Algorithmische Geometrie

Aktivsession 3

Dualität

Punkt $\boldsymbol{p}$: (p_x, p_y) | **Gerade $\boldsymbol{g}$:** $y = g_x \cdot x - g_y$

Dualität

Punkt p: (p_x, p_y)

Was muss für p gelten, damit $p \in g$?

(Wie müssen wir p_y abh. von p_x wählen?)

Gerade g: $y = g_x \cdot x - g_y$

Dualität

Punkt p: (p_x, p_y)

Was muss für p gelten, damit $p \in g$?

(Wie müssen wir p_y abh. von p_x wählen?)

$$p_y = g_x \cdot p_x - g_y$$

Gerade g: $y = g_x \cdot x - g_y$

Dualität

Punkt $\boldsymbol{p}$: (p_x, p_y)

Was muss für p gelten, damit $p \in g$?

(Wie müssen wir p_y abh. von p_x wählen?)

$$p_y = g_x \cdot p_x - g_y$$

Gerade $\boldsymbol{g}$: $y = g_x \cdot x - g_y$

Was muss für g gelten, damit $p \in g$?

(Wie müssen wir g_y abh. von g_x wählen?)

Dualität

Punkt p: (p_x, p_y)

Was muss für p gelten, damit $p \in g$?

(Wie müssen wir p_y abh. von p_x wählen?)

$$p_y = g_x \cdot p_x - g_y$$

Gerade g: $y = g_x \cdot x - g_y$

Was muss für g gelten, damit $p \in g$?

(Wie müssen wir g_y abh. von g_x wählen?)

$$g_y = p_x \cdot g_x - p_y$$

Dualität

Punkt p: (p_x, p_y)

Was muss für p gelten, damit $p \in g$?

(Wie müssen wir p_y abh. von p_x wählen?)

$$p_y = g_x \cdot p_x - g_y$$

Gerade g: $y = g_x \cdot x - g_y$

Was muss für g gelten, damit $p \in g$?

(Wie müssen wir g_y abh. von g_x wählen?)

$$g_y = p_x \cdot g_x - p_y$$

Dualität: Gerade und Punkte sind austauschbar

Dualität

Punkt p: (p_x, p_y)

Was muss für p gelten, damit $p \in g$?

(Wie müssen wir p_y abh. von p_x wählen?)

$$p_y = g_x \cdot p_x - g_y$$

Gerade g: $y = g_x \cdot x - g_y$

Was muss für g gelten, damit $p \in g$?

(Wie müssen wir g_y abh. von g_x wählen?)

$$g_y = p_x \cdot g_x - p_y$$

Dualität: Gerade und Punkte sind austauschbar

Gerade $p^\star$: $y = p_x \cdot x - p_y$

Punkt $g^\star$: (g_x, g_y)

$$p \in g \Leftrightarrow g^\star \in p^\star$$

Dualität

Punkt p: (p_x, p_y)
Was muss für p gelten, damit $p \in g$?
(Wie müssen wir p_y abh. von p_x wählen?)

$$p_y = g_x \cdot p_x - g_y$$

Gerade g: $y = g_x \cdot x - g_y$
Was muss für g gelten, damit $p \in g$?
(Wie müssen wir g_y abh. von g_x wählen?)

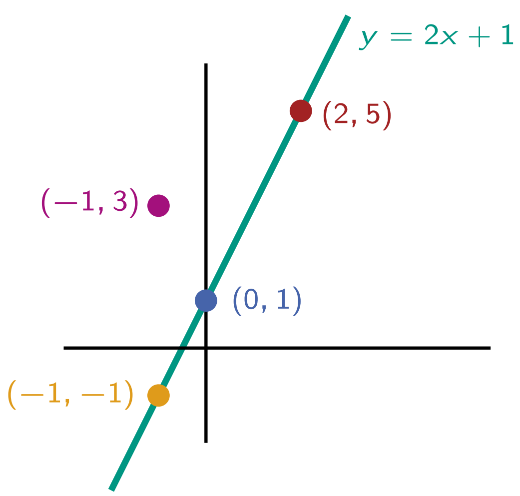
$$g_y = p_x \cdot g_x - p_y$$

Dualität: Gerade und Punkte sind austauschbar

Gerade $p^\star$: $y = p_x \cdot x - p_y$ | **Punkt $g^\star$:** (g_x, g_y)

$$p \in g \Leftrightarrow g^\star \in p^\star$$

Primal



Dual

Wie sieht das duale aus?

Wenn der Punkt p über der Geraden g liegt, wo liegt dann $g^\star$ bzgl. $p^\star$?

Dualität

Punkt p: (p_x, p_y)
Was muss für p gelten, damit $p \in g$?
(Wie müssen wir p_y abh. von p_x wählen?)

$$p_y = g_x \cdot p_x - g_y$$

Gerade g: $y = g_x \cdot x - g_y$
Was muss für g gelten, damit $p \in g$?
(Wie müssen wir g_y abh. von g_x wählen?)

$$g_y = p_x \cdot g_x - p_y$$

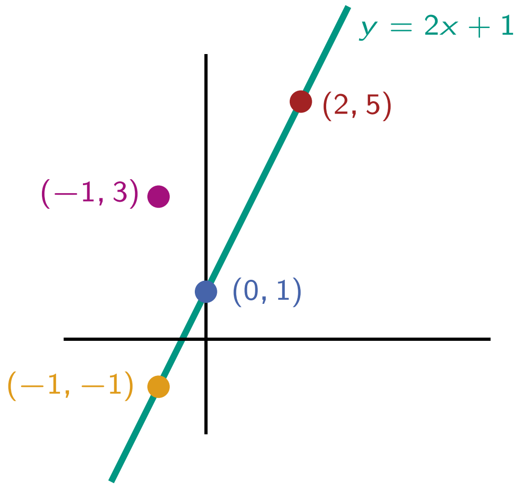
Dualität: Gerade und Punkte sind austauschbar

Gerade $p^\star$: $y = p_x \cdot x - p_y$

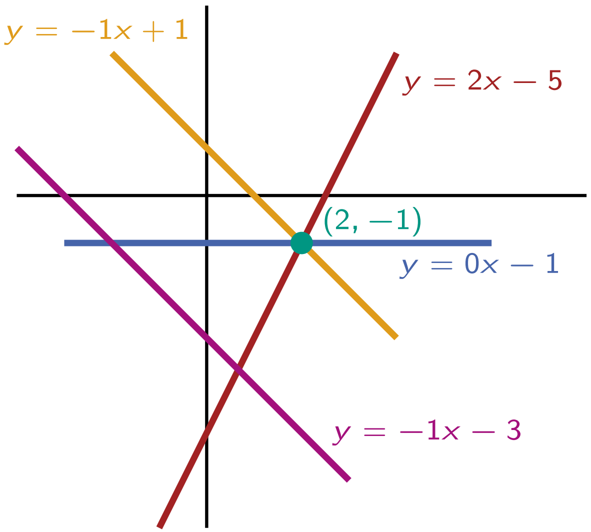
Punkt $g^\star$: (g_x, g_y)

$$p \in g \Leftrightarrow g^\star \in p^\star$$

Primal



Dual



Wenn der Punkt p über der Geraden g liegt, wo liegt dann $g^\star$ bzgl. $p^\star$?

Dualität

Punkt p: (p_x, p_y)
Was muss für p gelten, damit $p \in g$?
(Wie müssen wir p_y abh. von p_x wählen?)

$$p_y = g_x \cdot p_x - g_y$$

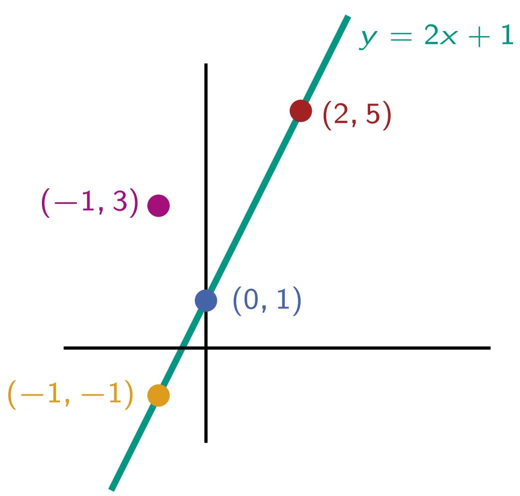
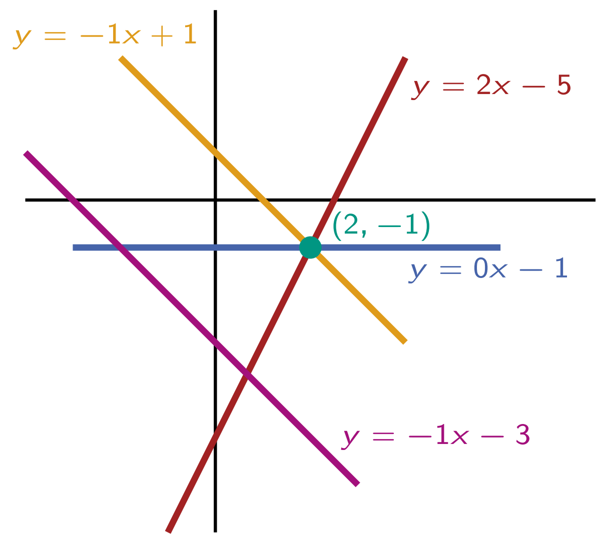
Gerade g: $y = g_x \cdot x - g_y$
Was muss für g gelten, damit $p \in g$?
(Wie müssen wir g_y abh. von g_x wählen?)

$$g_y = p_x \cdot g_x - p_y$$

Dualität: Gerade und Punkte sind austauschbar

Gerade $p^\star$: $y = p_x \cdot x - p_y$ | **Punkt $g^\star$:** (g_x, g_y)

$$p \in g \Leftrightarrow g^\star \in p^\star$$

Primal	**Dual**	p über $g \Leftrightarrow g^\star$ über $p^\star$
		

Dualität

Punkt p: (p_x, p_y)

Was muss für p gelten, damit $p \in g$?

(Wie müssen wir p_y abh. von p_x wählen?)

$$p_y = g_x \cdot p_x - g_y$$

Gerade g: $y = g_x \cdot x - g_y$

Was muss für g gelten, damit $p \in g$?

(Wie müssen wir g_y abh. von g_x wählen?)

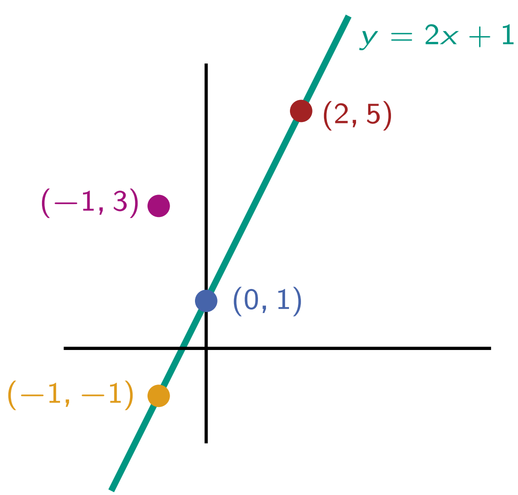
$$g_y = p_x \cdot g_x - p_y$$

Dualität: Gerade und Punkte sind austauschbar

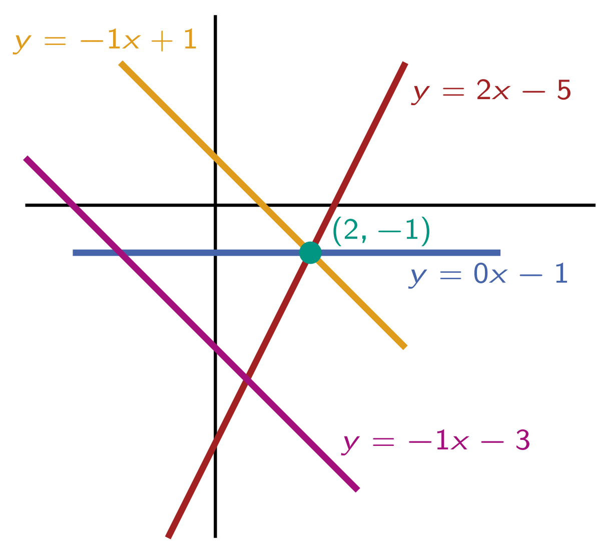
Gerade $p^\star$: $y = p_x \cdot x - p_y$ | **Punkt $g^\star$:** (g_x, g_y)

$$p \in g \Leftrightarrow g^\star \in p^\star$$

Primal



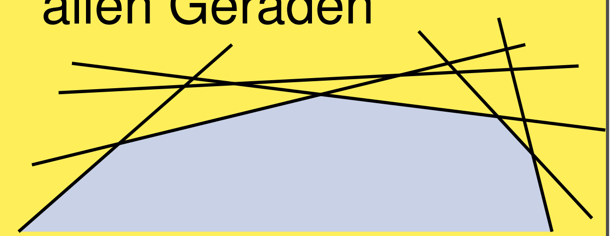
Dual



p über $g \Leftrightarrow g^\star$ über $p^\star$

Problemstellung

- gegeben: Menge an Geraden G
- gesucht: Region unter allen Geraden



Dualität

Punkt p: (p_x, p_y)
Was muss für p gelten, damit $p \in g$?
(Wie müssen wir p_y abh. von p_x wählen?)

$$p_y = g_x \cdot p_x - g_y$$

Gerade g: $y = g_x \cdot x - g_y$
Was muss für g gelten, damit $p \in g$?
(Wie müssen wir g_y abh. von g_x wählen?)

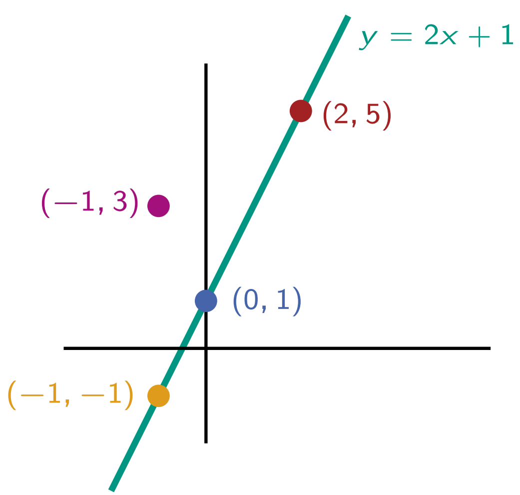
$$g_y = p_x \cdot g_x - p_y$$

Dualität: Gerade und Punkte sind austauschbar

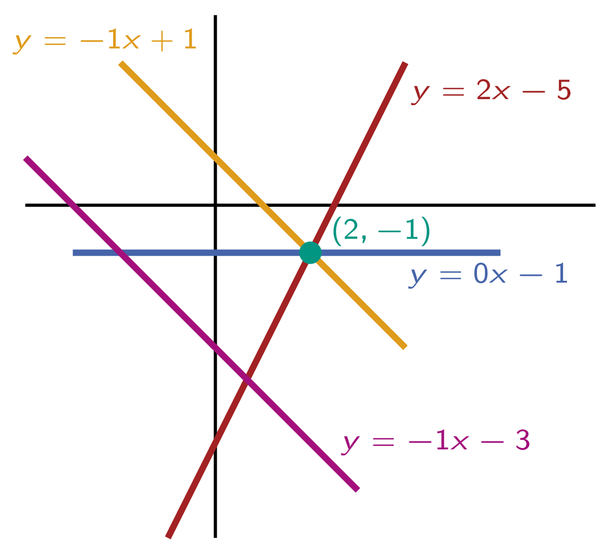
Gerade $p^\star$: $y = p_x \cdot x - p_y$ | **Punkt $g^\star$:** (g_x, g_y)

$$p \in g \Leftrightarrow g^\star \in p^\star$$

Primal



Dual



p über $g \Leftrightarrow g^\star$ über $p^\star$

Problemstellung

- gegeben: Menge an Punkten P
- gesucht: Punktetripel, das Dreieck minimaler Fläche bildet