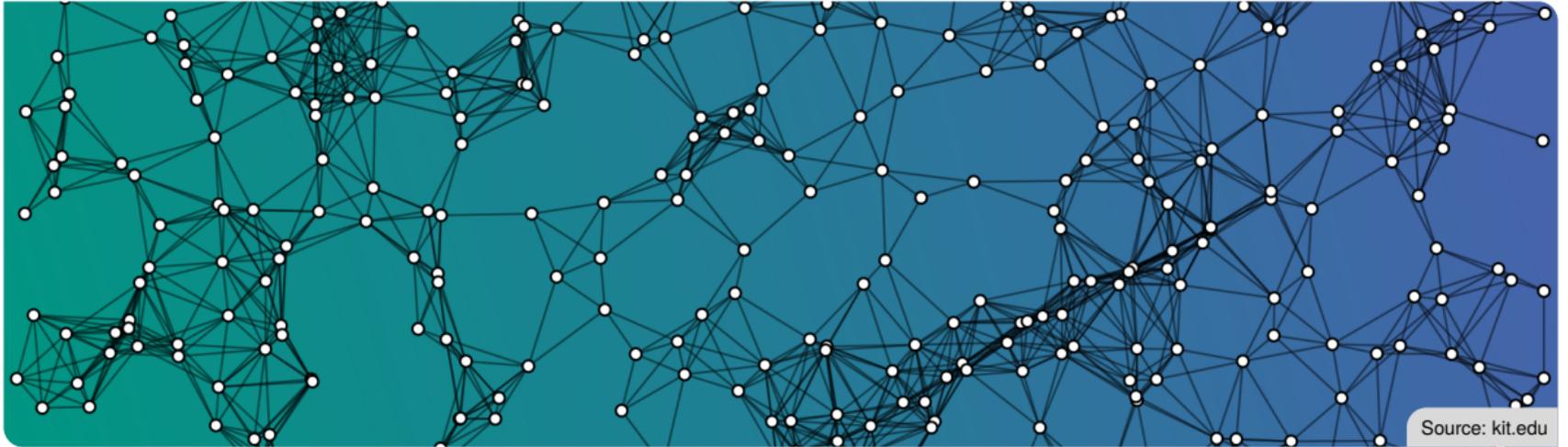


Solo Chess ist NP-vollständig

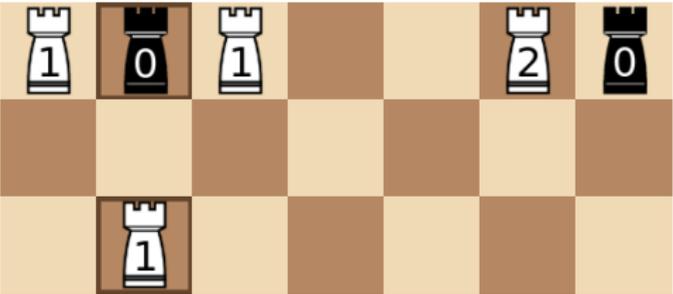
Basierend auf: Chess is Hard Even for a Single Player

Kolja Kühn | 30. November 2023

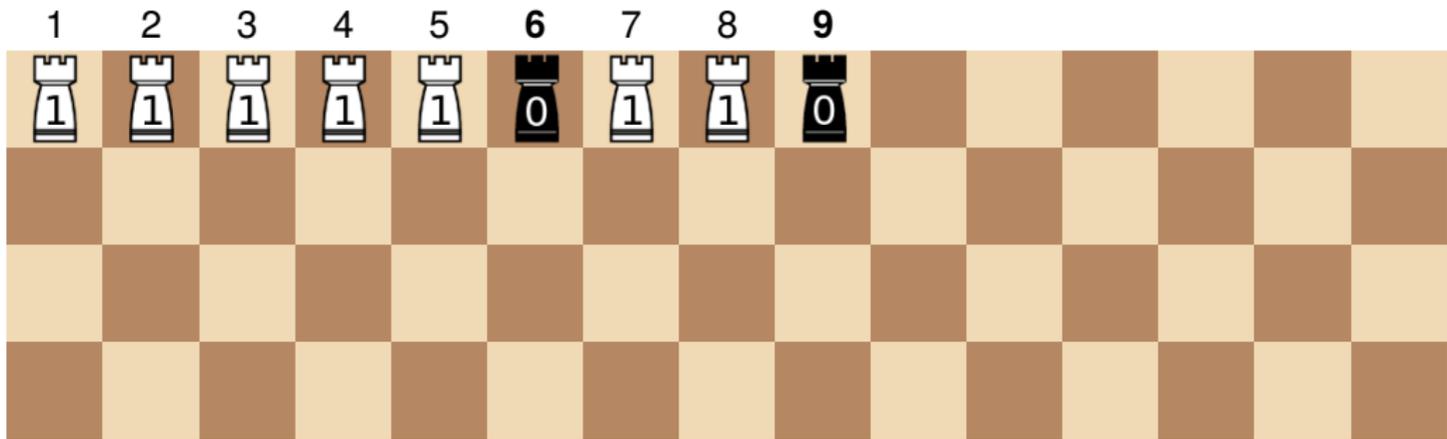
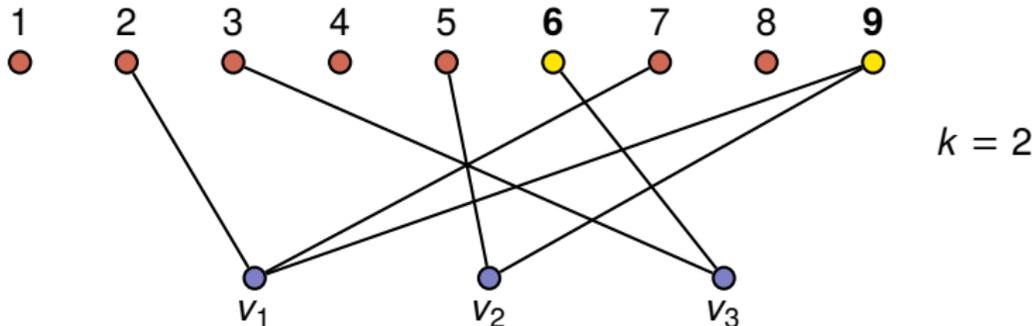


Solo Chess Beispiel

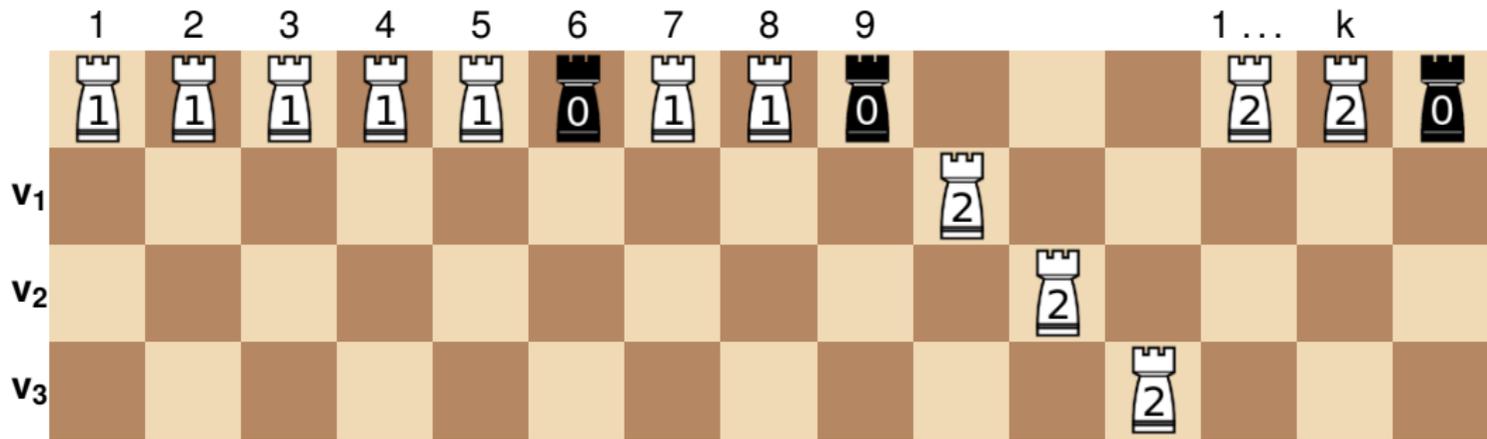
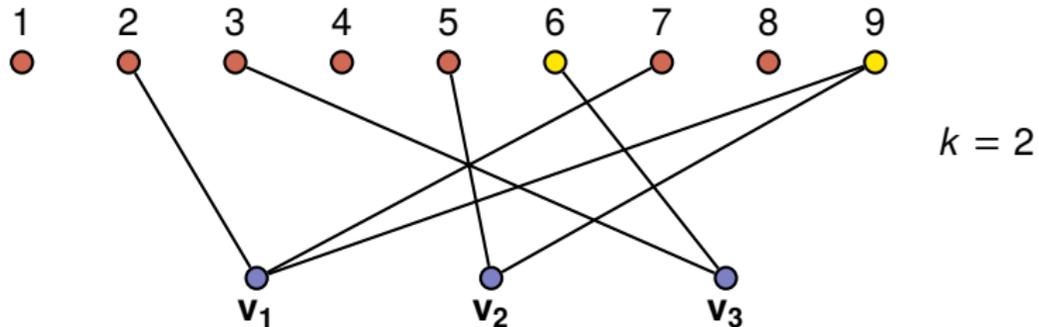
■ Ja, diese Instanz ist lösbar!



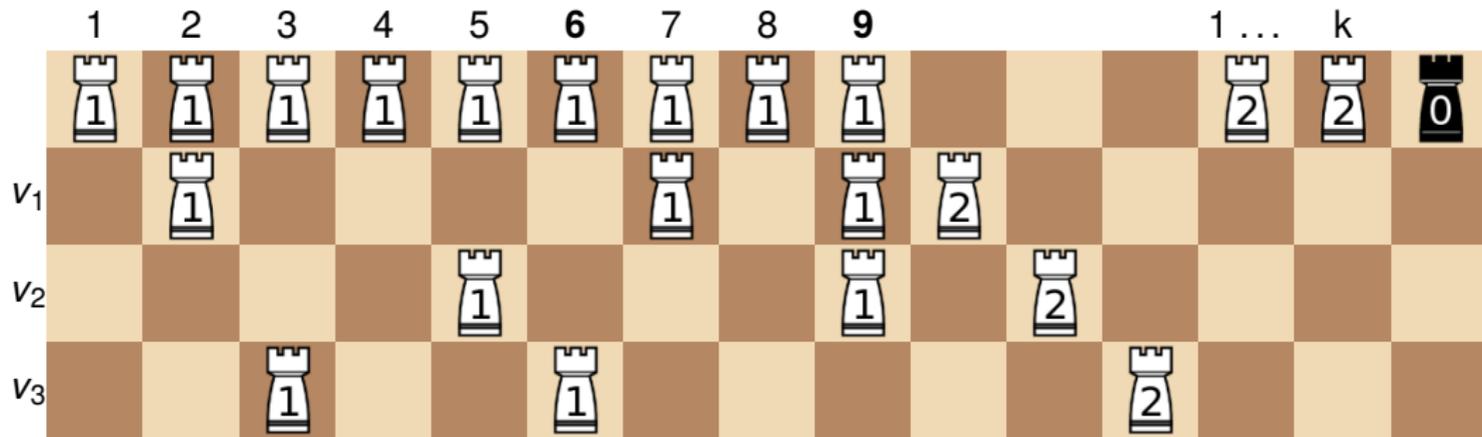
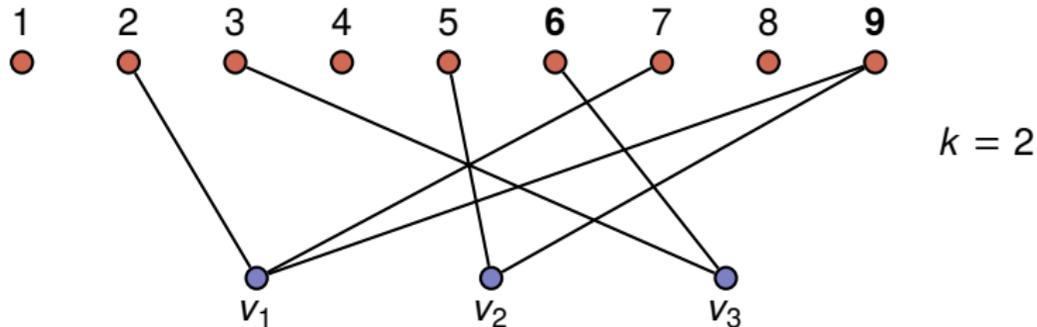
Reduktion von Red-Blue Dominating Set



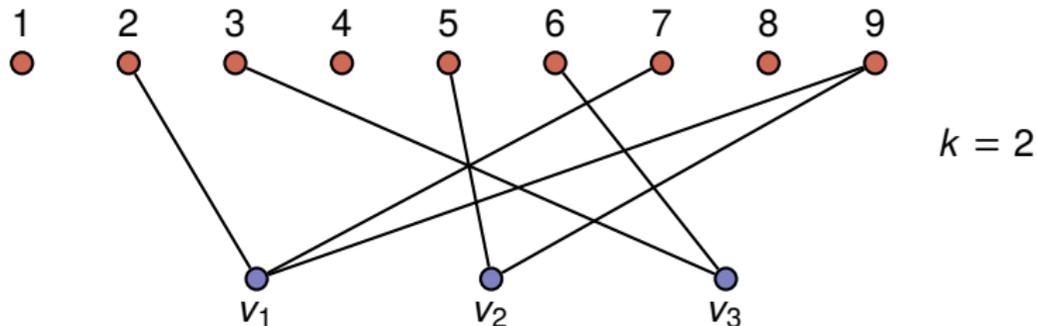
Reduktion von Red-Blue Dominating Set



Reduktion von Red-Blue Dominating Set

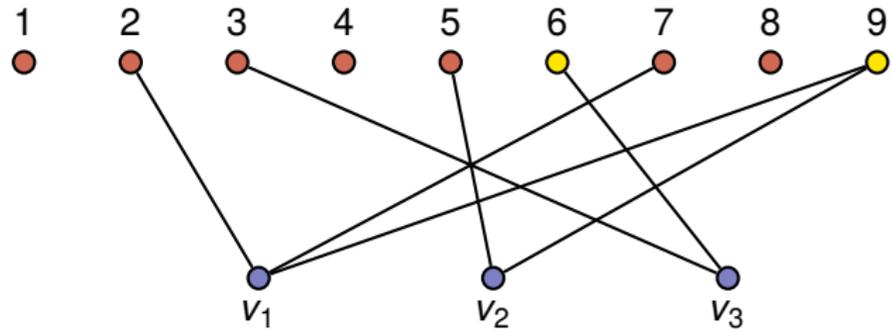


Reduktion von Red-Blue Dominating Set



- Wollen zeigen: Red-Blue Dominating Set Instanz ist lösbar \iff korrespondierende Solo Chess Instanz lösbar
- Zunächst \implies : Sei die Red-Blue Dominating Set Instanz lösbar
- Geg. Lösung $S \subseteq R$, wähle für jeden Knoten $v_i \in B$ einen benachbarten S -Knoten $s(v_i)$ aus

Reduktion von Red-Blue Dominating Set

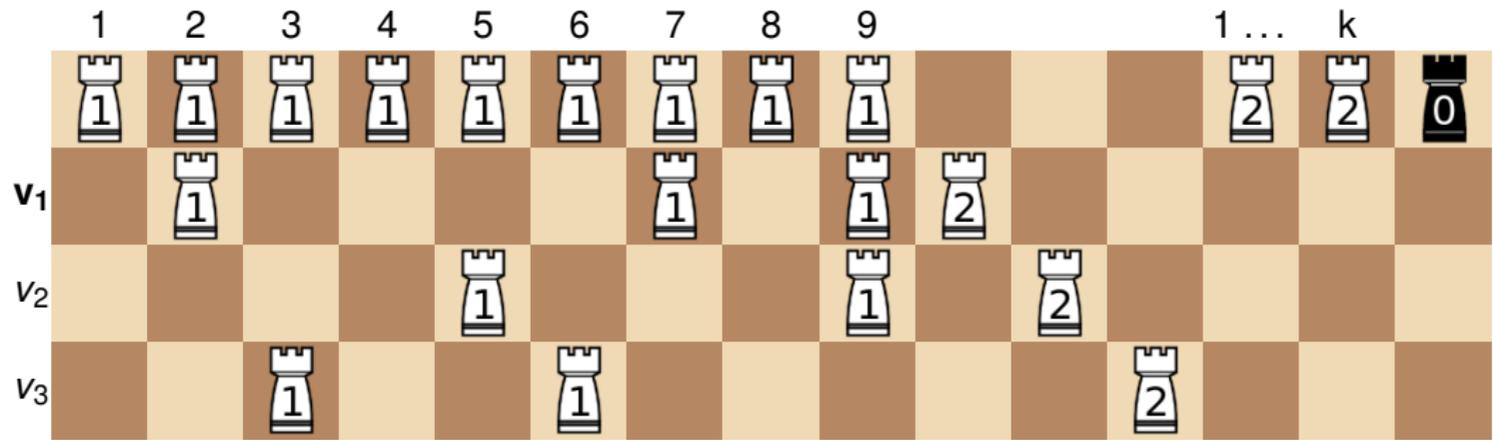


$k = 2$

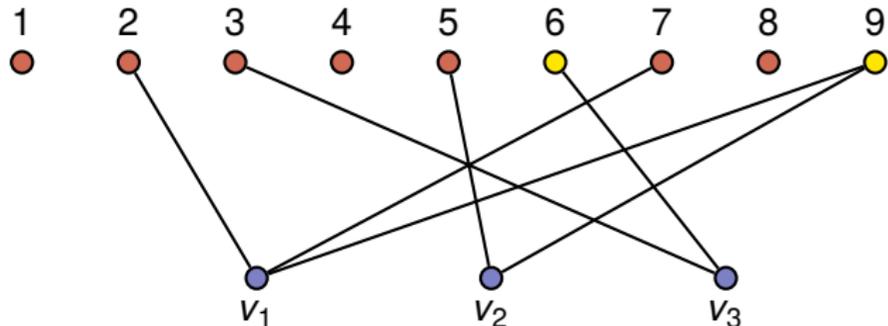
$$s(v_1) = 9$$

$$s(v_2) = 9$$

$$s(v_3) = 6$$



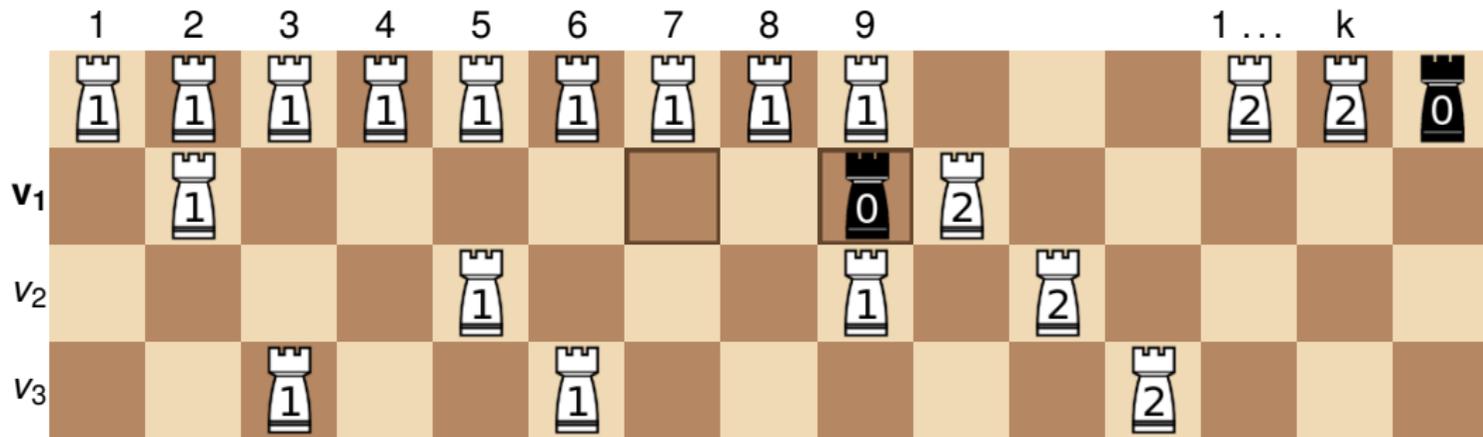
Reduktion von Red-Blue Dominating Set


 $k = 2$

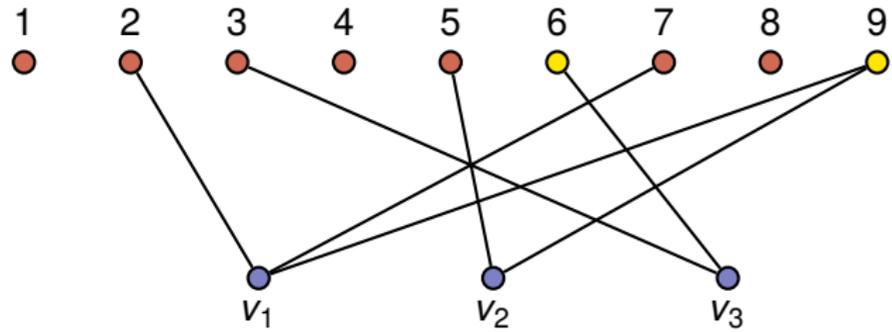
$$s(v_1) = 9$$

$$s(v_2) = 9$$

$$s(v_3) = 6$$



Reduktion von Red-Blue Dominating Set

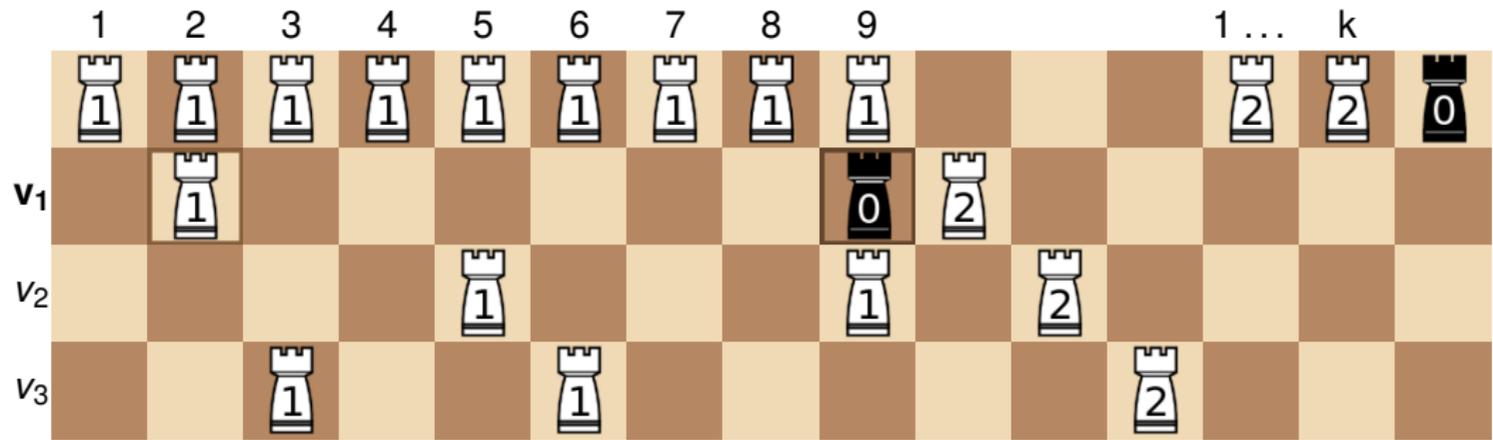


$k = 2$

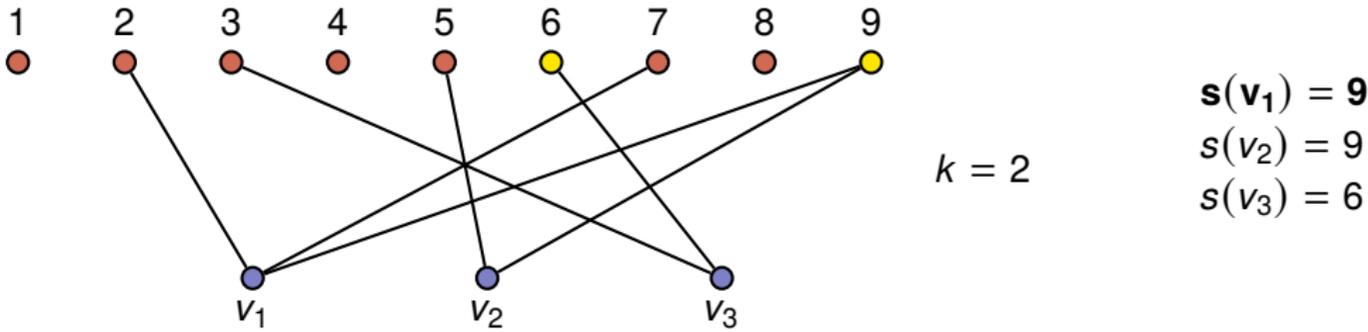
$$s(v_1) = 9$$

$$s(v_2) = 9$$

$$s(v_3) = 6$$

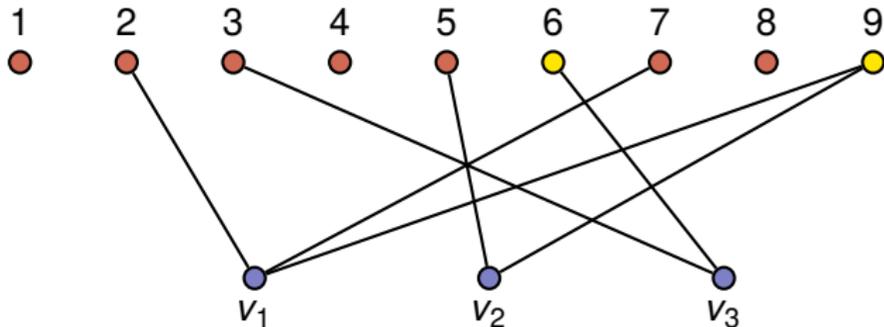


Reduktion von Red-Blue Dominating Set



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	k	
v₁	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	0
v₂					1				1	2		
v₃			1			1				2		

Reduktion von Red-Blue Dominating Set

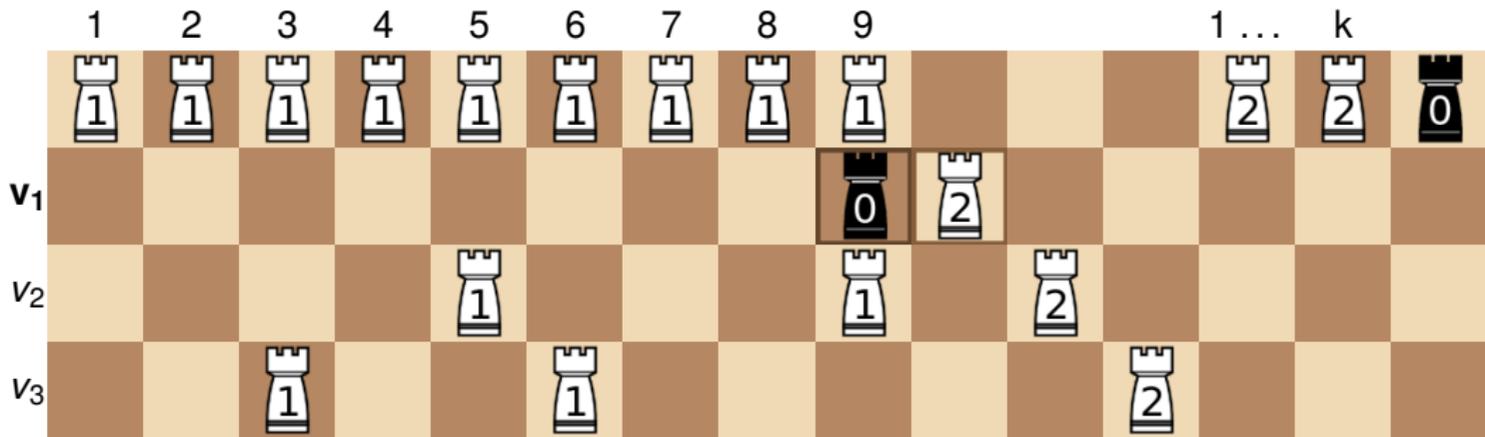


$k = 2$

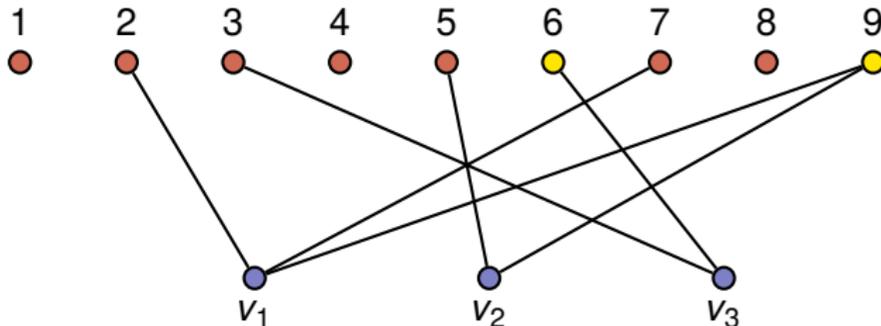
$$s(v_1) = 9$$

$$s(v_2) = 9$$

$$s(v_3) = 6$$



Reduktion von Red-Blue Dominating Set

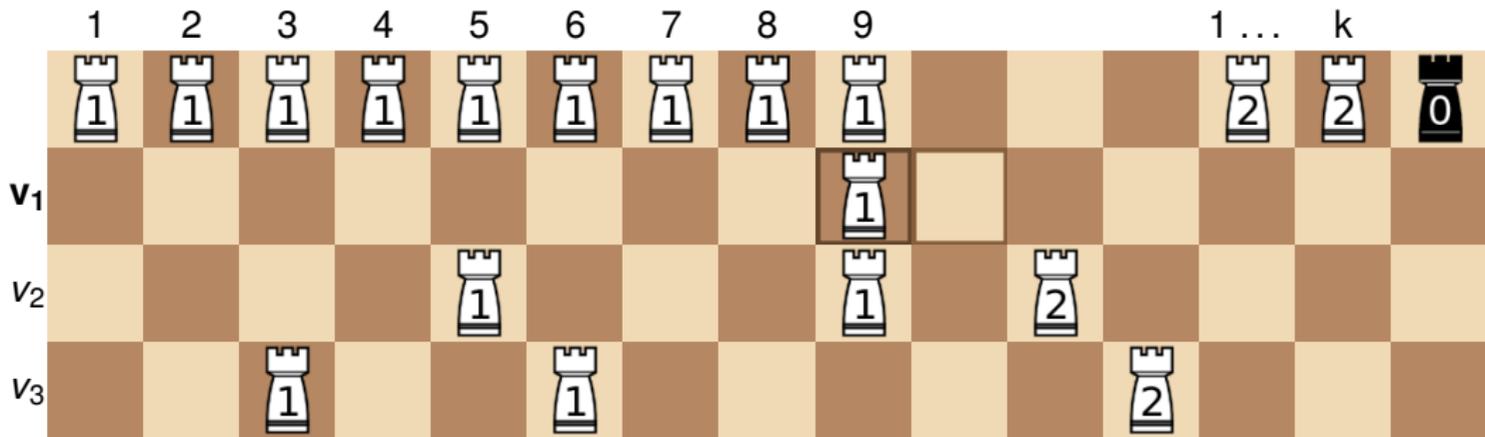


$k = 2$

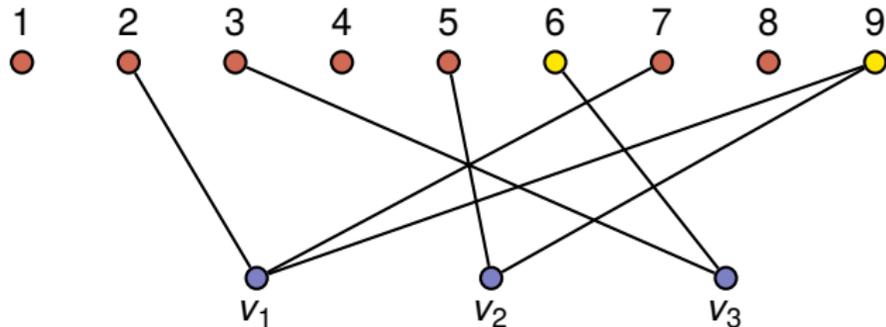
$$s(v_1) = 9$$

$$s(v_2) = 9$$

$$s(v_3) = 6$$



Reduktion von Red-Blue Dominating Set

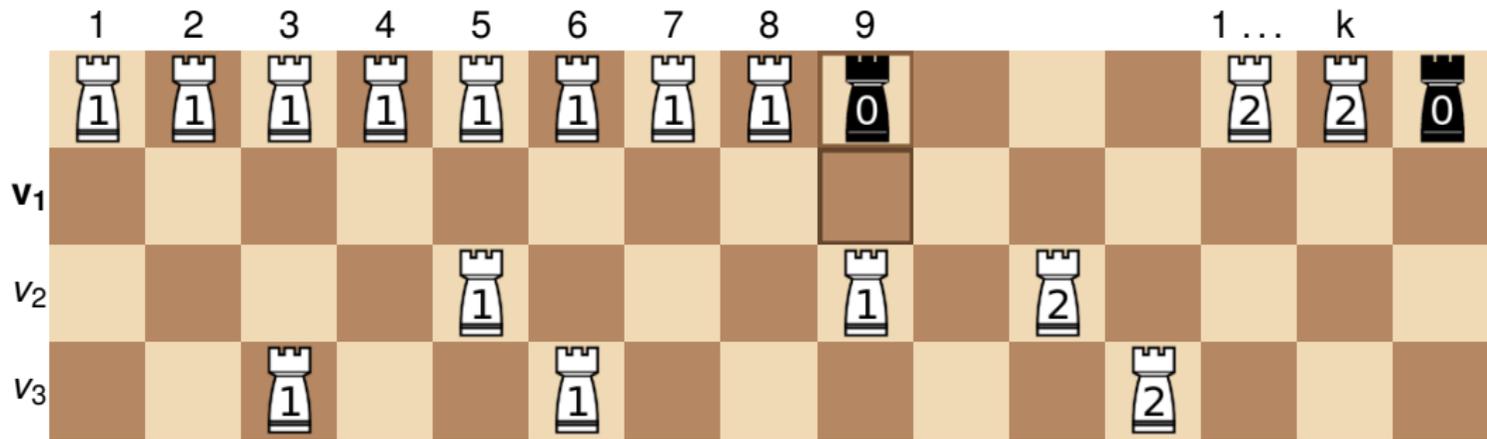


$k = 2$

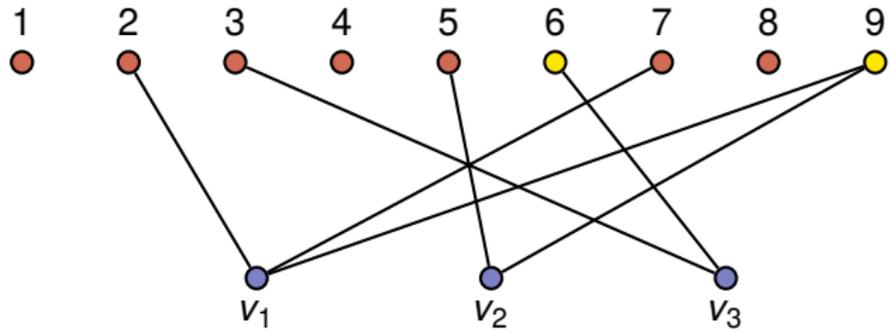
$s(v_1) = 9$

$s(v_2) = 9$

$s(v_3) = 6$



Reduktion von Red-Blue Dominating Set

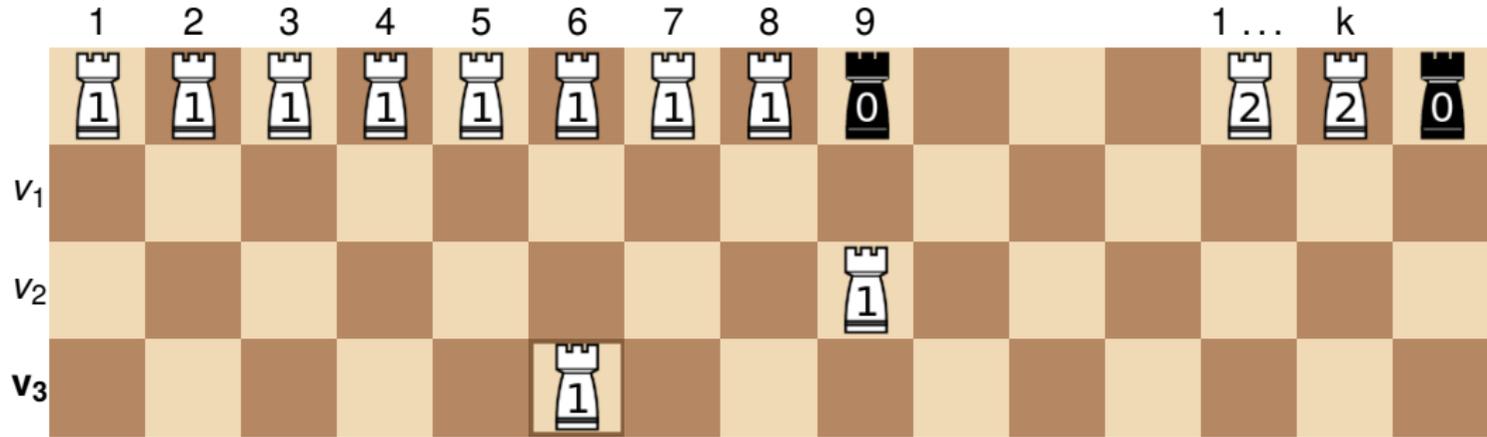


$k = 2$

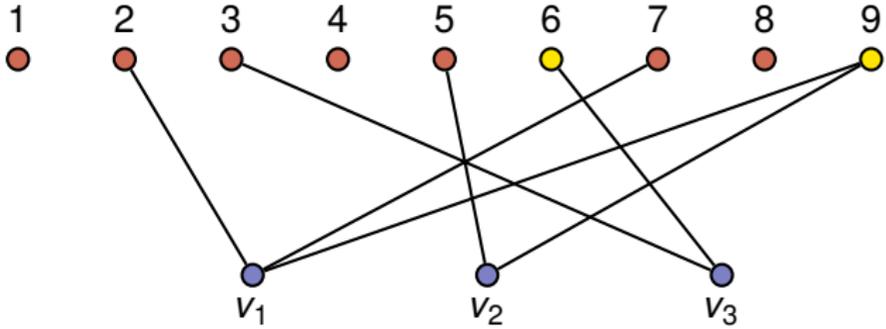
$$s(v_1) = 9$$

$$s(v_2) = 9$$

$$s(v_3) = 6$$



Reduktion von Red-Blue Dominating Set



$k = 2$

$$\begin{aligned}
 s(v_1) &= 9 \\
 s(v_2) &= 9 \\
 s(v_3) &= 6
 \end{aligned}$$

Lösbar nach **Lemma**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 ... k		
v_1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	2	2	0
v_2												
v_3												

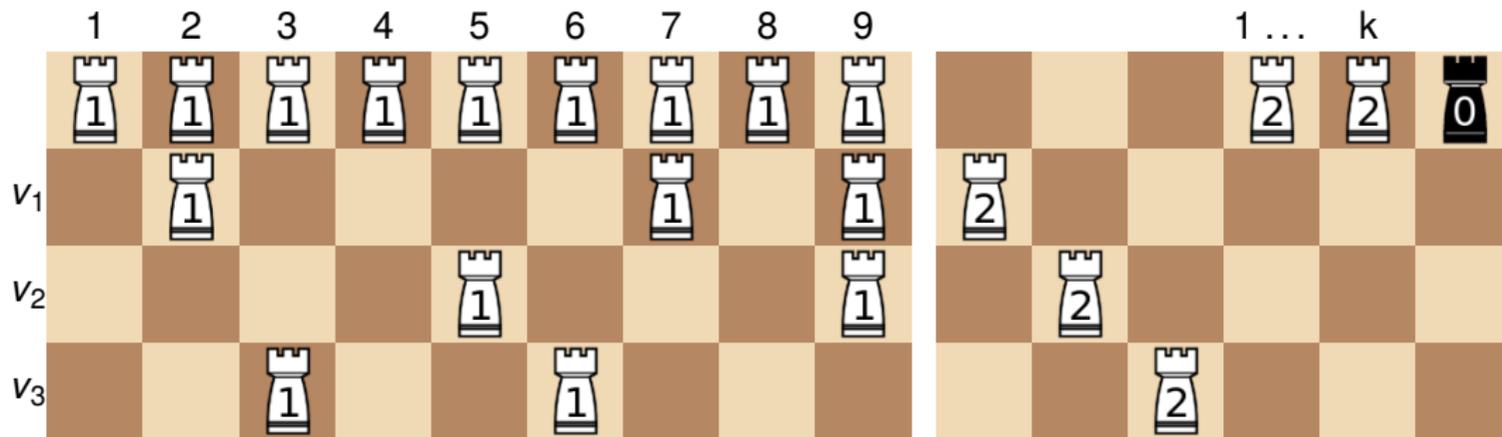
Haben gesehen:

- Können zu Red-Blue Dominating Set Instanz D eine passende Solo Chess Instanz C bauen
- Können aus Lösung von D eine Lösung von C finden
- Dabei werden rote Türme „ausgewählt“, die zu einer Lösung S von D korrespondieren
- Wenn also D lösbar ist, dann auch C

Nun Rückrichtung: C lösbar \rightarrow D lösbar

Reduktion Rückrichtung

- Beobachtung 1:** Zu jedem Zeitpunkt haben alle Türme in der linken Hälfte höchstens einen verfügbaren Schlagzug.



Reduktion Rückrichtung

- **Beobachtung 1:** Zu jedem Zeitpunkt haben alle Türme in der linken Hälfte höchstens einen verfügbaren Schlagzug.
- **Beobachtung 2:** Die finale Konfiguration einer Lösung endet mit einem Turm in der ersten Zeile.
 - Denn der rechte 0-Turm kann die erste Zeile nicht verlassen (!)

