

## Independent Domination

Wir zeigen, dass Independent Domination  $W[2]$ -vollständig ist. Um das Enthaltensein in  $W[2]$  zu zeigen, genügt zu bemerken, dass die Schaltkreise von Independent Set und Dominating Set kombiniert werden können, ohne den Weft zu erhöhen.

Für die andere Richtung reduzieren wir vom  $W[2]$ -vollständigen Problem Dominating Set. Wir erzeugen einen Graphen, indem wir zu  $G$   $k$  Gadgets hinzufügen, die jeweils die Auswahl eines Knotens ins Dominating Set simulieren. Jedes Gadget ist eine Clique  $C_i$  aus  $n + 1$  Knoten. Jedem Knoten  $v$  von  $G$  ordnen wir einen Knoten  $c_{i,v}$  von  $C_i$  zu. Wir verbinden  $c_{i,v}$  mit  $v$  und den Nachbarn von  $v$  aus  $G$ .

## Monotone Weft-1 Schaltkreise

Diese Aufgabe ist recht schwierig; wir geben daher nur eine recht abstrakte Beschreibung des Algorithmus.

Wir nennen Knoten im Schaltkreis mit Eingangsgrad  $> 2$  Weft-Knoten. Zuerst können wir feststellen, dass der konstant hohe Schaltkreis nur konstant viele Weft-Knoten haben kann und es somit auch nur konstant viele verschiedene Belegungen der Weft-Knoten gibt.

Somit verbleibt es, einen Algorithmus zu finden, der für eine gegebene Menge an Weft-Knoten entscheidet, ob es eine Belegung der Eingabeknoten mit Gewicht  $k$  gibt, die (mindestens) die gegebene Menge an Weft-Knoten erfüllt. Hierfür nutzen wir, dass es keine Negationsknoten gibt und es ok ist zu viele Knoten zu erfüllen. Betrachten wir die Eltern der Weft-Knoten und stellen fest, dass für ein UND alle Elternknoten erfüllt sein müssen und für ein ODER (mindestens) ein Elternknoten. In einem Schaltkreis der Größe  $n$  gibt es also nur  $\text{poly}(n)$  relevante Belegungen der Elternknoten.

Für jede Belegung der Elternknoten fragen wir uns erneut, ob diese (oder eine Obermenge) durch eine Belegung der Eingabeknoten mit Gewicht  $k$  erfüllt wird. Dies kann mit einem beschränkten Suchbaum entschieden werden. Jeder Elternknoten hängt nur von konstant vielen Eingabeknoten (mit konstant vielen möglichen Belegungen) ab. Solange es zu erfüllende Elternknoten gibt, kann also über die Belegungen der relevanten Eingabeknoten verzweigt werden.