Karlsruher Institut für Technologie

Algorithmen für Routenplanung

16. Vorlesung, Sommersemester 2024

Moritz Laupichler | 19. Juni 2024

Wiederholung

Zeitabhängige Netzwerke (Basics)

- Funktionen statt Konstanten an Kanten
- Operationen werden teurer
  - $\mathcal{O}(\log |f|)$ für Auswertung
  - $\mathcal{O}(|f^f| + |f^g|)$ für Linken und Minimum
  - Speicherverbrauch explodiert
- Zeitanfragen:
  - Normaler Dijkstra
  - Kaum langsamer (lediglich Auswertung)
- Profilanfragen
  - nicht zu handhaben

Instanzen

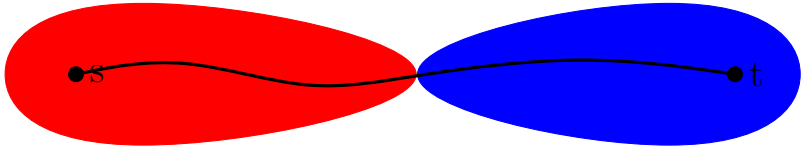
		Nodes	Arcs [$\cdot 10^6$]	Avg. $\lvert f \rvert$	Rel. Delay [%]		Size
		[$\cdot 10^6$]	(TD [%])	TD arcs	All	TD	[GB]
Ber	Tuesday	0.4	1.0 (27.4)	75.0	3.1	17.6	0.2
	Saturday	0.4	1.0 (20.2)	69.1	2.1	14.8	0.1
Ger06	midweek	4.7	10.8 (7.2)	19.5	1.7	33.1	0.3
	Saturday	4.7	10.8 (3.9)	15.8	0.8	28.5	0.2
SynEur	Low	18.0	42.2 (0.1)	13.2	0.3	125.2	0.8
	Medium	18.0	42.2 (1.0)	13.2	0.8	124.9	0.8
	High	18.0	42.2 (6.2)	13.2	4.6	124.8	1.0
Ger17	Tuesday	7.2	15.8 (29.2)	31.6	3.5	20.8	1.3
Eur17	Tuesday	25.8	55.5 (27.2)	29.5	2.7	19.0	4.2
Eur20	Tuesday	28.5	60.9 (76.3)	22.5	21.0	34.9	8.7

Beschleunigungstechniken

Bidirektionaler zeitabhängiger ALT

Drei Phasen:

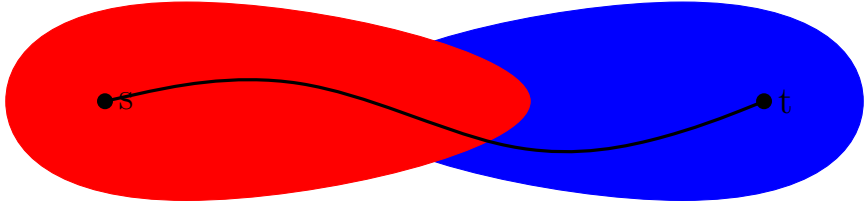
Bidirektionaler zeitabhängiger ALT



Drei Phasen:

1. Vorwärtssuche zeitabhängig, Rückwärtssuche auf konstanten unteren Schranken. Sobald Suchen sich treffen: Breche ab und berechne obere Schranke μ für Distanz des gefundenen Pfads
   - Problem: Rückwärtssuche liefert nur untere Schranke
   - Variante 1: Werte gefundenen Pfad zur aktuellen Zeit aus (genauer)
   - Variante 2: Rückwärtssuche berechnet konstante obere Schranken mit (schneller)

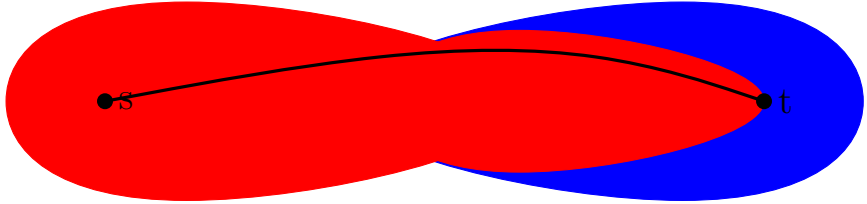
Bidirektionaler zeitabhängiger ALT



Drei Phasen:

1. Vorwärtssuche zeitabhängig, Rückwärtssuche auf konstanten unteren Schranken. Sobald Suchen sich treffen: Breche ab und berechne obere Schranke μ für Distanz des gefundenen Pfads
   - Problem: Rückwärtssuche liefert nur untere Schranke
   - Variante 1: Werte gefundenen Pfad zur aktuellen Zeit aus (genauer)
   - Variante 2: Rückwärtssuche berechnet konstante obere Schranken mit (schneller)
2. Rückwärtssuche weiter bis $\text{minKey}(\overleftarrow{Q}) > \mu$

Bidirektionaler zeitabhängiger ALT



Drei Phasen:

1. Vorwärtssuche zeitabhängig, Rückwärtssuche auf konstanten unteren Schranken. Sobald Suchen sich treffen: Breche ab und berechne obere Schranke μ für Distanz des gefundenen Pfads
   - Problem: Rückwärtssuche liefert nur untere Schranke
   - Variante 1: Werte gefundenen Pfad zur aktuellen Zeit aus (genauer)
   - Variante 2: Rückwärtssuche berechnet konstante obere Schranken mit (schneller)
2. Rückwärtssuche weiter bis $\text{minKey}(\overleftarrow{Q}) > \mu$
3. Vorwärtssuche arbeitet weiter, bis t gesettlet wird. Besucht nur Knoten, die die Rückwärtssuche zuvor besucht hat

Approximation

Beobachtung:

- Phase 2 läuft recht lange weiter, bis $\text{minKey}(\overleftarrow{Q}) > \mu$ gilt
- Insbesondere dann schlecht, wenn die unteren Schranken stark vom echten Wert abweichen

Approximation:

- Breche Phase 2 bereits ab, wenn $\text{minKey}(\overleftarrow{Q}) \cdot K > \mu$ gilt
- Dann ist der berechnete Weg eine K-Approximation des kürzesten Weges

Core-ALT

Idee:

- Begrenze Beschleunigungstechnik auf kleinen Subgraphen (Kern)

Vorberechnung:

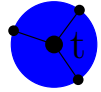
- Kontrahiere Graphen zu einem Kern
- Landmarken nur im Kern

Anfrage:

Core-ALT

Idee:

- Begrenze Beschleunigungstechnik auf kleinen Subgraphen (Kern)



Vorberechnung:

- Kontrahiere Graphen zu einem Kern
- Landmarken nur im Kern

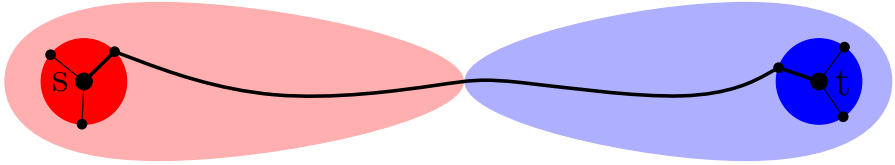
Anfrage:

- Initialphase:
  - Vorwärts: zeitabhängiger Dijkstra
  - Rückwärts: normaler Dijkstra auf unteren Schranken

Core-ALT

Idee:

- Begrenze Beschleunigungstechnik auf kleinen Subgraphen (Kern)



Vorberechnung:

- Kontrahiere Graphen zu einem Kern
- Landmarken nur im Kern

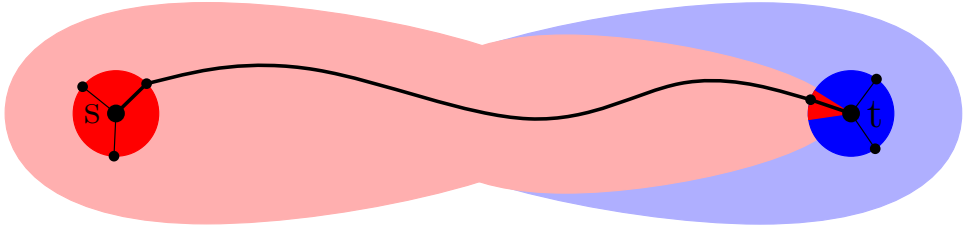
Anfrage:

- Initialphase:
  - Vorwärts: zeitabhängiger Dijkstra
  - Rückwärts: normaler Dijkstra auf unteren Schranken
- Im Kern: Bidirektionaler zeitabhängiger ALT

Core-ALT

Idee:

- Begrenze Beschleunigungstechnik auf kleinen Subgraphen (Kern)



Vorberechnung:

- Kontrahiere Graphen zu einem Kern
- Landmarken nur im Kern

Anfrage:

- Initialphase:
  - Vorwärts: zeitabhängiger Dijkstra
  - Rückwärts: normaler Dijkstra auf unteren Schranken
- Im Kern: Bidirektionaler zeitabhängiger ALT

SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

- Multi-Level-Partition
- Iterativer Prozess:
  - Kontrahiere Subgraphen
  - Berechne Flaggen
- Flaggenverfeinerung

Anpassung (grob):

- Kontraktion und Flaggenberechnung anpassen
- Verfeinerung durch (lokale) Profilsuchen

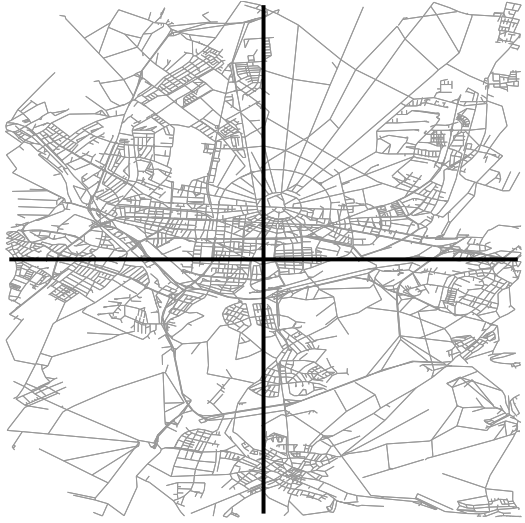
SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

- Multi-Level-Partition
- Iterativer Prozess:
  - Kontrahiere Subgraphen
  - Berechne Flaggen
- Flaggenverfeinerung

Anpassung (grob):

- Kontraktion und Flaggenberechnung anpassen
- Verfeinerung durch (lokale) Profilsuchen



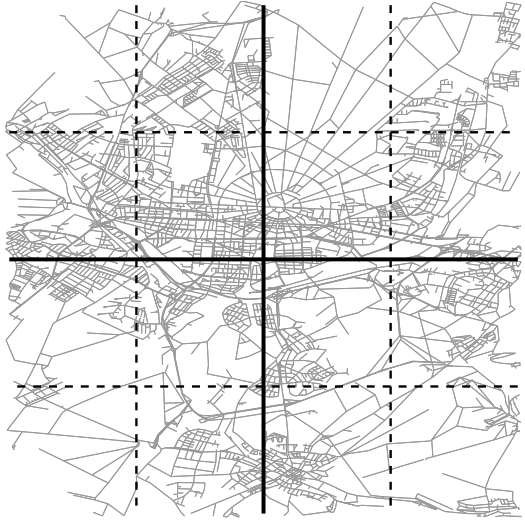
SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

- Multi-Level-Partition
- Iterativer Prozess:
  - Kontrahiere Subgraphen
  - Berechne Flaggen
- Flaggenverfeinerung

Anpassung (grob):

- Kontraktion und Flaggenberechnung anpassen
- Verfeinerung durch (lokale) Profilsuchen



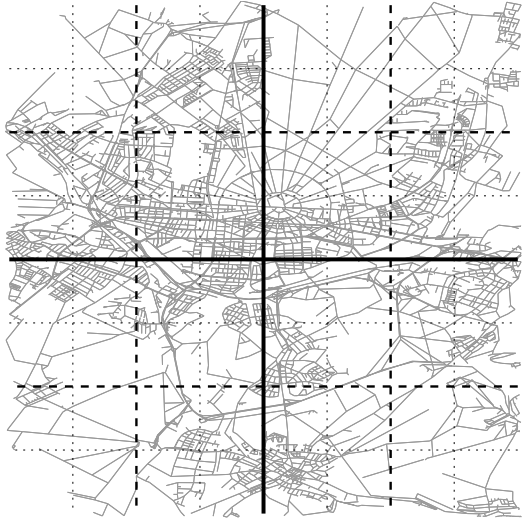
SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

- Multi-Level-Partition
- Iterativer Prozess:
  - Kontrahiere Subgraphen
  - Berechne Flaggen
- Flaggenverfeinerung

Anpassung (grob):

- Kontraktion und Flaggenberechnung anpassen
- Verfeinerung durch (lokale) Profilsuchen



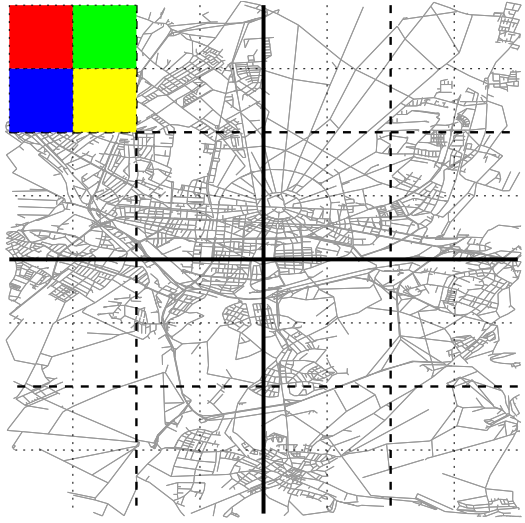
SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

- Multi-Level-Partition
- Iterativer Prozess:
  - Kontrahiere Subgraphen
  - Berechne Flaggen
- Flaggenverfeinerung

Anpassung (grob):

- Kontraktion und Flaggenberechnung anpassen
- Verfeinerung durch (lokale) Profilsuchen



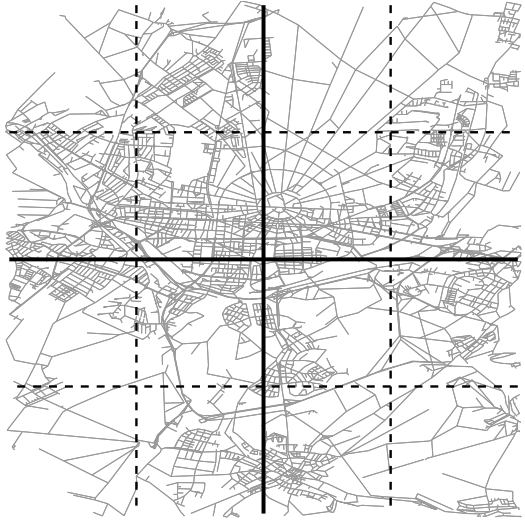
SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

- Multi-Level-Partition
- Iterativer Prozess:
  - Kontrahiere Subgraphen
  - Berechne Flaggen
- Flaggenverfeinerung

Anpassung (grob):

- Kontraktion und Flaggenberechnung anpassen
- Verfeinerung durch (lokale) Profilsuchen



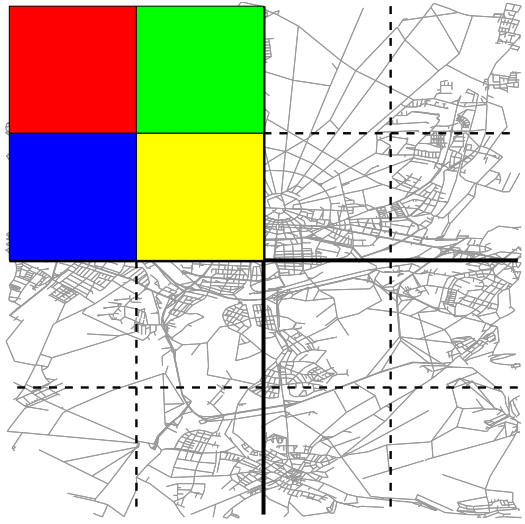
SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

- Multi-Level-Partition
- Iterativer Prozess:
  - Kontrahiere Subgraphen
  - Berechne Flaggen
- Flaggenverfeinerung

Anpassung (grob):

- Kontraktion und Flaggenberechnung anpassen
- Verfeinerung durch (lokale) Profilsuchen



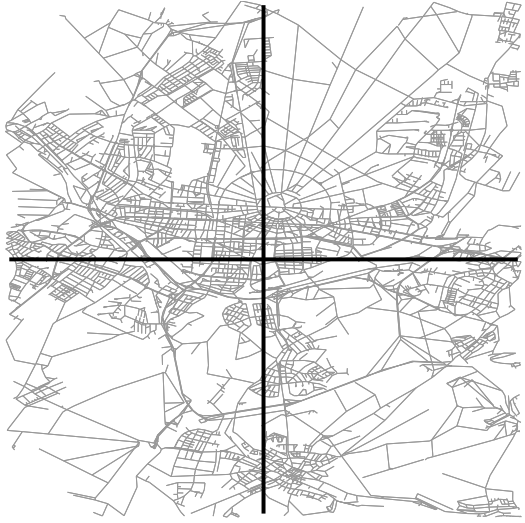
SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

- Multi-Level-Partition
- Iterativer Prozess:
  - Kontrahiere Subgraphen
  - Berechne Flaggen
- Flaggenverfeinerung

Anpassung (grob):

- Kontraktion und Flaggenberechnung anpassen
- Verfeinerung durch (lokale) Profilsuchen



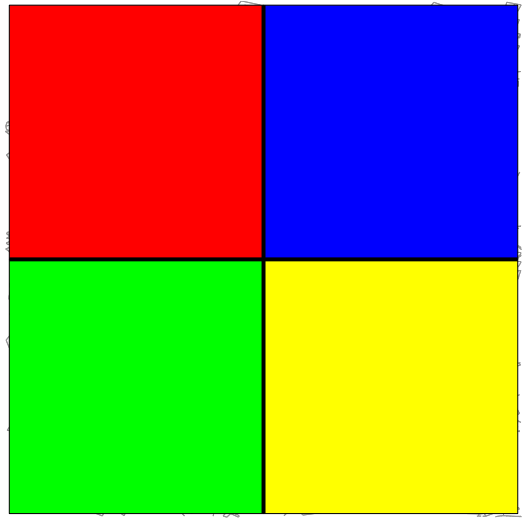
SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

- Multi-Level-Partition
- Iterativer Prozess:
  - Kontrahiere Subgraphen
  - Berechne Flaggen
- Flaggenverfeinerung

Anpassung (grob):

- Kontraktion und Flaggenberechnung anpassen
- Verfeinerung durch (lokale) Profilsuchen



Contraction Hierarchies

Vorberechnung:

- Berechne Knotenordnung auf Lower-Bound-Graph
- Kontrahiere zeitabhängig
- Erzeugt Suchgraphen $G' = (V, \uparrow E \cup \downarrow E)$

Contraction Hierarchies

Vorberechnung:

- Berechne Knotenordnung auf Lower-Bound-Graph
- Kontrahiere zeitabhängig
- Erzeugt Suchgraphen $G' = (V, \uparrow E \cup \downarrow E)$

Anfrage:

- Rückwärtssuche schwierig (Ankunftszeit unbekannt)
- Naiv:
  - Rückwärts-Breitensuche von t auf $(V, \downarrow E)$
  - $\downarrow E' =$ alle relaxierten Kanten
  - Zeitabhängige Vorwärtssuche in $(V, \uparrow E \cup \downarrow E')$

Contraction Hierarchies

Vorberechnung:

- Berechne Knotenordnung auf Lower-Bound-Graph
- Kontrahiere zeitabhängig
- Erzeugt Suchgraphen $G' = (V, \uparrow E \cup \downarrow E)$

Anfrage:

- Rückwärtssuche schwierig (Ankunftszeit unbekannt)
- Naiv:
  - Rückwärts-Breitensuche von t auf $(V, \downarrow E)$
  - $\downarrow E' =$ alle relaxierten Kanten
  - Zeitabhängige Vorwärtssuche in $(V, \uparrow E \cup \downarrow E')$
- Besseres $\downarrow E'$ durch Korridorsuche:
  - Berechne für jeden Knoten v untere Schranke $\underline{d(v,t)}$ und obere Schranke $\overline{d(v,t)}$
  - $\downarrow E' =$ alle Kanten (u, v) aus $\downarrow E$ mit $\underline{d(u,v)} + \underline{d(v,t)} \leq \overline{d(u,t)}$

Experimente (TD Germany)

		Contr.			Queries	
input	type of ordering	ordering [h:m]	const. [h:m]	space [B/n]	time [ms]	speed up
Monday	static min	0:05	0:20	1 035	1.19	1 240
	timed	1:47	0:14	750	1.19	1 244
midweek	static min	0:05	0:20	1 029	1.22	1 212
	timed	1:48	0:14	743	1.19	1 242
Friday	static min	0:05	0:16	856	1.11	1 381
	timed	1:30	0:12	620	1.13	1 362
Saturday	static min	0:05	0:08	391	0.81	1 763
	timed	0:52	0:08	282	1.09	1 313
Sunday	static min	0:05	0:06	248	0.71	1 980
	timed	0:38	0:07	177	1.07	1 321

Approximation

Idee:

- Speichere approximierte Funktionen an den Shortcuts
- Reduziert Speicher um bis zu Faktor 10
- Aber: Selbst die Vorwärtssuche liefert jetzt nur noch approximierte Ankunftszeitintervalle!

Approximation

Idee:

- Speichere approximierte Funktionen an den Shortcuts
- Reduziert Speicher um bis zu Faktor 10
- Aber: Selbst die Vorwärtssuche liefert jetzt nur noch approximierte Ankunftszeitintervalle!

Exakte Query (viele Phasen!):

- Phase 1: Vor-auf: Ankunfts-Intervall, Rück-auf: min/max-Intervall
- Phase 2: Vor-ab: Ankunfts-Intervall
- Phase 3: Rück-auf: Reisezeit-Intervall
  - Obere/untere Schranken jetzt nicht mehr global, sondern innerhalb des Ankunfts-Intervalls
- Baue Korridor-Suchgraph:
  - Alle Knoten, an denen Suchen sich treffen: Kandidaten C
  - Entpacke alle (approximierten) Shortcuts auf s–C–t-Pfaden
  - Distanzen auf diesem Graphen sind exakt, weil Originalkanten
- Phase 4: Time-Dependent Dijkstra im Korridor-Suchgraph
- Ca. Faktor 2 langsamer als CH-Query auf unapproximierten Shortcuts

Profilsuchen

Variante 1:

- Normale Profilsuche in der CH
- Langsam

Profilsuchen

Variante 1:

- Normale Profilsuche in der CH
- Langsam

Variante 2:

- Normale Profilsuche im Korridor (min/max, Approximation)
- Besser, aber es geht noch besser

Profilsuchen

Variante 1:

- Normale Profilsuche in der CH
- Langsam

Variante 2:

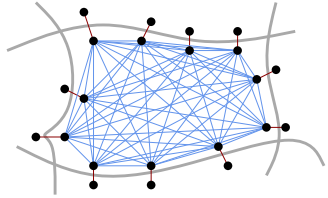
- Normale Profilsuche im Korridor (min/max, Approximation)
- Besser, aber es geht noch besser

Variante 3:

- Kontraktion des Korridors:
  - Halte Start- und Zielknoten fest
  - Führe exakte Kontraktion durch (Linken von Kanten, keine Approximation)
  - Priorisiere Knoten mit unkomplexen inzidenten Kanten
- Balancierte Berechnung

$\Rightarrow$ ca. 30 ms

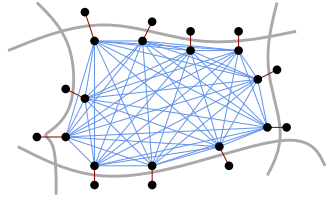
MLD (CRP)



Beobachtungen:

- Partitionierung metrik-unabhängig
- Viele Shortcuts/Overlay-Kanten
- Großer Vorteil von MLD (eigentlich):
  Komplettes Speicherlayout nach Partitionierung bekannt
- Uni-direktionale Anfragen möglich (Partition steuert Suchlevel)

MLD (CRP)



Beobachtungen:

- Partitionierung metrik-unabhängig
- Viele Shortcuts/Overlay-Kanten
- Großer Vorteil von MLD (eigentlich):
  Komplettes Speicherlayout nach Partitionierung bekannt
- Uni-direktionale Anfragen möglich (Partition steuert Suchlevel)

TDCRP:

- Speicherlayout hängt an Komplexität der Overlay-Kanten-Funktionen; die ist aber vorab unbekannt
- Lohnt sich noch das Speichern der kompletten Cliquen?
- Hilft geschickte Approximation?

Approximation (TDCRP)

Approximation hilft auch hier (sehr viel)

ε [%]	# Breakpoints	Lvl 1	Lvl 2	Lvl 3	Lvl 4	Lvl 5	Lvl 6
0	total	99 M	397 M	813 M	1 356 M	–	–
	per arc	21	69	188	507	–	–
0.1	total	65 M	126 M	142 M	121 M	68 M	26 M
	per arc	14	22	33	45	50	47
1.0	total	51 M	73 M	62 M	41 M	21 M	8 M
	per arc	11	13	14	15	15	14
10.0	total	28 M	28 M	19 M	12 M	6 M	1 M
	per arc	6	5	5	5	4	2

Approximation nach jedem Level.

Robustheit (Synth. TD Europe)

TDCRP robuster gegen Veränderungen in der Eingabe

	TCH		TDCRP	
Network	Pre. [s]	Q. [ms]	Cust. [s]	Q. [ms]
Europe	1 479	1.37	109	5.75
Europe, bad traffic	7 772	5.87	208	8.01
Europe, avoid highways	8 956	19.54	127	8.29

Approximation der Shortcuts

Problem:

- Hoher Speicherbedarf der Shortcuts

Ideen:

- Shortcuts nur approximieren → inexakte Anfragen
- Keine Gewichte am Shortcut speichern, stattdessen on-the-fly entpacken und Pfad linken → spart Speicher, kostet Laufzeit
- Speichere auf Shortcuts Über- und Unterapproximation der Funktionen
  - Induzieren wieder Korridor (aber genaueren als nur Min/Max!)
  - Entpacke Shortcuts im Korridor, dies gibt einen Teil des Originalgraphen
  - Benutze nun die nicht-approximierten Originalkanten für eine exakte Suche

Approximation der Shortcuts

Problem:

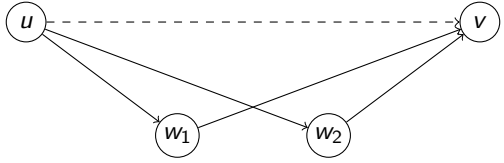
- Hoher Speicherbedarf der Shortcuts

Ideen:

- Keine Gewichte am Shortcut speichern, stattdessen on-the-fly entpacken und Pfad linken → spart Speicher, kostet Laufzeit

CATCHUp: Shortcuts

- Beobachtung: Kürzeste Reisezeit ändert sich häufiger als Pfad
- Shortcuts speichern
  - Zeitabhängige kürzeste Pfade – effiziente Entpackung
  - Zeitunabhängige Schranken – Pruning
- CATCHUp = CCH + Unpacking Shortcuts + viel Engineering



00:00	uw_1	w_1v
07:32	uw_2	w_2v
15:42	uw_1	w_1v

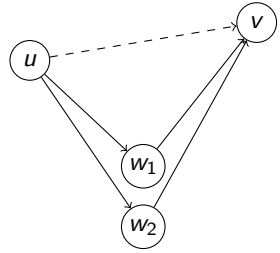
CATCHUp: Customization

Idee:

- CCH-Customization + Optimierungen
- Reisezeitfunktionen temporär speichern

Pruning mit Schranken:

- Precustomization mit oberen/unteren Schranken
- Dreiecke nach unterer Schranke sortieren



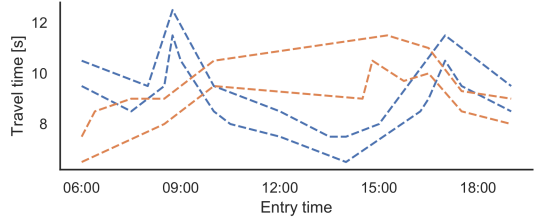
CATCHUp: Customization

Idee:

- CCH-Customization + Optimierungen
- Reisezeitfunktionen temporär speichern

Pruning mit Schranken:

- Precustomization mit oberen/unteren Schranken
- Dreiecke nach unterer Schranke sortieren



Approximation:

- Hüllkurven nutzen, wenn Funktionen zu komplex
- Beschleunige damit Merge-Operation:
  - Bestimme Bereiche, in denen sich Hüllkurven überlappen
  - Rekonstruiere nur da die exakten Profile

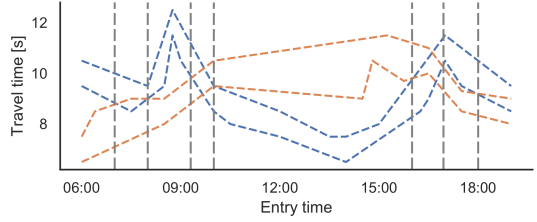
CATCHUp: Customization

Idee:

- CCH-Customization + Optimierungen
- Reisezeitfunktionen temporär speichern

Pruning mit Schranken:

- Precustomization mit oberen/unteren Schranken
- Dreiecke nach unterer Schranke sortieren



Approximation:

- Hüllkurven nutzen, wenn Funktionen zu komplex
- Beschleunige damit Merge-Operation:
  - Bestimme Bereiche, in denen sich Hüllkurven überlappen
  - Rekonstruiere nur da die exakten Profile

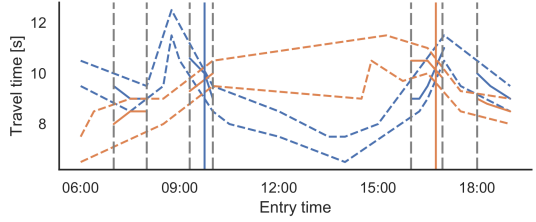
CATCHUp: Customization

Idee:

- CCH-Customization + Optimierungen
- Reisezeitfunktionen temporär speichern

Pruning mit Schranken:

- Precustomization mit oberen/unteren Schranken
- Dreiecke nach unterer Schranke sortieren



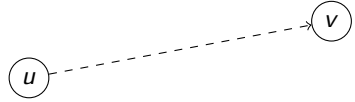
Approximation:

- Hüllkurven nutzen, wenn Funktionen zu komplex
- Beschleunige damit Merge-Operation:
  - Bestimme Bereiche, in denen sich Hüllkurven überlappen
  - Rekonstruiere nur da die exakten Profile

CATCHUp: Query

2 Phasen:

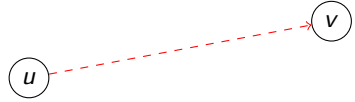
- Phase 1: Elimination-Tree-Query auf oberen/unteren Schranken
  - Liefert Ankunfts-Intervall an jedem Knoten
  - Extrahiere daraus Korridor-Suchgraph
- Phase 2: A* auf dem Korridor-Suchgraph
  - Entpacke Shortcuts „lazy“ bei Bedarf



CATCHUp: Query

2 Phasen:

- Phase 1: Elimination-Tree-Query auf oberen/unteren Schranken
  - Liefert Ankunfts-Intervall an jedem Knoten
  - Extrahiere daraus Korridor-Suchgraph
- Phase 2: A* auf dem Korridor-Suchgraph
  - Entpacke Shortcuts „lazy“ bei Bedarf



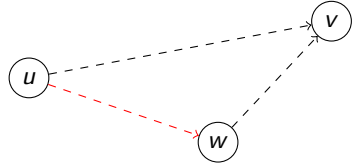
Lazy Auspacken/Relaxieren:

- Falls Originalkante: Relaxiere direkt
- Falls Shortcut: Entpacke Subkanten e_1, e_2
- e_1 kann selbst wieder Shortcut sein $\rightarrow$ Rekursion
- Füge e_2 zum Korridor hinzu

CATCHUp: Query

2 Phasen:

- Phase 1: Elimination-Tree-Query auf oberen/unteren Schranken
  - Liefert Ankunfts-Intervall an jedem Knoten
  - Extrahiere daraus Korridor-Suchgraph
- Phase 2: A* auf dem Korridor-Suchgraph
  - Entpacke Shortcuts „lazy“ bei Bedarf



Lazy Auspacken/Relaxieren:

- Falls Originalkante: Relaxiere direkt
- Falls Shortcut: Entpacke Subkanten e_1, e_2
- e_1 kann selbst wieder Shortcut sein $\rightarrow$ Rekursion
- Füge e_2 zum Korridor hinzu

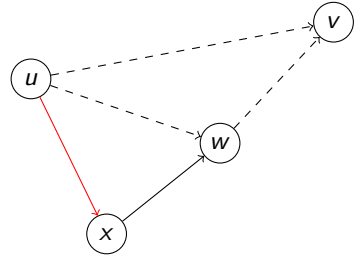
CATCHUp: Query

2 Phasen:

- Phase 1: Elimination-Tree-Query auf oberen/unteren Schranken
  - Liefert Ankunfts-Intervall an jedem Knoten
  - Extrahiere daraus Korridor-Suchgraph
- Phase 2: A* auf dem Korridor-Suchgraph
  - Entpacke Shortcuts „lazy“ bei Bedarf

Lazy Auspacken/Relaxieren:

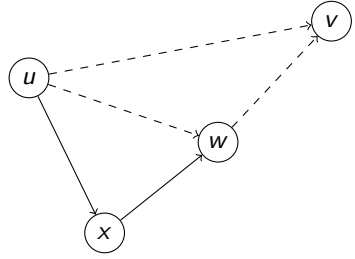
- Falls Originalkante: Relaxiere direkt
- Falls Shortcut: Entpacke Subkanten e_1, e_2
- e_1 kann selbst wieder Shortcut sein $\rightarrow$ Rekursion
- Füge e_2 zum Korridor hinzu



CATCHUp: Query

2 Phasen:

- Phase 1: Elimination-Tree-Query auf oberen/unteren Schranken
  - Liefert Ankunfts-Intervall an jedem Knoten
  - Extrahiere daraus Korridor-Suchgraph
- Phase 2: A* auf dem Korridor-Suchgraph
  - Entpacke Shortcuts „lazy“ bei Bedarf



Lazy Auspacken/Relaxieren:

- Falls Originalkante: Relaxiere direkt
- Falls Shortcut: Entpacke Subkanten e_1, e_2
- e_1 kann selbst wieder Shortcut sein $\rightarrow$ Rekursion
- Füge e_2 zum Korridor hinzu

Zielgerichtet:

- Phase 1 liefert untere Schranken
- Benutze diese als A*-Potentiale
- Beim Auspacken von Shortcuts: Propagiere Schranken zu neuen Knoten

CATCHUp: Preprocessing – Experimente

	CCH arcs	Expansions per arc			Index	Running time [s]	
	$[\cdot 10^3]$	Avg.	Max.	$= 1$ [%]	[GB]	Topo.	Cust.
Ber	1 977	1.039	31	98.6	0.09	1.5	6.2
Ger06	22 519	1.075	44	98.4	1.06	30.1	21.6
Ger17	31 488	1.090	107	98.5	1.50	35.0	107.4
Eur17	114 857	1.099	115	98.4	5.47	189.6	557.0
Eur20	128 921	1.191	109	96.9	6.32	209.6	1 039.5

Einfacher?

- Bis hierhin: Viele komplizierte Algorithmen
- Geht das nicht einfacher?

Einfacher?

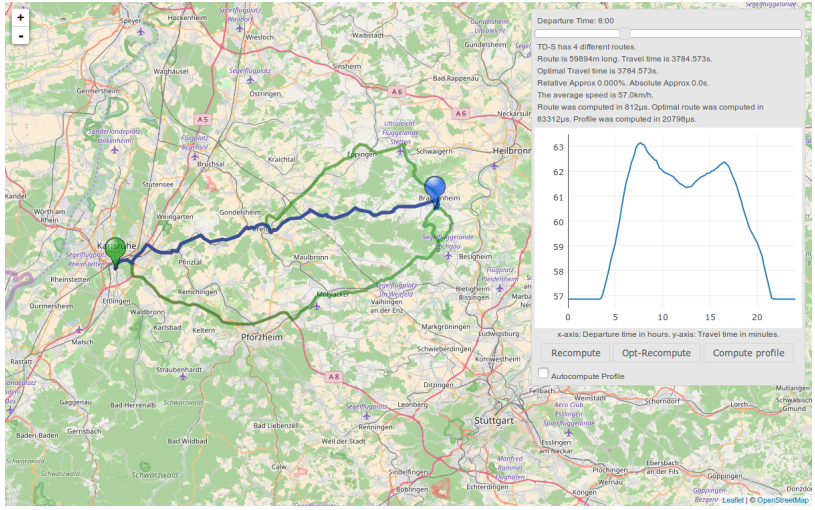
- Bis hierhin: Viele komplizierte Algorithmen
- Geht das nicht einfacher?
- Freeflow-Heuristik:
  - Berechne eine CH auf dem Lower-Bound-Graph
  - Berechne darauf den zeitunabhängig kürzesten Pfad
  - Rechne zeitabhängige Fahrzeit entlang des Pfads nach

Time-Dependent Sampling

Etwas ausgefeilter:

- Tag in charakteristische Abschnitte aufteilen
  Rush-Hour morgens, *mittags*, *Rush-Hour nachmittags*, *nachts*, *(live)*
- Zeit-unabhängiger Graph für jeden Abschnitt
  - Gewichte: Durchschnittliche Reisezeit pro Abschnitt
- Eine (C)CH pro Abschnitt
- Zeit-unabhängiger kürzester Pfad pro Abschnitt
- Pfade zu Subgraph vereinigen
- **Earliest Arrival**: TD-Dijkstra in Subgraph
- **Profil**: Alle 10 min. TD-Dijkstra in Subgraph

Time-Dependent Sampling



A* Revisited

- Vorberechnung: CH auf Lower-Bound-Graph $\underline{G}$
- Query: A* mit Distanz zum Ziel in $\underline{G}$ als Potential
- Berechne Potentiale on-the-fly mit Lazy RPHAST

Performance EA Queries: Ger06

	Prepro.	Custom.	Space	Query	Rel. error [%]	
	Cores × [s]	Cores × [s]	[GB]	[ms]	Avg.	Max.
TD-Dijkstra	–	–	-	525.48	–	–
TDCALT	540	–	0.23	5.36	–	–
TDCALT-K1.15	540	–	0.23	1.87	0.050	13.840
eco L-SHARC	4 680	–	1.03	6.31	–	–
heu SHARC	12 360	–	0.64	0.69	n/r	0.610
KaTCH	16 × 170	–	4.66	0.63	–	–
TCH	8 × 378	8 × 74	4.66	0.75	–	–
ATCH (1.0)	8 × 378	8 × 74	1.12	1.24	–	–
ATCH (∞)	8 × 378	8 × 74	0.55	1.66	–	–
inex. TCH (0.1)	8 × 378	8 × 74	1.34	0.70	0.020	0.100
inex. TCH (1.0)	8 × 378	8 × 74	1.00	0.69	0.270	1.010
TD-CRP (0.1)	16 × 273	16 × 16	0.78	1.92	0.050	0.250
TD-CRP (1.0)	16 × 273	16 × 8	0.36	1.66	0.680	2.850
TD-S+9	547	–	3.61	1.67	0.001	1.523
CATCHUp	16 × 31	16 × 18	1.06	0.70	–	–
CH-Potentials	59	–	0.19	4.50	–	–

Performance Profil: Ger06

	Run T. [ms]
eco SHARC	47 388
heu SHARC	847
TCH	95.5
ATCH (2.5)	38.7
TD-S+P4	19.5
TD-S+P9	22.2
CATCHUp	83.6

Performance EA Queries: Ger17

	Prepro.	Custom.	Space	Query	Rel. error [%]	
	Cores × [s]	Cores × [s]	[GB]	[ms]	Avg.	Max.
TD-Dijkstra	–	–	–	869.79	–	–
KaTCH	16 × 874	–	42.81	1.38	–	–
TD-S+9	617	–	5.28	2.28	0.001	0.963
CATCHUp	16 × 35	16 × 92	1.50	1.87	–	–

Performance EA Queries: Eur17

	Prepro.	Custom.	Space	Query	Rel. error [%]	
	Cores × [s]	Cores × [s]	[GB]	[ms]	Avg.	Max.
TD-Dijkstra	–	–	–	2 581.16	–	–
KaTCH	16 × 3 089	–	146.97	OOM	–	–
TD-S+9	3 368	–	18.84	4.03	0.002	1.159
CATCHUp	16 × 196	16 × 479	5.48	4.50	–	–
CH-Potentials	293	–	1.10	89.70	–	–

Literatur I

- Daniel Delling:
  Engineering and Augmenting Route Planning Algorithms
  Ph.D. Thesis, Universität Karlsruhe (TH), 2009.
- Veit Batz, Daniel Delling, Peter Sanders, Christian Vetter:
  Time-Dependent Contraction Hierarchies
  In: *Proceedings of the 11th Workshop on Algorithm Engineering and Experiments (ALENEX'09)*, 2009.
- Gernot Veit Batz, Robert Geisberger, Peter Sanders, Christian Vetter:
  Minimum Time-Dependent Travel Times with Contraction Hierarchies
  In: *Journal of Experimental Algorithmics*, 2013.
- Moritz Baum, Julian Dibbelt, Thomas Pajor, Dorothea Wagner:
  Dynamic Time-Dependent Route Planning in Road Networks with User Preferences
  In: *Proceedings of the 9th International Symposium on Experimental Algorithms (SEA'16)*, 2016.

Literatur II

- Ben Strasser: **Dynamic Time-Dependent Routing in Road Networks Through Sampling**
  In: *17th Workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modelling, Optimization, and Systems (ATMOS'17)*, 2017.
- Ben Strasser, Dorothea Wagner, Tim Zeitz: **Space-efficient, Fast and Exact Routing in Time-dependent Road Networks**
  In: *Proceedings of the 28th Annual European Symposium on Algorithms (ESA'20)*
- Ben Strasser, Tim Zeitz: **A Fast and Tight Heuristic for A* in Road Networks**
  In: *Proceedings of the 19th International Symposium on Experimental Algorithms (SEA'21)*