jedes ungerade $t \geq 3$ ist WEIGHTED ANTIMONOTONE t -NORMALIZED SATISFIABILITY $W[t]$ -vollständig.



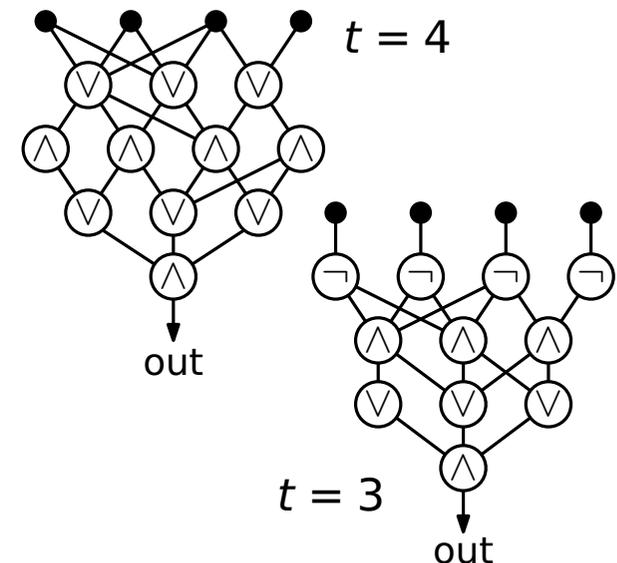
Parametrisierte Komplexität

Parametrisierte Reduktion von Problem \mathcal{L} zu Problem \mathcal{L}'

- bildet jede Instanz (I, k) von \mathcal{L} auf eine Instanz (I', k') von \mathcal{L}' ab
- (I, k) ist ja-Instanz $\Leftrightarrow (I', k')$ ist ja-Instanz
- die Abbildung muss in FPT-Zeit $(f(k) \cdot |I|^{O(1)})$ berechenbar sein
- $k' \leq g(k)$ (f und g sind berechenbare Funktionen)

W-Hierarchie

- $W[t]$: Klasse von Problemen mit parametrisierter Reduktion zu $WCS[t]$
- Normalisierungen:
 - WEIGHTED [ANTI]-MONOTONE t -NORMALIZED SATISFIABILITY
- Natürliche vollständige Probleme:
 - $W[1]$: Independent Set, Clique
 - $W[2]$: Dominating Set



Übungsblatt 7

Kreise der Länge 4

Zeige mit Courcelles Theorem, dass das Problem, eine minimale Menge X zu finden, sodass $G[V \setminus X]$ keinen Kreis der Länge 4 enthält, in FPT liegt (parametrisiert nach der Baumweite).

Chordale Graphen

Teil (a): Zeige, dass ein minimaler Separator in einem chordalen Graphen eine Clique ist.

Teil (b): Zeige, dass jeder chordale Graph entweder eine Clique ist oder zwei nicht-adjazente simpliziale Knoten enthält.

Induzierte Matchings

Zeige, dass das Problem INDUCED MATCHING $W[1]$ -vollständig ist.

Bonus

Funktionale Abhängigkeiten: Reduktionen von UNIQUE auf FD_{FIXED} und von FD_{FIXED} auf FD

Independent Family (Bonus): $W[3]$ -schwere von INDEPENDENT FAMILY mithilfe von MULTICOLORED INDEPENDENT FAMILY

Aufgaben

Unabhängige dominierende Mengen

Beim Problem INDEPENDENT DOMINATION soll für einen Graph G und Parameter k entschieden werden, ob G eine unabhängige dominierende Menge der Größe k enthält.

Bestimme die parametrisierte Komplexität von INDEPENDENT DOMINATION.

Monotone Weft-1 Schaltkreise

Gegeben sei eine WEIGHTED CIRCUIT SATISFIABILITY-Instanz mit Weft 1, mit konstanter Tiefe d und ohne Negationsknoten, sowie ein Parameter k . Gib einen FPT-Algorithmus an, der entscheidet, ob es eine erfüllende Belegung mit Gewicht maximal k gibt.