

Parametrisierte Algorithmen

Übung 2



Übungsblatt 1

- lief ziemlich gut

Übungsblatt 1

- lief ziemlich gut
- sinnvolles Abstraktionslevel wählen
 - kein Pseudocode (ist schwierig zu lesen)
 - nicht zu händewedelnd (Korrektheit/Vollständigkeit unklar)
 - high level Erklärungen sind gut, wenn klar ist, dass das so funktioniert



Übungsblatt 1

- lief ziemlich gut
- sinnvolles Abstraktionslevel wählen
 - kein Pseudocode (ist schwierig zu lesen)
 - nicht zu händewedelnd (Korrektheit/Vollständigkeit unklar)
 - high level Erklärungen sind gut, wenn klar ist, dass das so funktioniert

- wähle einen Knoten im Baum
- mache von da BFS
- bestimme die Eltern/Kinder von jedem Knoten



Übungsblatt 1

- lief ziemlich gut
- sinnvolles Abstraktionslevel wählen
 - kein Pseudocode (ist schwierig zu lesen)
 - nicht zu händewedelnd (Korrektheit/Vollständigkeit unklar)
 - high level Erklärungen sind gut, wenn klar ist, dass das so funktioniert

- ~~■ wähle einen Knoten im Baum~~
- ~~■ mache von da BFS~~
- ~~■ bestimme die Eltern/Kinder von jedem Knoten~~

- 
- wurzle den Baum an einem beliebigen Knoten

Übungsblatt 1 – Aufgabe 1

1 b) Zeige $n_3 = n_1 - 2$ in einem vollständigen Binärbaum.

Übungsblatt 1 – Aufgabe 1

1 b) Zeige $n_3 = n_1 - 2$ in einem vollständigen Binärbaum.

Direkt: $3n_3 + n_1 = \sum_{v \in V} \deg(v) = 2m = 2(n - 1) = 2(n_1 + n_3 - 1)$

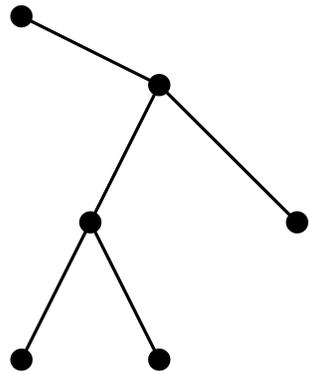
Übungsblatt 1 – Aufgabe 1

1 b) Zeige $n_3 = n_1 - 2$ in einem vollständigen Binärbaum.

Direkt: $3n_3 + n_1 = \sum_{v \in V} \deg(v) = 2m = 2(n - 1) = 2(n_1 + n_3 - 1)$

Induktion:

Rückwärts



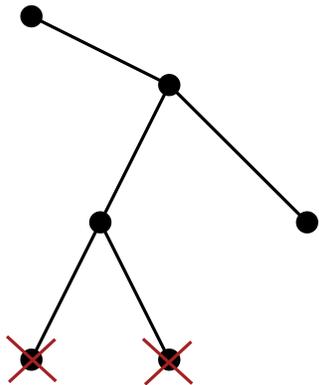
Übungsblatt 1 – Aufgabe 1

1 b) Zeige $n_3 = n_1 - 2$ in einem vollständigen Binärbaum.

Direkt: $3n_3 + n_1 = \sum_{v \in V} \deg(v) = 2m = 2(n - 1) = 2(n_1 + n_3 - 1)$

Induktion:

Rückwärts



- lösche zwei Geschwister-Blätter
- immer noch vollständiger Binärbaum

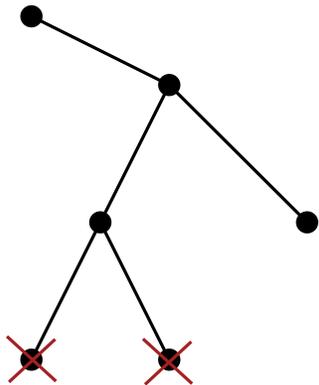
Übungsblatt 1 – Aufgabe 1

1 b) Zeige $n_3 = n_1 - 2$ in einem vollständigen Binärbaum.

Direkt: $3n_3 + n_1 = \sum_{v \in V} \deg(v) = 2m = 2(n - 1) = 2(n_1 + n_3 - 1)$

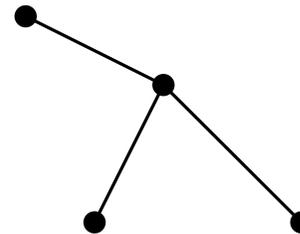
Induktion:

Rückwärts



- lösche zwei Geschwister-Blätter
- immer noch vollständiger Binärbaum

Vorwärts



- klebe zwei Blätter an ein Blatt
- immer noch vollständiger Binärbaum

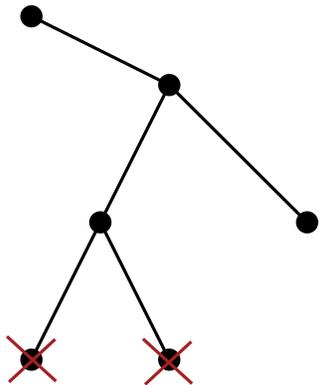
Übungsblatt 1 – Aufgabe 1

1 b) Zeige $n_3 = n_1 - 2$ in einem vollständigen Binärbaum.

Direkt: $3n_3 + n_1 = \sum_{v \in V} \deg(v) = 2m = 2(n - 1) = 2(n_1 + n_3 - 1)$

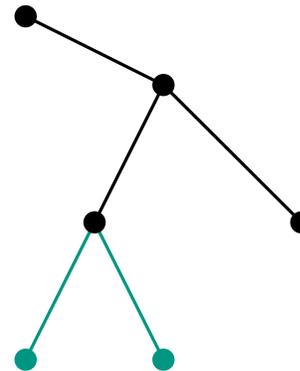
Induktion:

Rückwärts



- lösche zwei Geschwister-Blätter
- immer noch vollständiger Binärbaum

Vorwärts



- klebe zwei Blätter an ein Blatt
- immer noch vollständiger Binärbaum

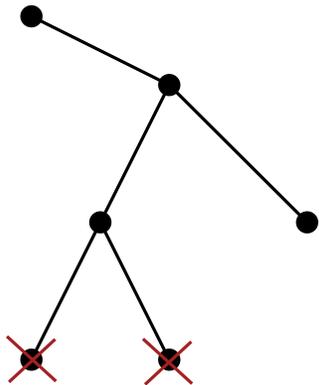
Übungsblatt 1 – Aufgabe 1

1 b) Zeige $n_3 = n_1 - 2$ in einem vollständigen Binärbaum.

Direkt: $3n_3 + n_1 = \sum_{v \in V} \deg(v) = 2m = 2(n - 1) = 2(n_1 + n_3 - 1)$

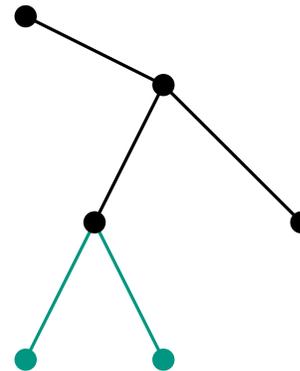
Induktion:

Rückwärts



- lösche zwei Geschwister-Blätter
- immer noch vollständiger Binärbaum

Vorwärts



- klebe zwei Blätter an ein Blatt
- immer noch vollständiger Binärbaum

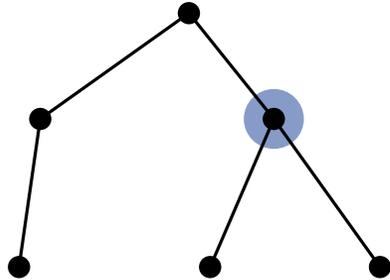
Warum ist vorwärts kaputt?

Übungsblatt 1 – Aufgabe 3

3 a) Dominating Set auf Bäumen

Übungsblatt 1 – Aufgabe 3

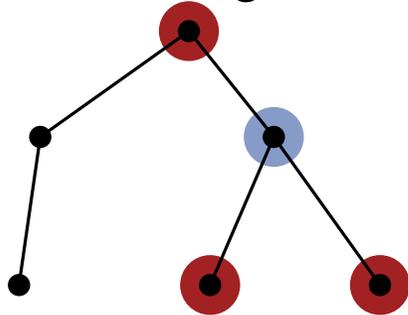
3 a) Dominating Set auf Bäumen



- wähle Elternknoten eines Blatts

Übungsblatt 1 – Aufgabe 3

3 a) Dominating Set auf Bäumen



- wähle Elternknoten eines Blatts
- lösche Elternknoten + Nachbarschaft

Übungsblatt 1 – Aufgabe 3

3 a) Dominating Set auf Bäumen

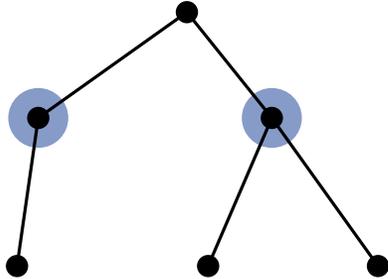


- wähle Elternknoten eines Blatts
- lösche Elternknoten + Nachbarschaft
- wiederhole

Klappt das so?

Übungsblatt 1 – Aufgabe 3

3 a) Dominating Set auf Bäumen

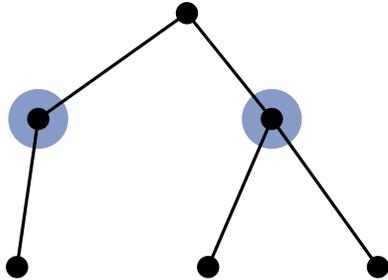


- wähle Elternknoten eines Blatts
- lösche Elternknoten + Nachbarschaft
- wiederhole

Klappt das so?

Übungsblatt 1 – Aufgabe 3

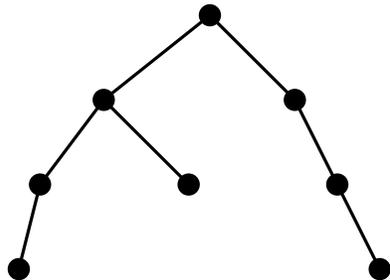
3 a) Dominating Set auf Bäumen



- wähle Elternknoten eines Blatts
- lösche Elternknoten + Nachbarschaft
- wiederhole

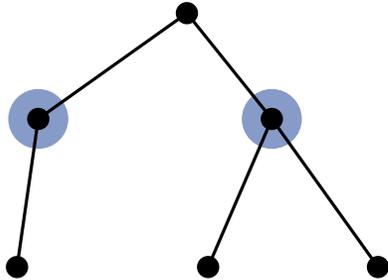
Klappt das so?

3 b) k-Dominating Set auf Bäumen



Übungsblatt 1 – Aufgabe 3

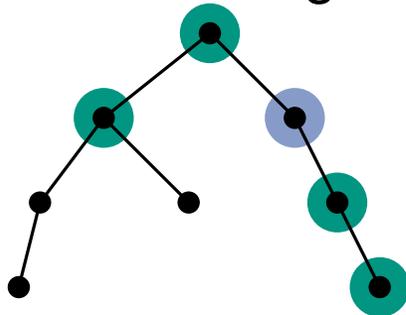
3 a) Dominating Set auf Bäumen



- wähle Elternknoten eines Blatts
- lösche Elternknoten + Nachbarschaft
- wiederhole

Klappt das so?

3 b) k-Dominating Set auf Bäumen

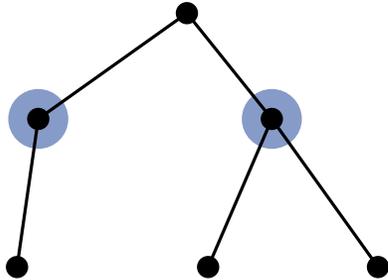


- wähle k-Vorfahre eines unüberdeckten Blatts



Übungsblatt 1 – Aufgabe 3

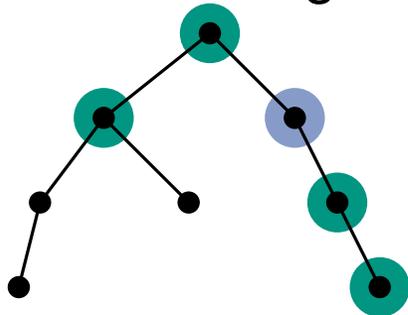
3 a) Dominating Set auf Bäumen



- wähle Elternknoten eines Blatts
- lösche Elternknoten + Nachbarschaft
- wiederhole

Klappt das so?

3 b) k-Dominating Set auf Bäumen

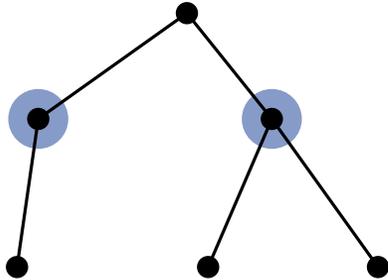


- wähle k-Vorfahre eines unüberdeckten Blatts
- wiederhole



Übungsblatt 1 – Aufgabe 3

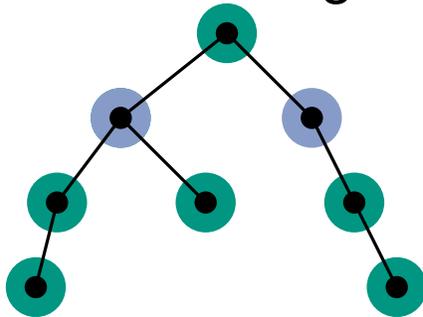
3 a) Dominating Set auf Bäumen



- wähle Elternknoten eines Blatts
- lösche Elternknoten + Nachbarschaft
- wiederhole

Klappt das so?

3 b) k-Dominating Set auf Bäumen

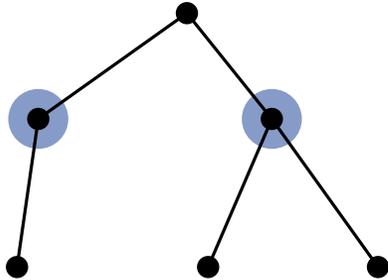


- wähle k-Vorfahre eines unüberdeckten Blatts
- wiederhole



Übungsblatt 1 – Aufgabe 3

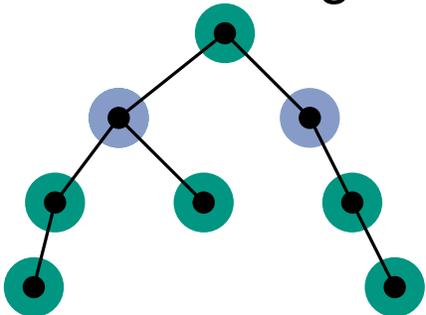
3 a) Dominating Set auf Bäumen



- wähle Elternknoten eines Blatts
- lösche Elternknoten + Nachbarschaft
- wiederhole

Klappt das so?

3 b) k-Dominating Set auf Bäumen

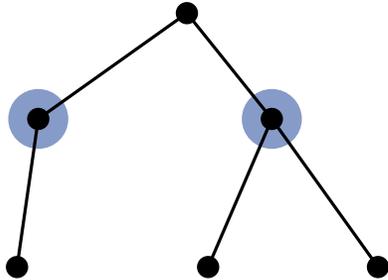


- wähle k-Vorfahre eines unüberdeckten Blatts
- wiederhole

Klappt das so?

Übungsblatt 1 – Aufgabe 3

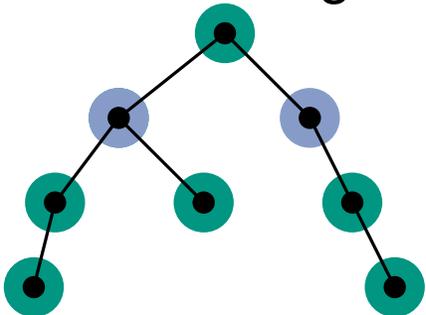
3 a) Dominating Set auf Bäumen



- wähle Elternknoten eines Blatts
- lösche Elternknoten + Nachbarschaft
- wiederhole

Klappt das so?

3 b) k-Dominating Set auf Bäumen



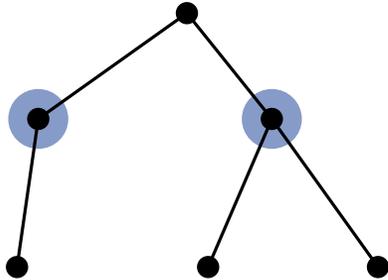
- wähle k-Vorfahre eines unüberdeckten Blatts
- wiederhole

Klappt das so?

3 c) Dominating Set auf allgemeinen Graphen

Übungsblatt 1 – Aufgabe 3

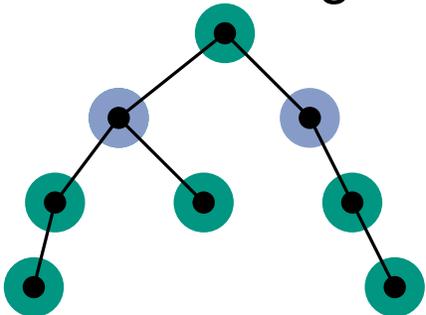
3 a) Dominating Set auf Bäumen



- wähle Elternknoten eines Blatts
- lösche Elternknoten + Nachbarschaft
- wiederhole

Klappt das so?

3 b) k-Dominating Set auf Bäumen



- wähle k-Vorfahre eines unüberdeckten Blatts
- wiederhole

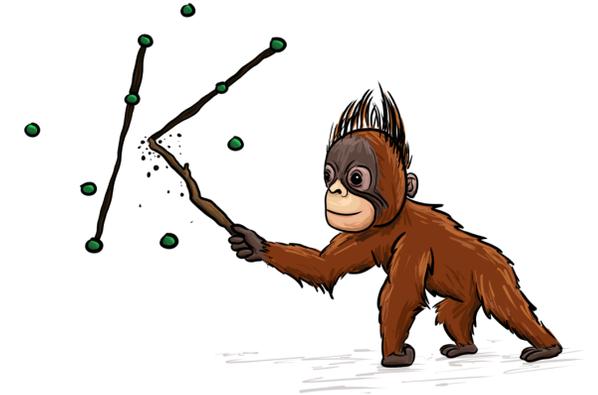
Klappt das so?

3 c) Dominating Set auf allgemeinen Graphen

Suchbaum: Knoten oder ein Nachbar \rightsquigarrow Grad $d + 1$, Tiefe $k \rightsquigarrow O((d + 1)^k m)$

Übungsblatt 1 – Aufgabe 4

Überdecke n Punkte mit k Geraden

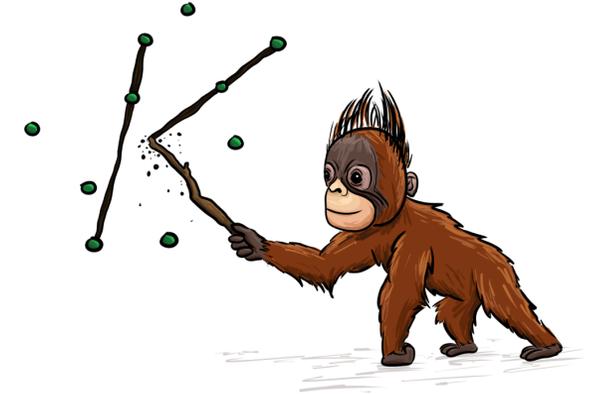
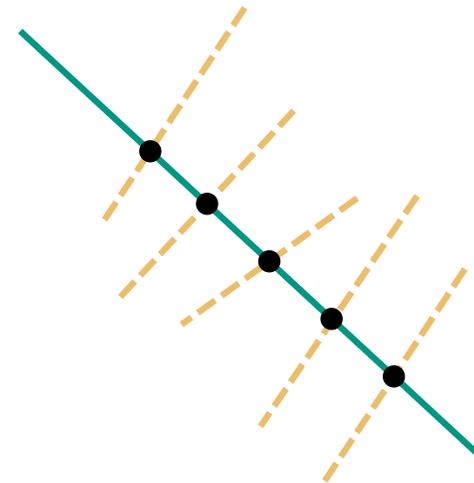


Übungsblatt 1 – Aufgabe 4

Überdecke n Punkte mit k Geraden

Kernbildung

- Gerade mit $k + 1$ Punkten muss genommen werden

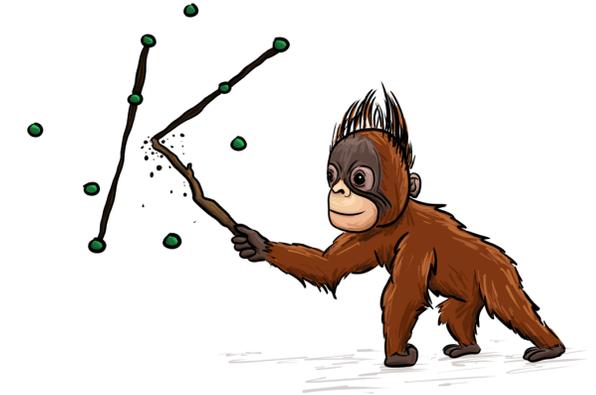
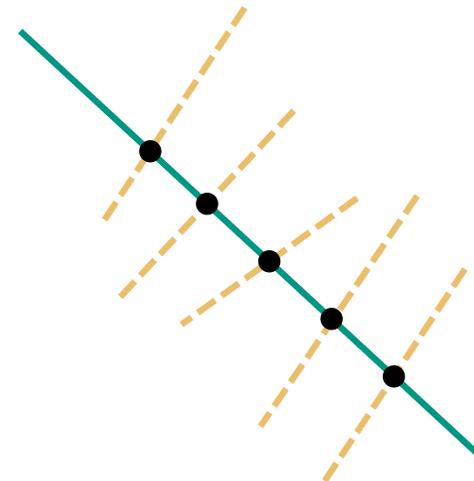


Übungsblatt 1 – Aufgabe 4

Überdecke n Punkte mit k Geraden

Kernbildung

- Gerade mit $k + 1$ Punkten muss genommen werden
- mehr als k^2 Punkte \Rightarrow Nein-Instanz
- Kern mit $O(k^2)$ Punkten und $O(k^4)$ Geraden



Übungsblatt 1 – Aufgabe 4

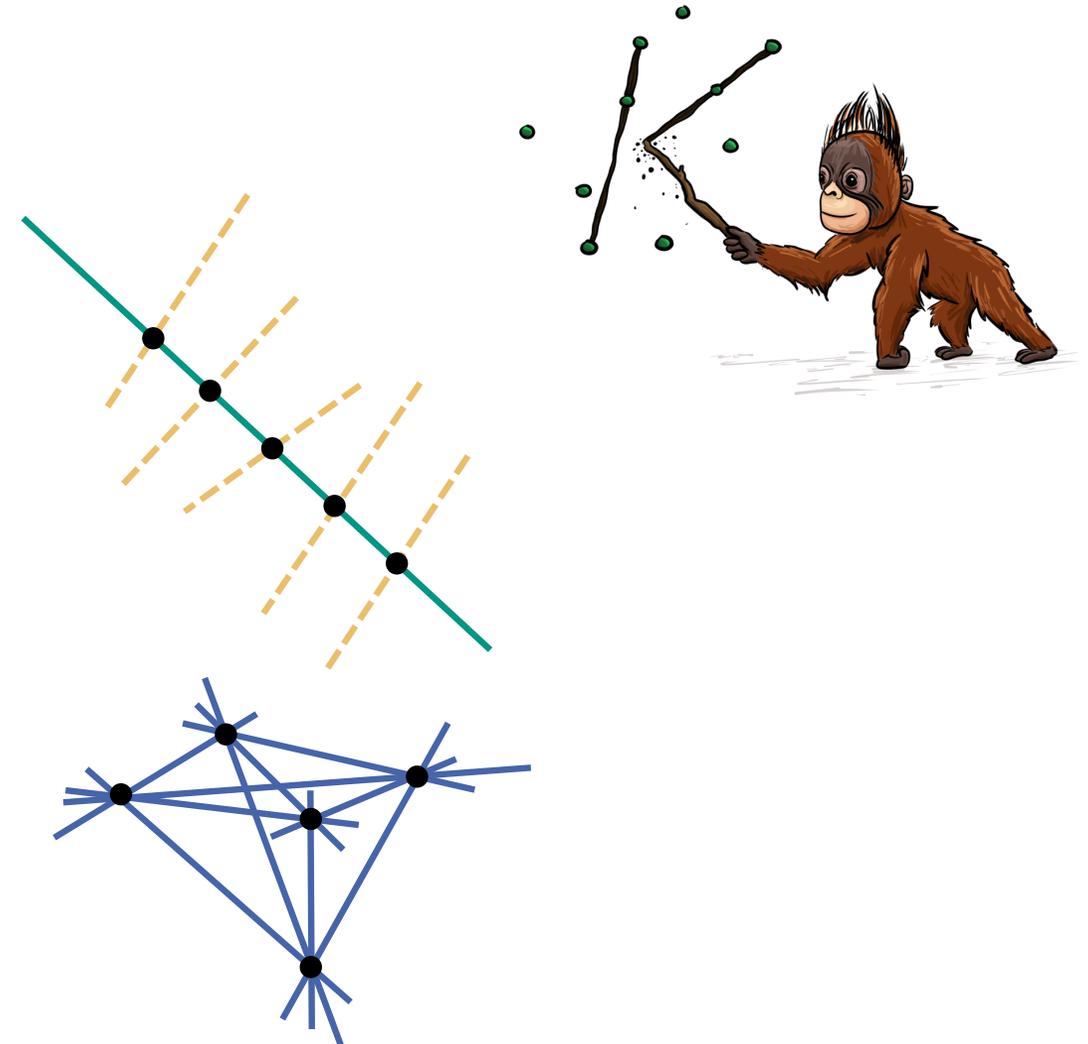
Überdecke n Punkte mit k Geraden

Kernbildung

- Gerade mit $k + 1$ Punkten muss genommen werden
- mehr als k^2 Punkte \Rightarrow Nein-Instanz
- Kern mit $O(k^2)$ Punkten und $O(k^4)$ Geraden

Suchbaum

- bei $k + 1$ Punkten: eine Gerade muss durch zwei Punkte gehen



Übungsblatt 1 – Aufgabe 4

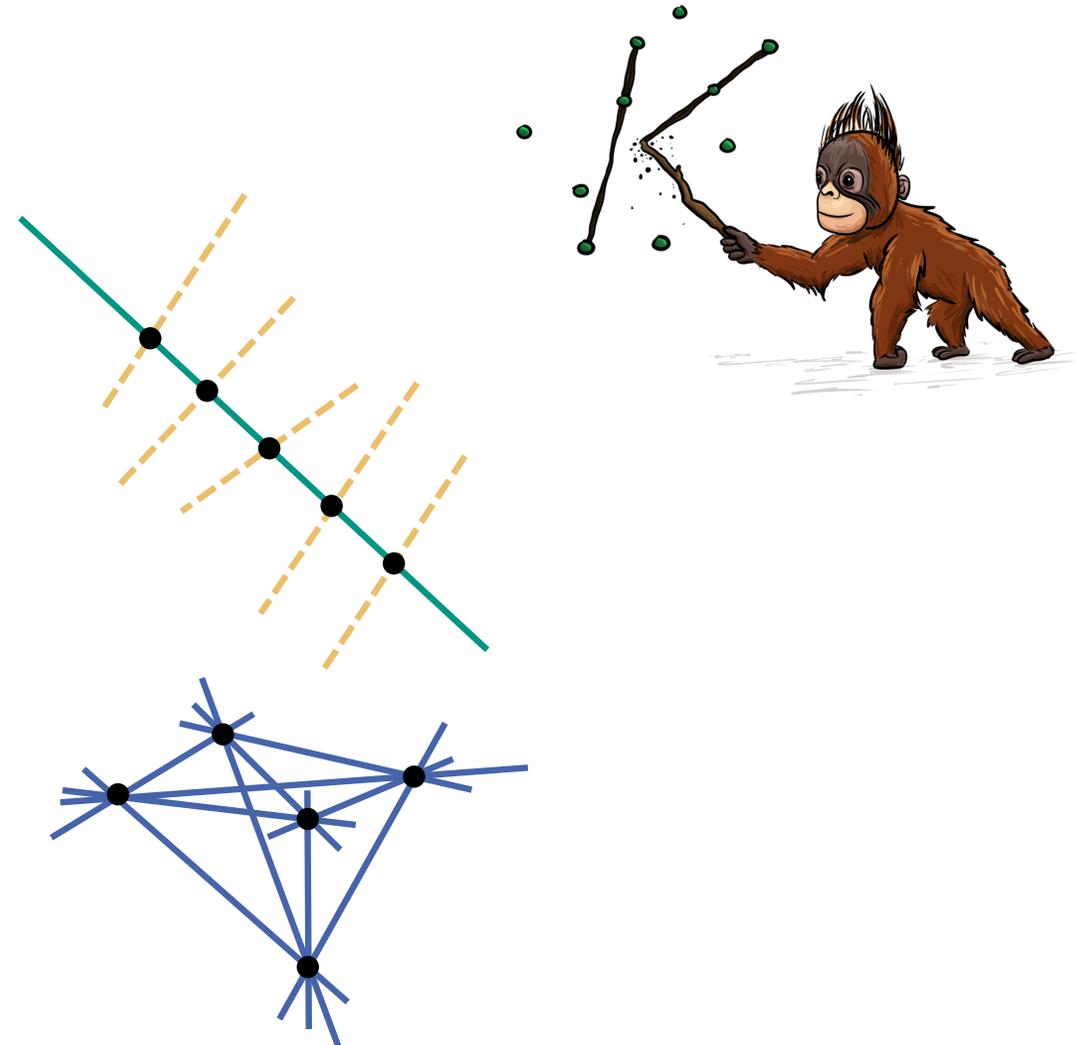
Überdecke n Punkte mit k Geraden

Kernbildung

- Gerade mit $k + 1$ Punkten muss genommen werden
- mehr als k^2 Punkte \Rightarrow Nein-Instanz
- Kern mit $O(k^2)$ Punkten und $O(k^4)$ Geraden

Suchbaum

- bei $k + 1$ Punkten: eine Gerade muss durch zwei Punkte gehen
- Verzweigungsgrad: $(k + 1)^2$, Tiefe k



Übungsblatt 2

Aufgabe 1: WEIGHTED VERTEX COVER auf Bäumen

- DP, Übungsaufgabe für spätere Vorlesung
- ordentlich aufschreiben mit Erklärung in Worten



Übungsblatt 2

Aufgabe 1: WEIGHTED VERTEX COVER auf Bäumen

- DP, Übungsaufgabe für spätere Vorlesung
- ordentlich aufschreiben mit Erklärung in Worten

Aufgabe 2: 3-HITTING-SET mit Suchbaum



Übungsblatt 2

Aufgabe 1: WEIGHTED VERTEX COVER auf Bäumen

- DP, Übungsaufgabe für spätere Vorlesung
- ordentlich aufschreiben mit Erklärung in Worten

Aufgabe 2: 3-HITTING-SET mit Suchbaum

Aufgabe 3: d -HITTING-SET mit iterativer Kompression

- löse das Disjoint Problem (wie kommt man dahin?)
- starte mit kleinem d



Übungsblatt 2

Aufgabe 1: WEIGHTED VERTEX COVER auf Bäumen

- DP, Übungsaufgabe für spätere Vorlesung
- ordentlich aufschreiben mit Erklärung in Worten

Aufgabe 2: 3-HITTING-SET mit Suchbaum

Aufgabe 3: d -HITTING-SET mit iterativer Kompression

- löse das Disjoint Problem (wie kommt man dahin?)
- starte mit kleinem d

Aufgabe 4: VERTEX COVER berechnen

- implementiere Verzweigungsregeln aus VL (oder Teilmenge)
- prüfe, ob die gefundene Teilmenge tatsächlich ein VC ist
- Welche Verzweigungs-/Reduktionsregeln? Weitere Optimierungen?

Iterative Kompression

BIPARTITE VERTEX DELETION

geg.: Graph G , Parameter k

Gibt es $V' \subseteq V(G)$ mit $|V'| = k$, sodass $G - V'$ bipartit ist?



Iterative Kompression

BIPARTITE VERTEX DELETION

geg.: Graph G , Parameter k

Gibt es $V' \subseteq V(G)$ mit $|V'| = k$, sodass $G - V'$ bipartit ist?

BIPARTITE VERTEX DELETION COMPRESSION

BIPARTITE VERTEX DELETION DISJOINT



Iterative Kompression

BIPARTITE VERTEX DELETION

geg.: Graph G , Parameter k

Gibt es $V' \subseteq V(G)$ mit $|V'| = k$, sodass $G - V'$ bipartit ist?

BIPARTITE VERTEX DELETION COMPRESSION

BIPARTITE VERTEX DELETION DISJOINT

ANNOTATED BIPARTITE COLORING

geg.: bipartiter Graph G und $B, R \subseteq V(G)$, Parameter k

Gibt es X mit $|X| = k$, s.d. es 2-Färbung f von $G - X$ gibt, wobei B blau und R rot?

Iterative Kompression

BIPARTITE VERTEX DELETION

geg.: Graph G , Parameter k

Gibt es $V' \subseteq V(G)$ mit $|V'| = k$, sodass $G - V'$ bipartit ist?

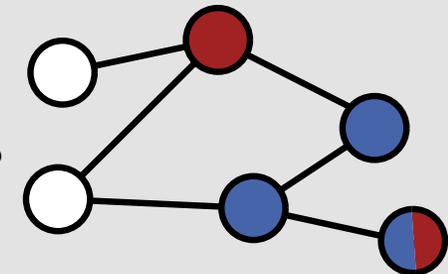
BIPARTITE VERTEX DELETION COMPRESSION

BIPARTITE VERTEX DELETION DISJOINT

ANNOTATED BIPARTITE COLORING

geg.: bipartiter Graph G und $B, R \subseteq V(G)$, Parameter k

Gibt es X mit $|X| = k$, s.d. es 2-Färbung f von $G - X$ gibt, wobei B blau und R rot?



Iterative Kompression

BIPARTITE VERTEX DELETION

geg.: Graph G , Parameter k

Gibt es $V' \subseteq V(G)$ mit $|V'| = k$, sodass $G - V'$ bipartit ist?

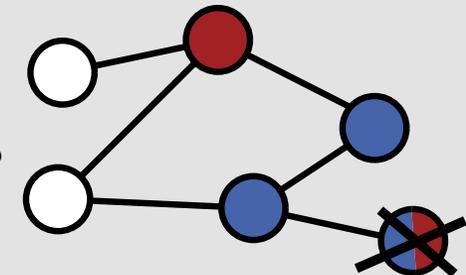
BIPARTITE VERTEX DELETION COMPRESSION

BIPARTITE VERTEX DELETION DISJOINT

ANNOTATED BIPARTITE COLORING

geg.: bipartiter Graph G und $B, R \subseteq V(G)$, Parameter k

Gibt es X mit $|X| = k$, s.d. es 2-Färbung f von $G - X$ gibt, wobei B blau und R rot?



Iterative Kompression

BIPARTITE VERTEX DELETION

geg.: Graph G , Parameter k

Gibt es $V' \subseteq V(G)$ mit $|V'| = k$, sodass $G - V'$ bipartit ist?

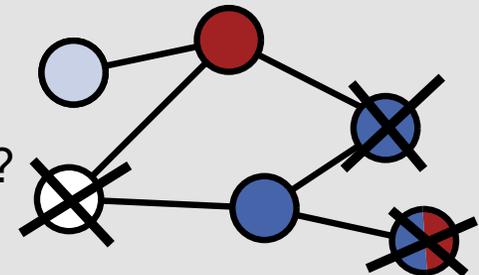
BIPARTITE VERTEX DELETION COMPRESSION

BIPARTITE VERTEX DELETION DISJOINT

ANNOTATED BIPARTITE COLORING

geg.: bipartiter Graph G und $B, R \subseteq V(G)$, Parameter k

Gibt es X mit $|X| = k$, s.d. es 2-Färbung f von $G - X$ gibt, wobei B blau und R rot?



Iterative Kompression

BIPARTITE VERTEX DELETION

geg.: Graph G , Parameter k

Gibt es $V' \subseteq V(G)$ mit $|V'| = k$, sodass $G - V'$ bipartit ist?

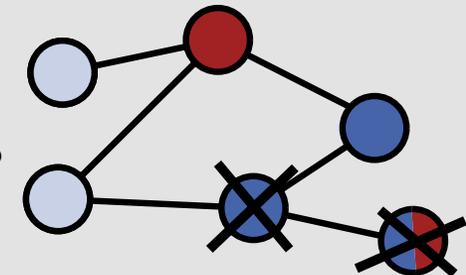
BIPARTITE VERTEX DELETION COMPRESSION

BIPARTITE VERTEX DELETION DISJOINT

ANNOTATED BIPARTITE COLORING

geg.: bipartiter Graph G und $B, R \subseteq V(G)$, Parameter k

Gibt es X mit $|X| = k$, s.d. es 2-Färbung f von $G - X$ gibt, wobei B blau und R rot?



Iterative Kompression

BIPARTITE VERTEX DELETION

geg.: Graph G , Parameter k

Gibt es $V' \subseteq V(G)$ mit $|V'| = k$, sodass $G - V'$ bipartit ist?

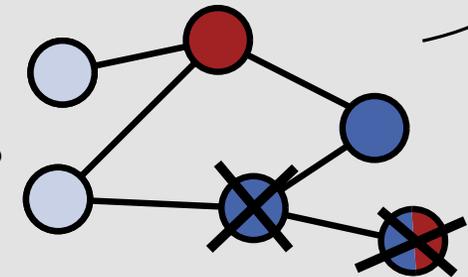
BIPARTITE VERTEX DELETION COMPRESSION

BIPARTITE VERTEX DELETION DISJOINT

ANNOTATED BIPARTITE COLORING ***

geg.: bipartiter Graph G und $B, R \subseteq V(G)$, Parameter k

Gibt es X mit $|X| = k$, s.d. es 2-Färbung f von $G - X$ gibt, wobei B blau und R rot?



Iterative Kompression

BIPARTITE VERTEX DELETION

geg.: Graph G , Parameter k

Gibt es $V' \subseteq V(G)$ mit $|V'| = k$, sodass $G - V'$ bipartit ist?

BIPARTITE VERTEX DELETION COMPRESSION

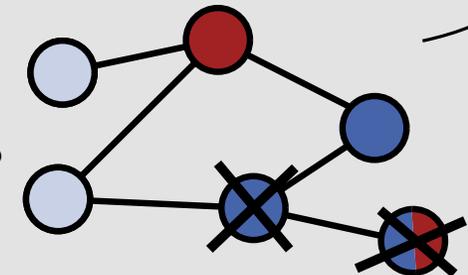
BIPARTITE VERTEX DELETION DISJOINT

ANNOTATED BIPARTITE COLORING ★★★

geg.: bipartiter Graph G und $B, R \subseteq V(G)$, Parameter k

Gibt es X mit $|X| = k$, s.d. es 2-Färbung f von $G - X$ gibt, wobei B blau und R rot?

Laufzeit: $O(k \cdot (n + m))$



Iterative Kompression

BIPARTITE VERTEX DELETION

geg.: Graph G , Parameter k

Gibt es $V' \subseteq V(G)$ mit $|V'| = k$, sodass $G - V'$ bipartit ist?

BIPARTITE VERTEX DELETION COMPRESSION

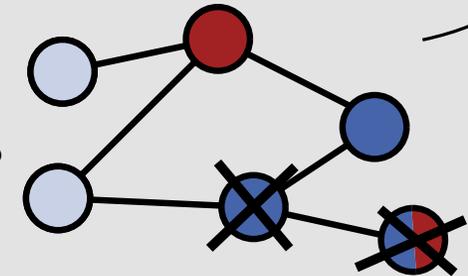
BIPARTITE VERTEX DELETION DISJOINT

ANNOTATED BIPARTITE COLORING ***

geg.: bipartiter Graph G und $B, R \subseteq V(G)$, Parameter k

Gibt es X mit $|X| = k$, s.d. es 2-Färbung f von $G - X$ gibt, wobei B blau und R rot?

Laufzeit: $O(k \cdot (n + m))$



Iterative Kompression

BIPARTITE VERTEX DELETION

geg.: Graph G , Parameter k

Gibt es $V' \subseteq V(G)$ mit $|V'| = k$, sodass $G - V'$ bipartit ist?

BIPARTITE VERTEX DELETION COMPRESSION

BIPARTITE VERTEX DELETION DISJOINT

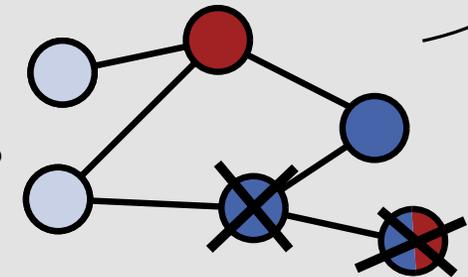
1. Was gilt für $G[Y]$? Was gilt für $G - Y$?

ANNOTATED BIPARTITE COLORING ***

geg.: bipartiter Graph G und $B, R \subseteq V(G)$, Parameter k

Gibt es X mit $|X| = k$, s.d. es 2-Färbung f von $G - X$ gibt, wobei B blau und R rot?

Laufzeit: $O(k \cdot (n + m))$



Iterative Kompression

BIPARTITE VERTEX DELETION

geg.: Graph G , Parameter k

Gibt es $V' \subseteq V(G)$ mit $|V'| = k$, sodass $G - V'$ bipartit ist?

BIPARTITE VERTEX DELETION COMPRESSION

BIPARTITE VERTEX DELETION DISJOINT

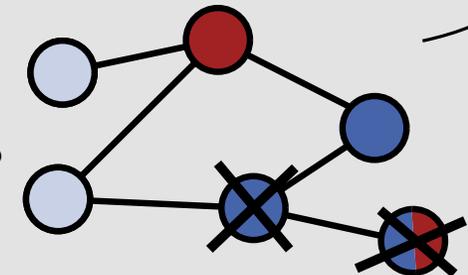
1. Was gilt für $G[Y]$? Was gilt für $G - Y$?
2. Rate 2-Färbung für Y . Stehen andere Farben dann auch fest?

ANNOTATED BIPARTITE COLORING ★★★

geg.: bipartiter Graph G und $B, R \subseteq V(G)$, Parameter k

Gibt es X mit $|X| = k$, s.d. es 2-Färbung f von $G - X$ gibt, wobei B blau und R rot?

Laufzeit: $O(k \cdot (n + m))$



Iterative Kompression

BIPARTITE VERTEX DELETION

geg.: Graph G , Parameter k

Gibt es $V' \subseteq V(G)$ mit $|V'| = k$, sodass $G - V'$ bipartit ist?

BIPARTITE VERTEX DELETION COMPRESSION

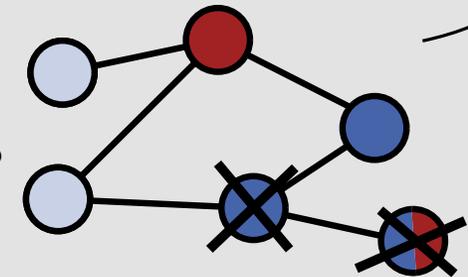
BIPARTITE VERTEX DELETION DISJOINT

ANNOTATED BIPARTITE COLORING ★★★

geg.: bipartiter Graph G und $B, R \subseteq V(G)$, Parameter k

Gibt es X mit $|X| = k$, s.d. es 2-Färbung f von $G - X$ gibt, wobei B blau und R rot?

Laufzeit: $O(k \cdot (n + m))$



Iterative Kompression

BIPARTITE VERTEX DELETION

geg.: Graph G , Parameter k

Gibt es $V' \subseteq V(G)$ mit $|V'| = k$, sodass $G - V'$ bipartit ist?

BIPARTITE VERTEX DELETION COMPRESSION

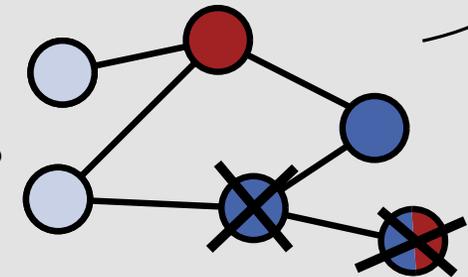
BIPARTITE VERTEX DELETION DISJOINT

ANNOTATED BIPARTITE COLORING ***

geg.: bipartiter Graph G und $B, R \subseteq V(G)$, Parameter k

Gibt es X mit $|X| = k$, s.d. es 2-Färbung f von $G - X$ gibt, wobei B blau und R rot?

Laufzeit: $O(k \cdot (n + m))$



1. Fixiere eine gültige 2-Färbung ϕ von G (quasi als Referenz), dann $\phi \rightarrow f$

Iterative Kompression

BIPARTITE VERTEX DELETION

geg.: Graph G , Parameter k

Gibt es $V' \subseteq V(G)$ mit $|V'| = k$, sodass $G - V'$ bipartit ist?

BIPARTITE VERTEX DELETION COMPRESSION

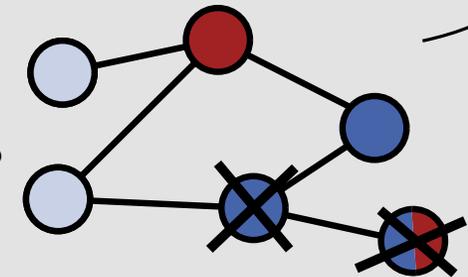
BIPARTITE VERTEX DELETION DISJOINT

ANNOTATED BIPARTITE COLORING ***

geg.: bipartiter Graph G und $B, R \subseteq V(G)$, Parameter k

Gibt es X mit $|X| = k$, s.d. es 2-Färbung f von $G - X$ gibt, wobei B blau und R rot?

Laufzeit: $O(k \cdot (n + m))$



1. Fixiere eine gültige 2-Färbung ϕ von G (quasi als Referenz), dann $\phi \rightarrow f$
2. $\phi \rightarrow f$: Welche Knoten umfärben? Kann man Knoten individuell umfärben?

Iterative Kompression

BIPARTITE VERTEX DELETION

geg.: Graph G , Parameter k

Gibt es $V' \subseteq V(G)$ mit $|V'| = k$, sodass $G - V'$ bipartit ist?

BIPARTITE VERTEX DELETION COMPRESSION

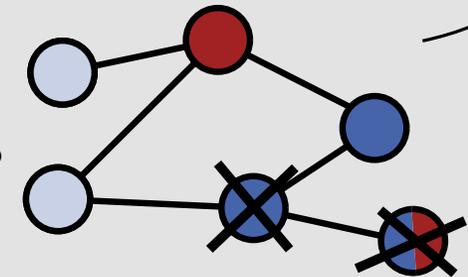
BIPARTITE VERTEX DELETION DISJOINT

ANNOTATED BIPARTITE COLORING ★★★

geg.: bipartiter Graph G und $B, R \subseteq V(G)$, Parameter k

Gibt es X mit $|X| = k$, s.d. es 2-Färbung f von $G - X$ gibt, wobei B blau und R rot?

Laufzeit: $O(k \cdot (n + m))$



1. Fixiere eine gültige 2-Färbung ϕ von G (quasi als Referenz), dann $\phi \rightarrow f$
2. $\phi \rightarrow f$: Welche Knoten umfärben? Kann man Knoten individuell umfärben?
3. Knotenseparator zwischen zwei Mengen finden ist in $O(k \cdot (n + m))$

Iterative Kompression

BIPARTITE VERTEX DELETION

geg.: Graph G , Parameter k

Gibt es $V' \subseteq V(G)$ mit $|V'| = k$, sodass $G - V'$ bipartit ist?

BIPARTITE VERTEX DELETION COMPRESSION ★

BIPARTITE VERTEX DELETION DISJOINT

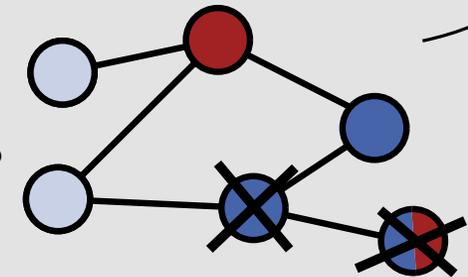
1. Was gilt für $G[Y]$? Was gilt für $G - Y$?
2. Rate 2-Färbung für Y . Stehen andere Farben dann auch fest?

ANNOTATED BIPARTITE COLORING ★★★

geg.: bipartiter Graph G und $B, R \subseteq V(G)$, Parameter k

Gibt es X mit $|X| = k$, s.d. es 2-Färbung f von $G - X$ gibt, wobei B blau und R rot?

Laufzeit: $O(k \cdot (n + m))$



1. Fixiere eine gültige 2-Färbung Φ von G (quasi als Referenz), dann $\phi \rightarrow f$
2. $\Phi \rightarrow f$: Welche Knoten umfärben? Kann man Knoten individuell umfärben?
3. Knotenseparator zwischen zwei Mengen finden ist in $O(k \cdot (n + m))$