

Übungsblatt 6

Abgabe bis 01. Februar 2024

Aufgabe 1: Triangulierung Konzyklischer Punkte $3 + 3 + 2 = 8$ Punkte

Gegeben sei ein Polygon P mit n Punkten, die alle auf einem gemeinsamen Kreis liegen. Dabei seien die Distanzen zwischen je zwei Punkten paarweise verschieden.

Ziel dieser Aufgabe ist es, einen Algorithmus zu konstruieren, der eine optimale Triangulierung (bzgl. lexikografischer Ordnung der Winkelvektoren) von P findet.

Teilaufgabe (a) Wir definieren als *Längen-Vektor* die aufsteigend sortierten Längen der eingefügten Kanten einer Triangulierung von P . Analog zum Winkel-Vektor ordnen wir Längen-Vektoren lexikografisch. Zeigt, dass eine Triangulierung genau dann optimal ist, wenn sie den Längen-Vektor maximiert.

Teilaufgabe (b) Der *schwache Dualgraph* G^* eines triangulierten, geometrischen Graphen G enthält einen Knoten für jedes Dreieck in G (wobei die äußere Facette nicht berücksichtigt wird). Zwei Knoten in G^* sind genau dann verbunden, wenn sich die zugehörigen Facetten in G eine Kante teilen. Zeigt, dass der schwache Dualgraph einer optimalen Triangulierung von P ein Pfad ist.

Teilaufgabe (c) Skizziert einen Algorithmus, der in $\mathcal{O}(n)$ Zeit eine optimale Triangulierung von P findet.

Aufgabe 2: MST und Delaunay-Triangulierung 6 Punkte

Gegeben eine Menge von Punkten P in der Ebene, ist der *Minimale Spannbaum* (MST) ein Baum mit in Summe minimaler Kantenlänge, der alle Punkte aus P miteinander verbindet.

Zeigt, dass der MST von P in der Delaunay-Triangulierung von P enthalten ist.

Aufgabe 3: Da geht mir ein Knicklicht auf!

6 Punkte

Ein planarer Graph ist *knickfrei orthogonal zeichenbar*, wenn man ihn so zeichnen kann, dass jede Kante eine horizontale oder vertikale Strecke ist. Die *Winkelkomplexität* einer knickfreien orthogonalen Zeichnung beschreibt die kleinste Zahl k , sodass jede innere Facette maximal $k \cdot 270^\circ$ Winkel enthält und die äußere Facette maximal $k + 4$.

Zeigt, dass es sogar für (kleines) konstantes k NP-schwer ist, zu entscheiden, ob es für einen planaren Graphen eine knickfreie orthogonale Zeichnung mit Winkelkomplexität höchstens k gibt.

