

# Übungsblatt 1

Abgabe bis 9. November 2023

## Organisatorisches:

- Für das Lösen der Übungsaufgaben habt ihr *zwei Wochen* Zeit.
- Die Abgabe erfolgt per E-Mail an `alggeom_abgaben@lists.kit.edu`.
- Die Bearbeitung darf in Zweiergruppen (empfohlen) oder alleine erfolgen.

## Aufgabe 1: *Mysteriöse Meteoriten*

5 + 5 Punkte

**Teilaufgabe (a)** Letzte Nacht sind  $n$  Meteoriten eingeschlagen. Überraschenderweise sind alle resultierenden Krater perfekte Kreise mit dem exakt selben Radius. Aufgrund dessen möchte ein Forschungsteam den Ort des Geschehens absperren, um ihn ungestört untersuchen zu können. Sie möchten eine zusammenhängende Sperrzone errichten und dabei möglichst wenig Absperrband verbrauchen. Gebt einen möglichst *einfachen und effizienten* Algorithmus an, der für  $n$  gegebene Kreise mit Radius  $r$  die Sperrzone bestimmt. Argumentiert kurz, warum euer Algorithmus korrekt ist.

**Teilaufgabe (b)** Erneut gab es Meteoriteneingeschläge, dieses Mal allerdings nur zwei. Interessanterweise hatten beide Meteoriten höchst ungewöhnliche physikalische Eigenschaften, welche dafür sorgen, dass ihre Krater konvexe Polygone sind. Da die Meteoriten sehr nah beieinander eingeschlagen sind, überlappen sich allerdings die beiden Krater und somit hat der resultierende gemeinsame Krater eine recht komplizierte Form.

Beim letzten Einsatz gab es Beschwerden über den Platzverbrauch der Absperrung, deshalb möchte das Forschungsteam dieses Mal nur genau den Umriss der Krater absperren und packt dazu Absperrband und Pfosten (zum Umlenken des Absperrbandes) ein. Leider ist die genaue Form des kombinierten Kraters nicht bekannt. Durch astronomische Beobachtungen konnte allerdings festgestellt werden, dass die individuellen Krater der beiden einzelnen Meteoriten jeweils  $n$  beziehungsweise  $m$  Ecken haben würden. Wie viele Pfosten sollte das Forschungsteam für den schlimmsten Fall mitnehmen?

## Aufgabe 2: *Konvexe Hülle per Divide and Conquer*

3 + 2 Punkte

**Teilaufgabe (a)** Seien  $P_1$  und  $P_2$  zwei sich nicht überlappende konvexe Polygone mit insgesamt  $n$  Knoten. Gebt einen Linearzeitalgorithmus an, der die konvexe Hülle von  $P_1 \cup P_2$  berechnet.

**Teilaufgabe (b)** Gebt einen Divide-and-Conquer Algorithmus an, der die konvexe Hülle von  $n$  Punkten in  $O(n \log n)$  Zeit berechnet.

### **Aufgabe 3: Luftaufnahmen**

**5 Punkte**

Ihr habt euch eine Kameradrohne gekauft und seid irgendwo in die Wildnis gefahren, um ein paar schöne Fotos aufzunehmen. Leider (zum Glück?) darf in Naturschutzgebieten nicht mit Drohnen geflogen werden. Ihr möchtet deshalb auf Nummer sicher gehen und genau prüfen, ob das Fliegen erlaubt ist.

Das für euren Standort (Punkt  $p$ ) eventuell in Frage kommende Naturschutzgebiet ist ein Polygon  $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ . Gebt einen effizienten Algorithmus an, der entscheidet, ob ihr euch innerhalb, auf dem Rand oder außerhalb des Naturschutzgebietes befindet.

Habt ihr alle Sonderfälle beachtet?