BLATT 1:

1 a) Algo schaut oBdA a,b als erstes an. Nochmal die beiden anzuschauen liefert ihm keine neue Information, also muss er eins davon mit c vergleichen. Der Algo ist deterministisch, also wissen wir, ob er als nächstes c mit $\max(a,b)$ oder $\min(a,b)$ vergleicht.

Falls $\max(a,b)$ wähle $c < \max(a,b)$, dann weiß der Algo nichts über Reihenfolge von c und $\min(a,b)$ und braucht 3. Vergleich

Falls $\min(a,b)$ $\rightsquigarrow$ analog

1b)

Algo: rate das mittlere Element.

Falls richtig, kann mit 2 Vergleichen die Ordnung der äußeren Elemente gefunden werden.

Falls falsch, sind alle 3 Vergleiche nötig

$\mathbb{P}(\text{mittleres geraten}) = 1/3$

$\Rightarrow \mathbb{E}(\text{Vergleiche}) = 2 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$

2) $n = |S'| \qquad m = |S|$

$$\mathbb{P}\left(A(S)\big|_{S'} = \pi\right) = \frac{1}{m!} \cdot \binom{m}{n} \cdot (m-n)!$$

Permutationen Komplettes Set

Interessante an diesen Positionen

andere in jeder Reihenfolge

$$= \frac{1}{\cancel{m!}} \frac{\cancel{m!}}{n! \cdot \cancel{(m-n)!}} \cdot \cancel{(m-n)!}$$

$$= \frac{1}{n!} = \mathbb{P}\left(A(S') = \pi\right)$$

3) verschiedene Ideen, z.B. Baum aufbauen und jeweils Wahrscheinlichkeiten beachten, oder alle Permutationen der Zahlen 1..9 bestimmen und jeweils 1 aufsummieren, falls ein Präfix der Permutation ein Gewinn-Zustand ist

X: 58.5%
O: 28.8%

4a) $p=0 \rightsquigarrow$ unterste Ebene alles 0
darüber alles 1
usw, abwechselnd
weil Tiefe $= 2^k \rightsquigarrow$ Root ist 0

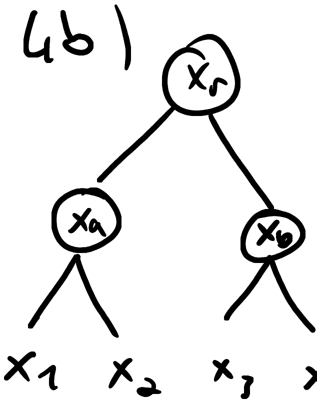
$p=1 \rightsquigarrow$ analog, immer 1

Wahrscheinlichkeitsverteilung:

$p=0 \rightsquigarrow \mathbb{P}(X=0)=1$
$\mathbb{P}(X=1)=0$

$p=1 \rightsquigarrow \mathbb{P}(X=0)=0$
$\mathbb{P}(X=1)=1$

4b)



$\mathbb{P}(x_a = 1) = \mathbb{P}(x_3 = 0)\,\mathbb{P}(x_4 = 0) = (1-p)^2$

Suche also

$$p \overset{!}{=} (1-p)^2 = 1 - 2p + p^2$$

$$0 = \underbrace{1}_{c} - \underbrace{3}_{b}p + \underbrace{p^2}_{a}$$

$$p = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4\cdot 1\cdot 1}}{2\cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$p \approx 0.382$

zweite Lösung $p \approx 2.61$ ↯ ignorieren wir

4c) $\mathbb{P}(X_r = 1) = \left(1 - (1-p)^2\right)^2 \overset{!}{=} p$

$\rightsquigarrow$ Polynomdivision oder „scharfes Hinsehen" (gleiche Struktur wie in b) zeigt:

4 Lösungen: 0, 1, 0.382, 2.618

$\hat{\llcorner}$ > 1 ↯

Weil das die einzigen Fixpunkte sind und die Funktion stetig ist, muss das Verhalten zwischen zwei Fixpunkten überall gleich sein ⇒ Probiere beliebigen Wert dazwischen.

Also: $\mathbb{P}(X_r = 1) < p$ für $p \in (0, 0.382)$

$\mathbb{P}(X_r = 1) > p$ für $p \in (0.382, 1)$

$\mathbb{P}(X_r = 1) = p$ für $p \in \{0, 1, 0.382\}$

4d) Trivial:

$p = 0 \quad \lim_{n \to \infty} \mathbb{P}(X_r = 1) = 0$ (s. Aufg. a)

$p = 1 \quad \lim_{n \to \infty} \mathbb{P}(X_r = 1) = 1$ (s. Aufg. a)

$p = 0.382 \quad \lim_{n \to \infty} \mathbb{P}(X_r = 1) = 0.382$ (s. Aufg. c)

Spannender:

$p \in (0, 0.38)$ Funktion (siehe c) ist immer $f(x) < x$ und monoton steigend $\Rightarrow$ konvergiert also zu 0

$p \in (0.38, 1)$ Funktion (siehe c) ist immer $f(x) > x$ und monoton steigend $\Rightarrow$ konvergiert also zu 1