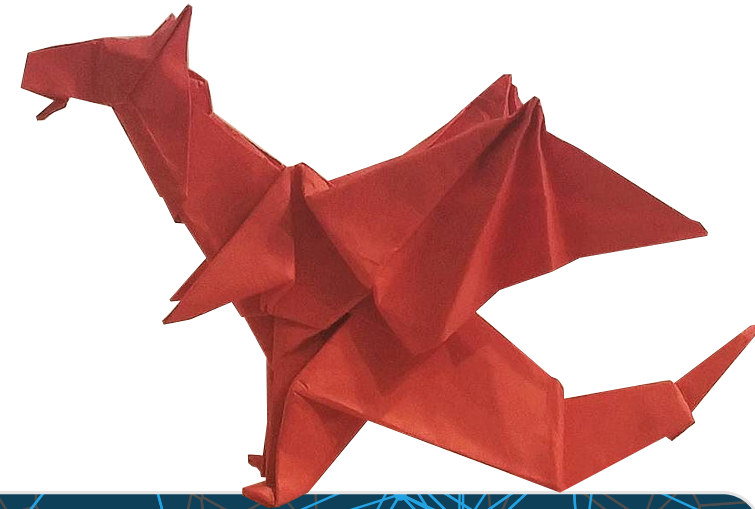


Algorithmische Geometrie

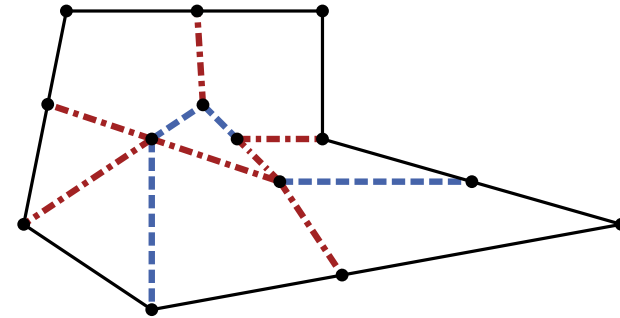
Faltbarkeit – Origami und Co



Flache Faltmuster

Gegeben

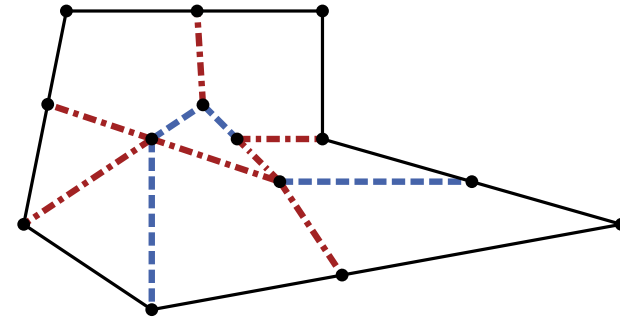
- ein geometrischer Graph
- jede innere Kante ist entweder mit Berg oder Tal gekennzeichnet



Flache Faltmuster

Gegeben

- ein geometrischer Graph
- jede innere Kante ist entweder mit Berg oder Tal gekennzeichnet



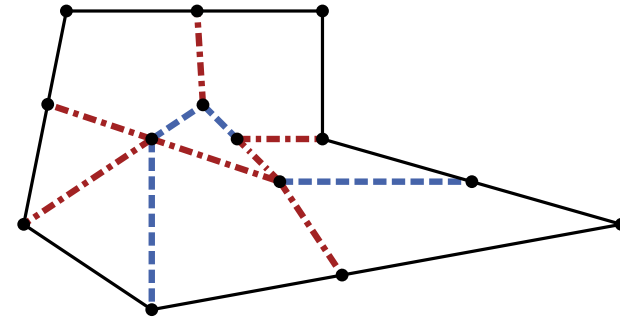
Interpretation

- Rand der äußere Facette ist ein Blatt Papier (im Folgenden meist ein Quadrat)

Flache Faltmuster

Gegeben

- ein geometrischer Graph
- jede innere Kante ist entweder mit Berg oder Tal gekennzeichnet



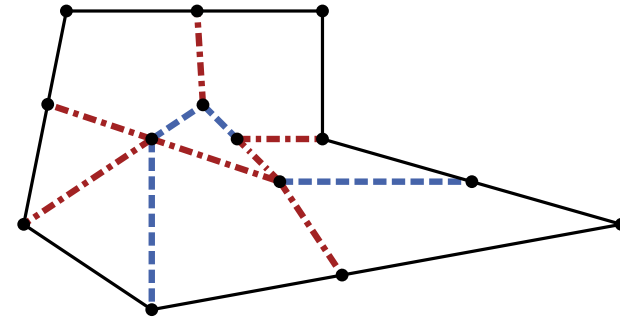
Interpretation

- Rand der äußere Facette ist ein Blatt Papier (im Folgenden meist ein Quadrat)
 - der geometrische Graph ist ein **Faltmuster**
 - Faltrichtung ist durch **Berg/Tal-Zuweisung** gegeben
- } **Berg/Tal-Muster**

Flache Faltmuster

Gegeben

- ein geometrischer Graph
- jede innere Kante ist entweder mit Berg oder Tal gekennzeichnet



Interpretation

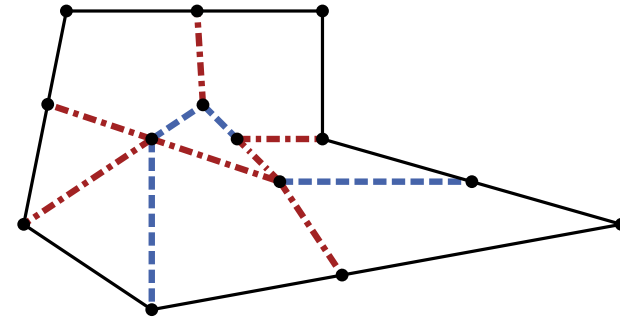
- Rand der äußere Facette ist ein Blatt Papier (im Folgenden meist ein Quadrat)
 - der geometrische Graph ist ein **Faltmuster**
 - Faltrichtung ist durch **Berg/Tal-Zuweisung** gegeben
- } **Berg/Tal-Muster**

Problem: Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?

Flache Faltmuster

Gegeben

- ein geometrischer Graph
- jede innere Kante ist entweder mit Berg oder Tal gekennzeichnet

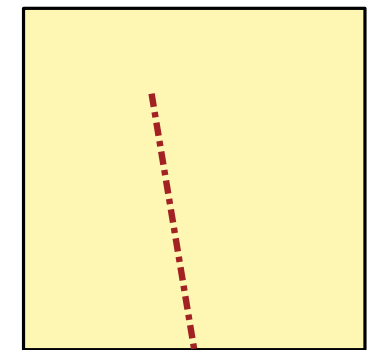
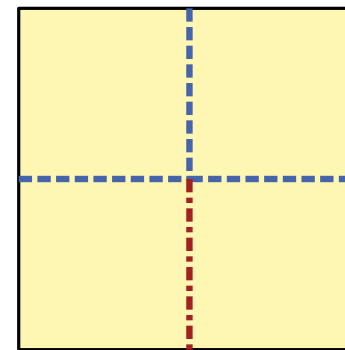
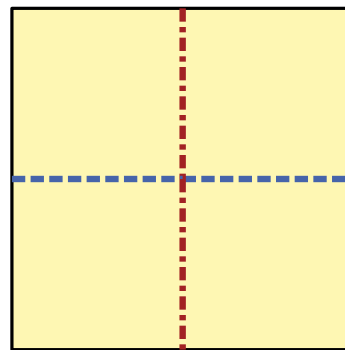
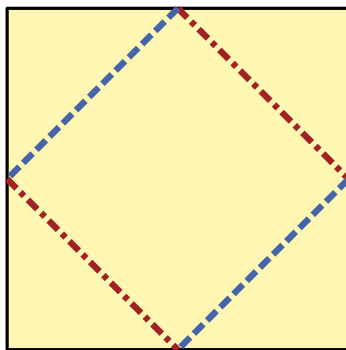


Interpretation

- Rand der äußere Facette ist ein Blatt Papier (im Folgenden meist ein Quadrat)
 - der geometrische Graph ist ein **Faltmuster**
 - Faltrichtung ist durch **Berg/Tal-Zuweisung** gegeben
- } **Berg/Tal-Muster**

Problem: Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?

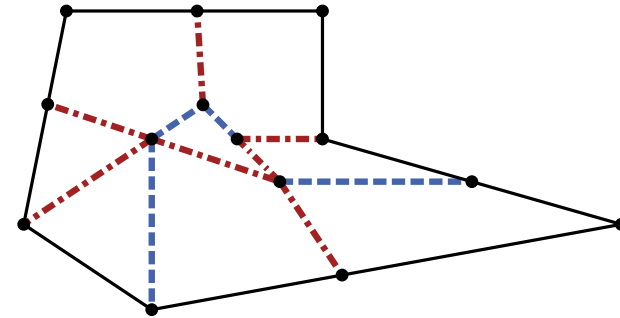
Beispiele



Flache Faltmuster

Gegeben

- ein geometrischer Graph
- jede innere Kante ist entweder mit Berg oder Tal gekennzeichnet

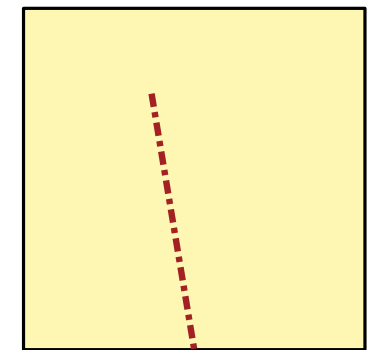
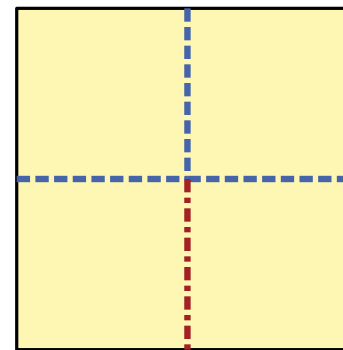
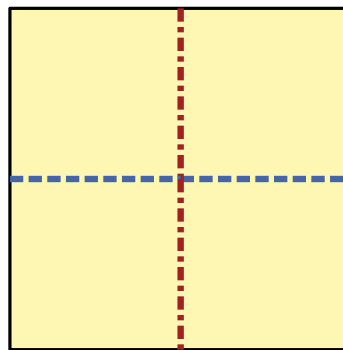
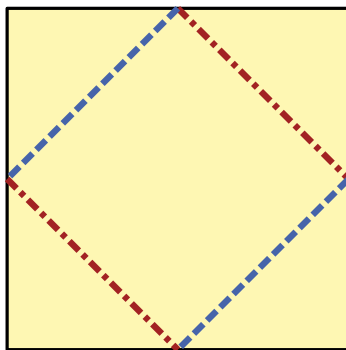


Interpretation

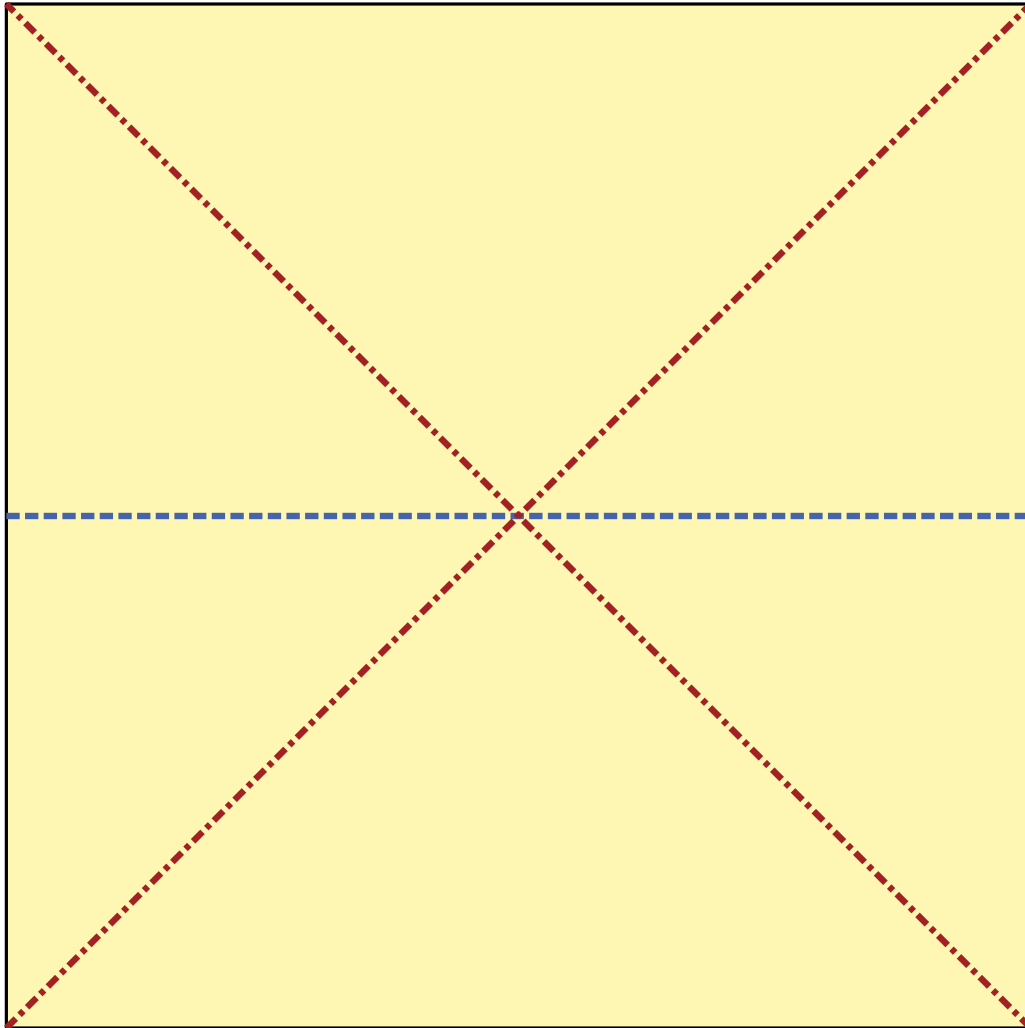
- Rand der äußere Facette ist ein Blatt Papier (im Folgenden meist ein Quadrat)
 - der geometrische Graph ist ein **Faltmuster**
 - Faltrichtung ist durch **Berg/Tal-Zuweisung** gegeben
- } **Berg/Tal-Muster**

Problem: Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?

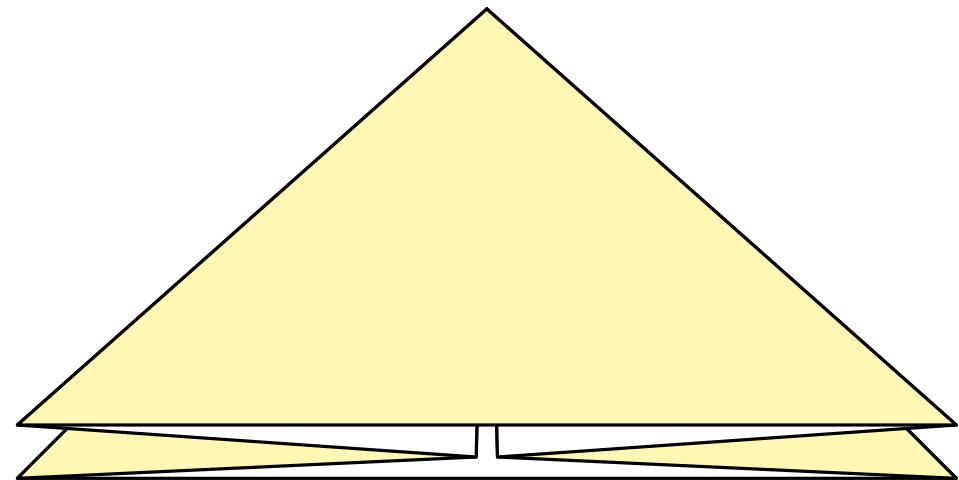
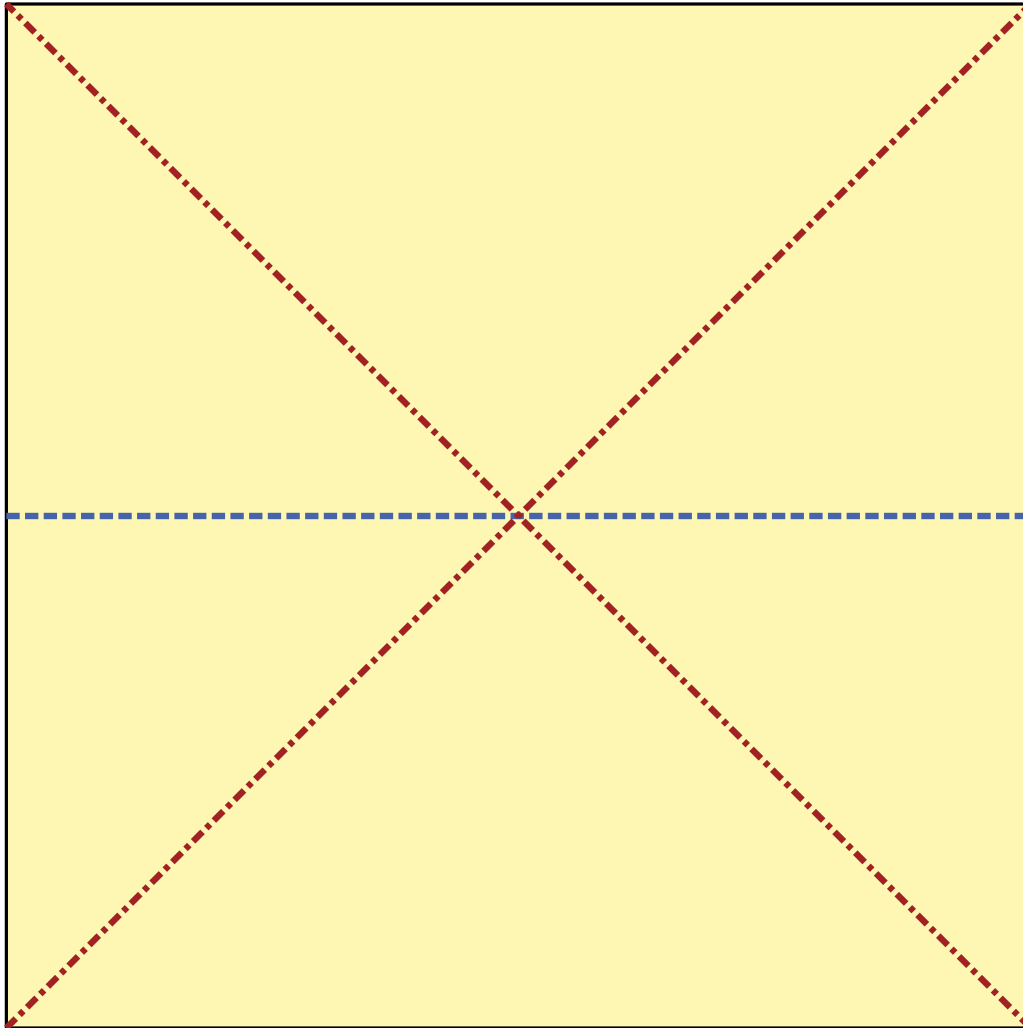
Beispiele



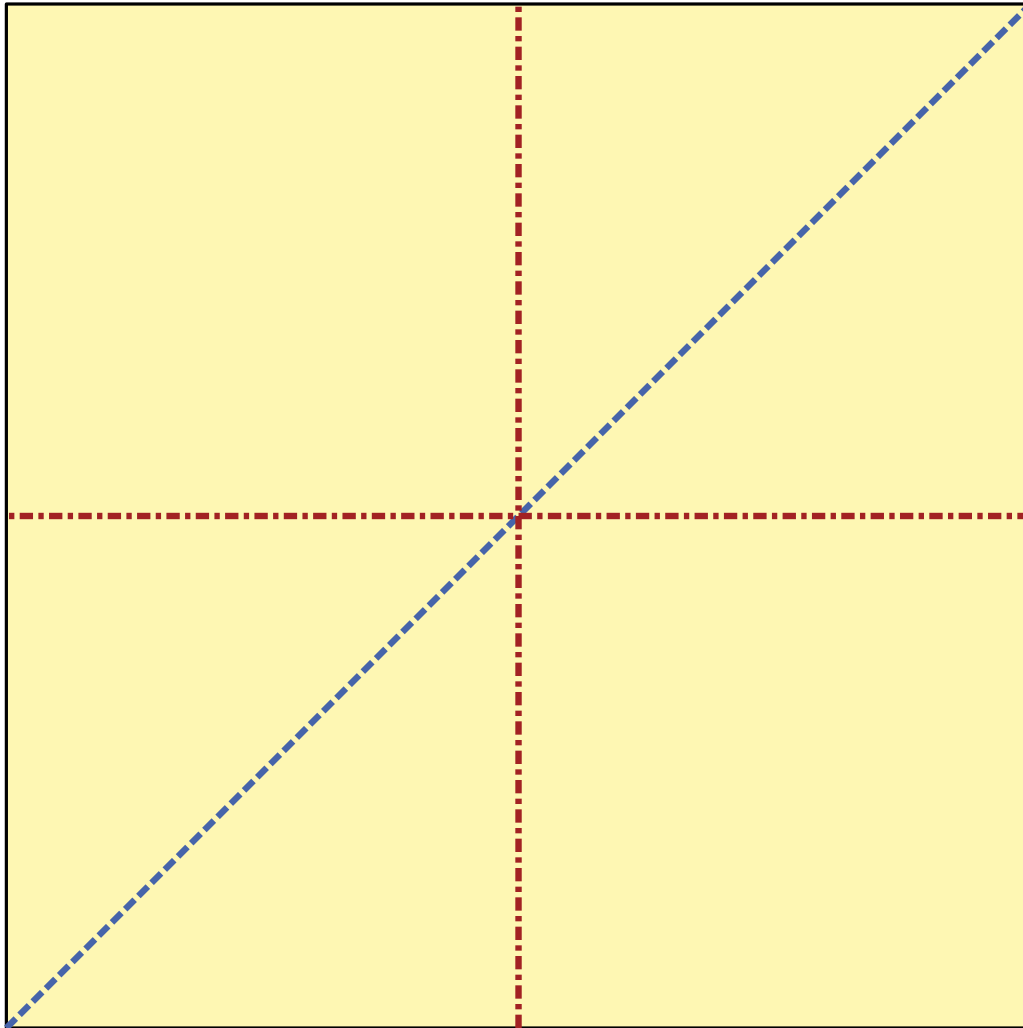
Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?



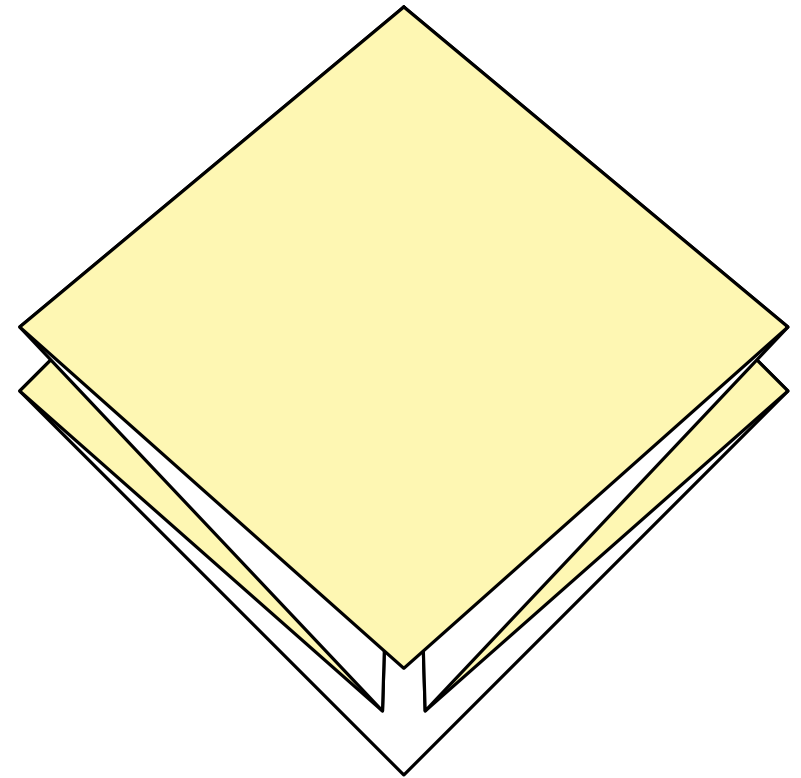
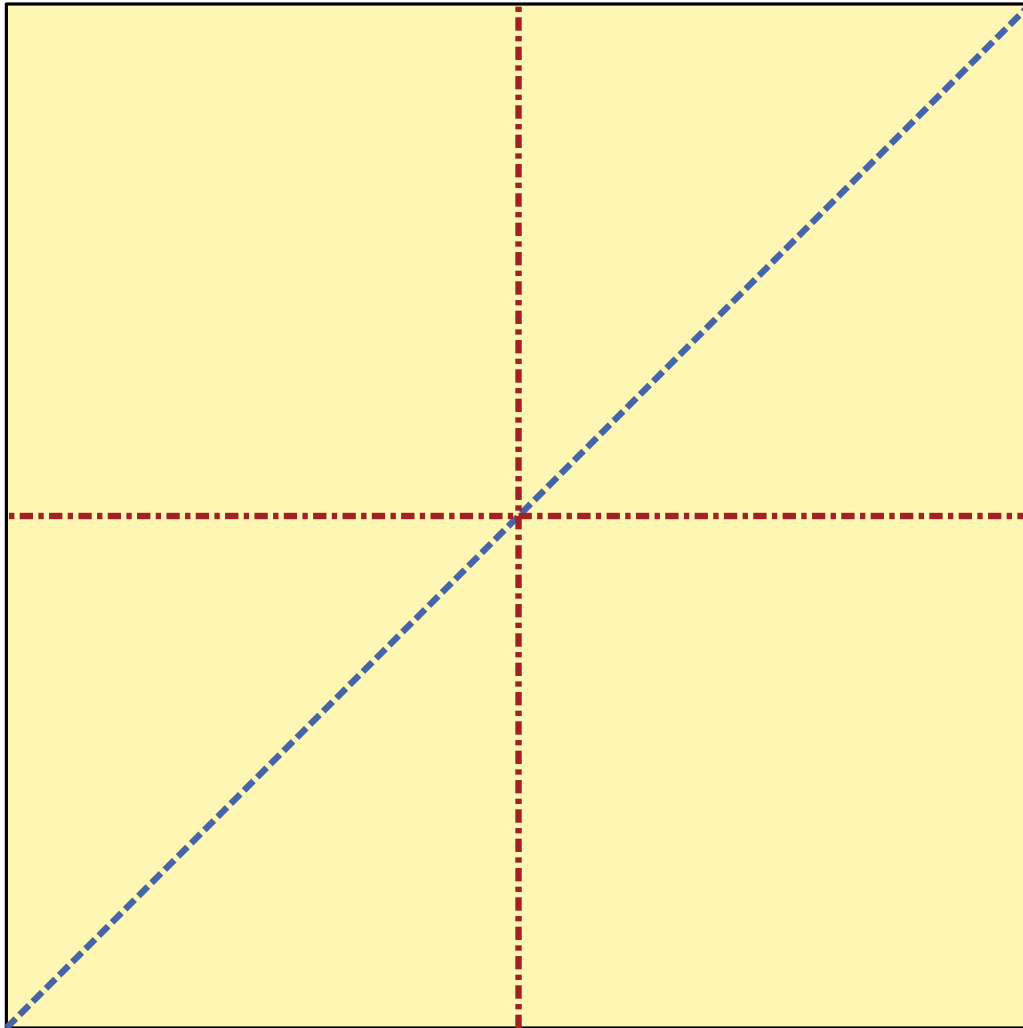
Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?



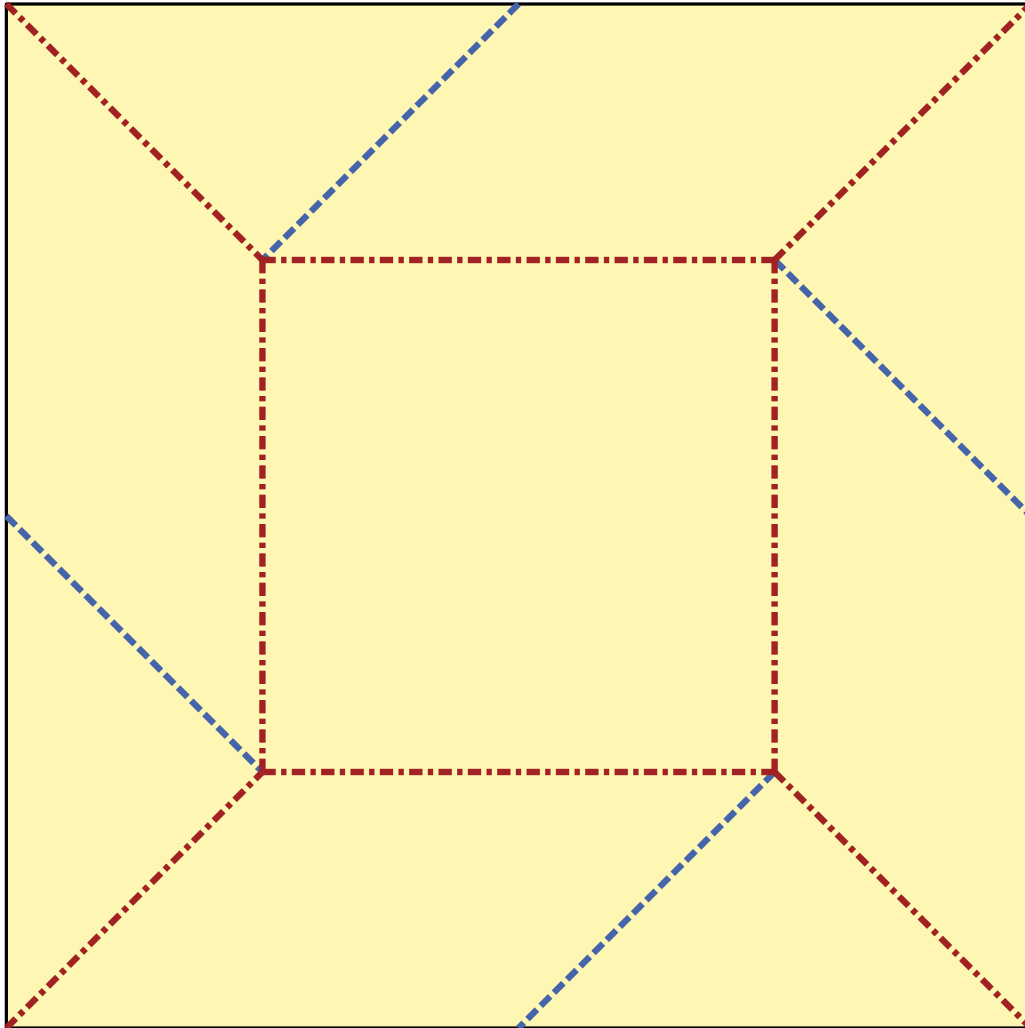
Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?



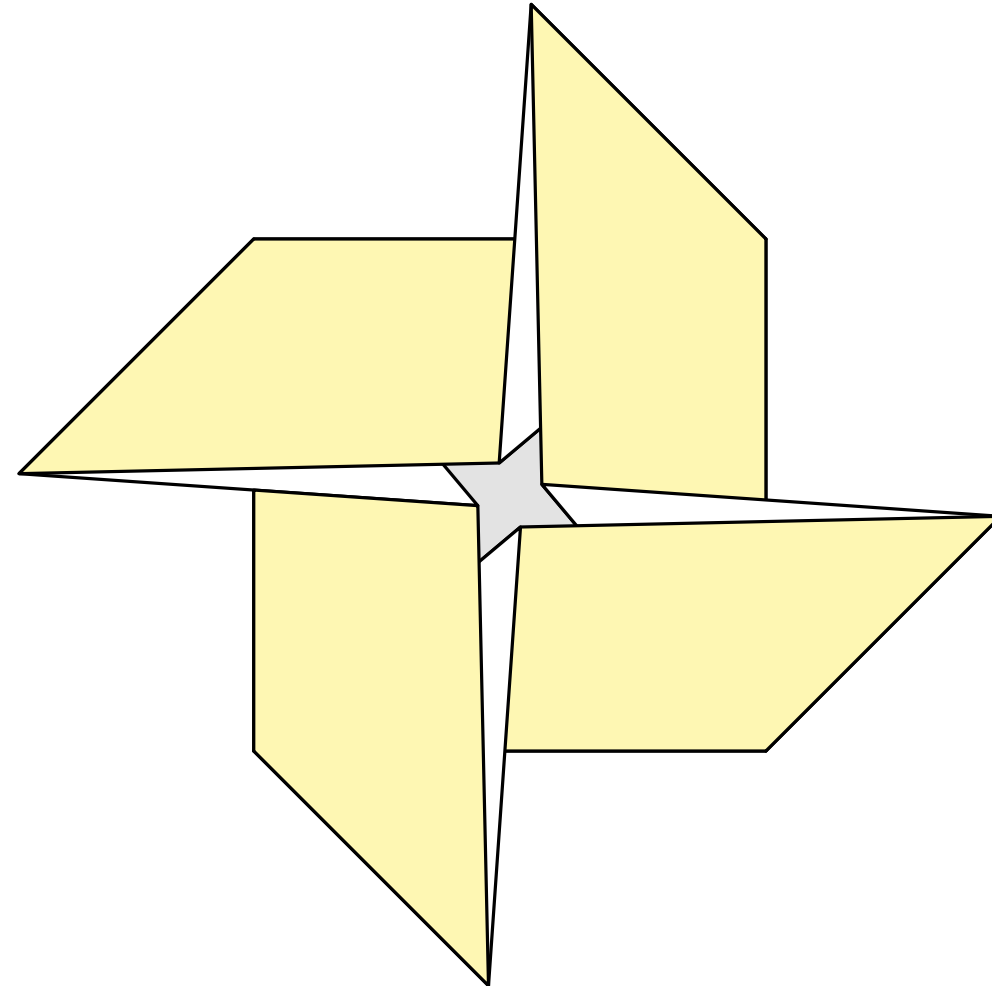
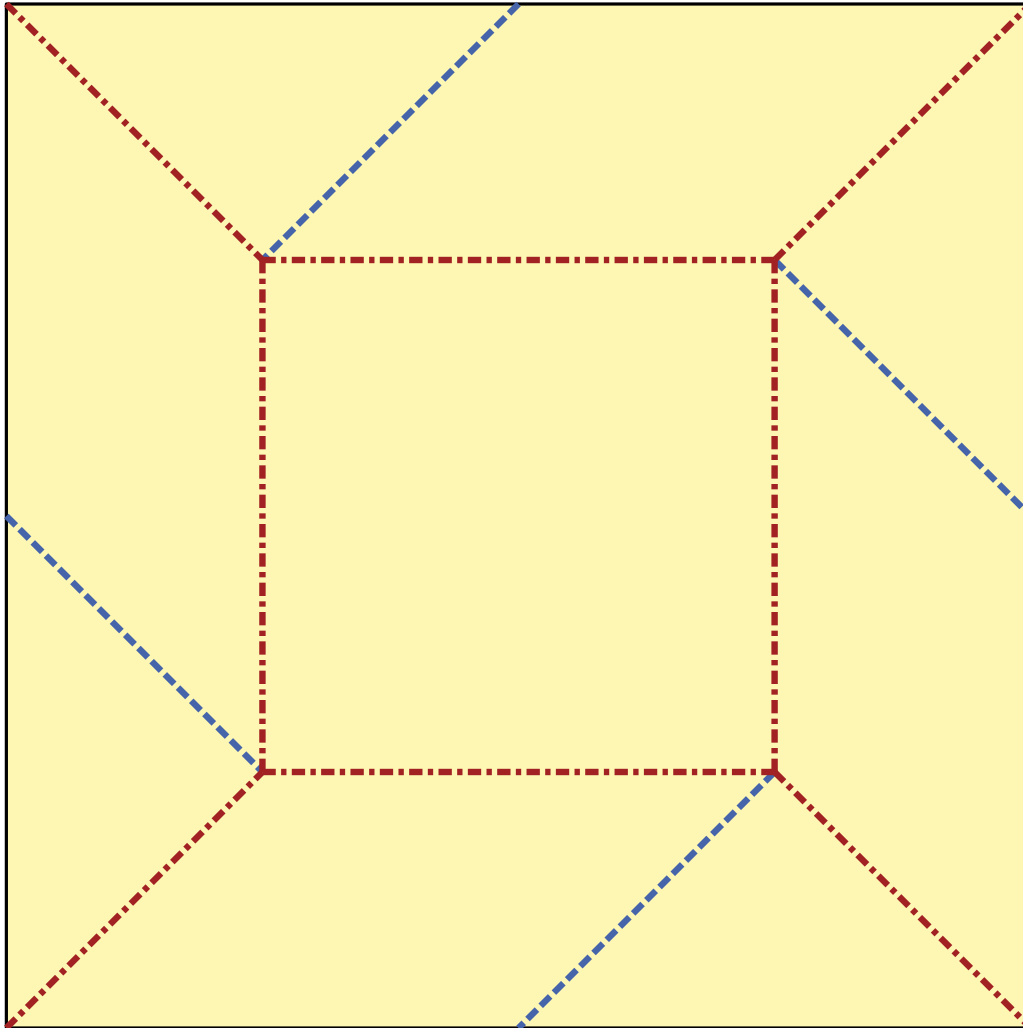
Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?



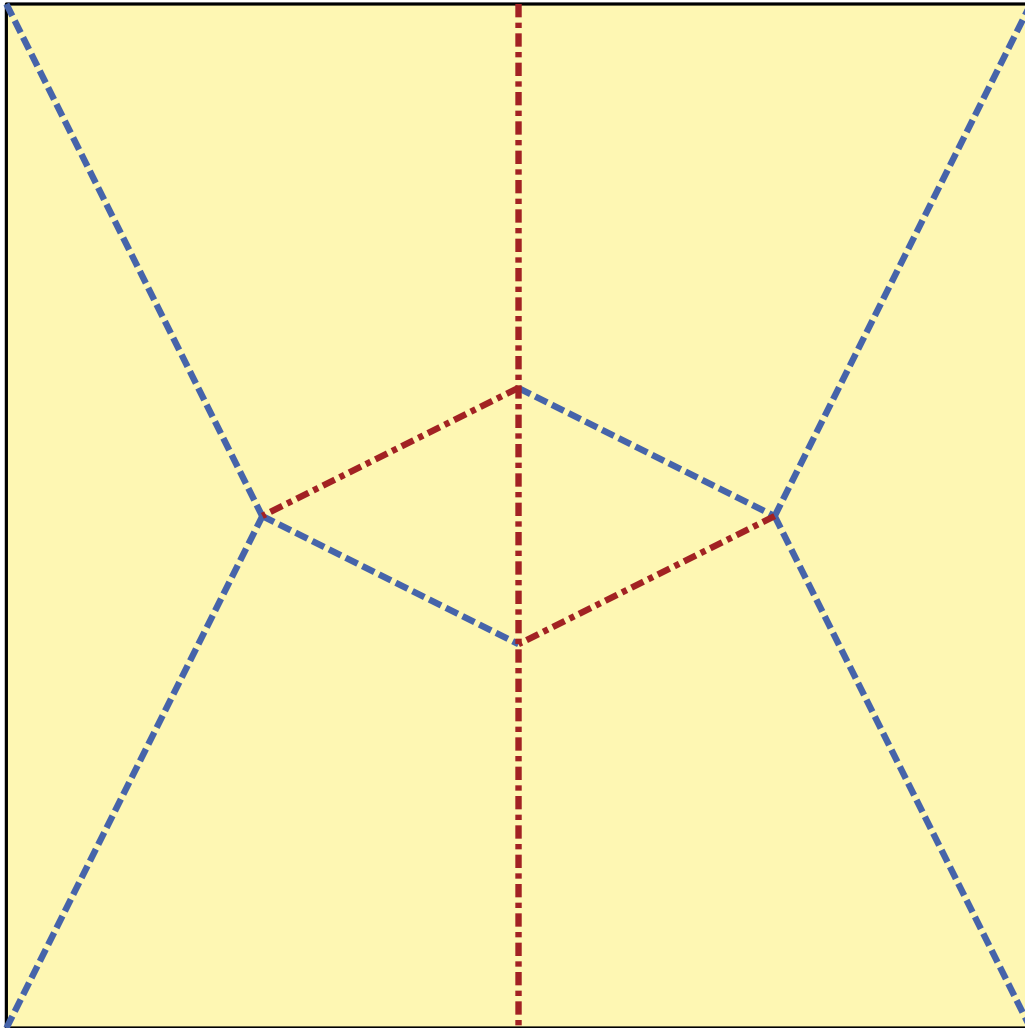
Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?



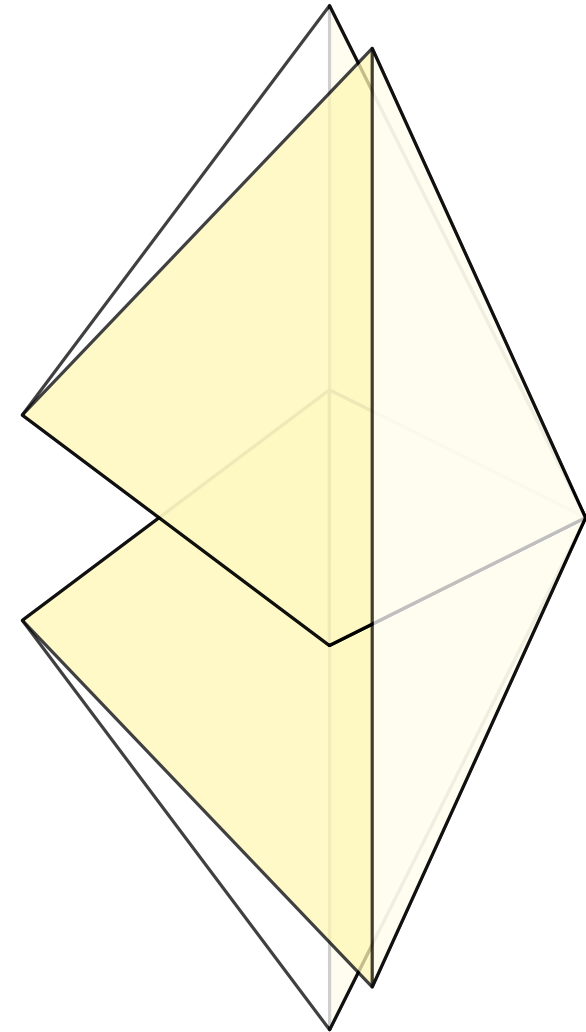
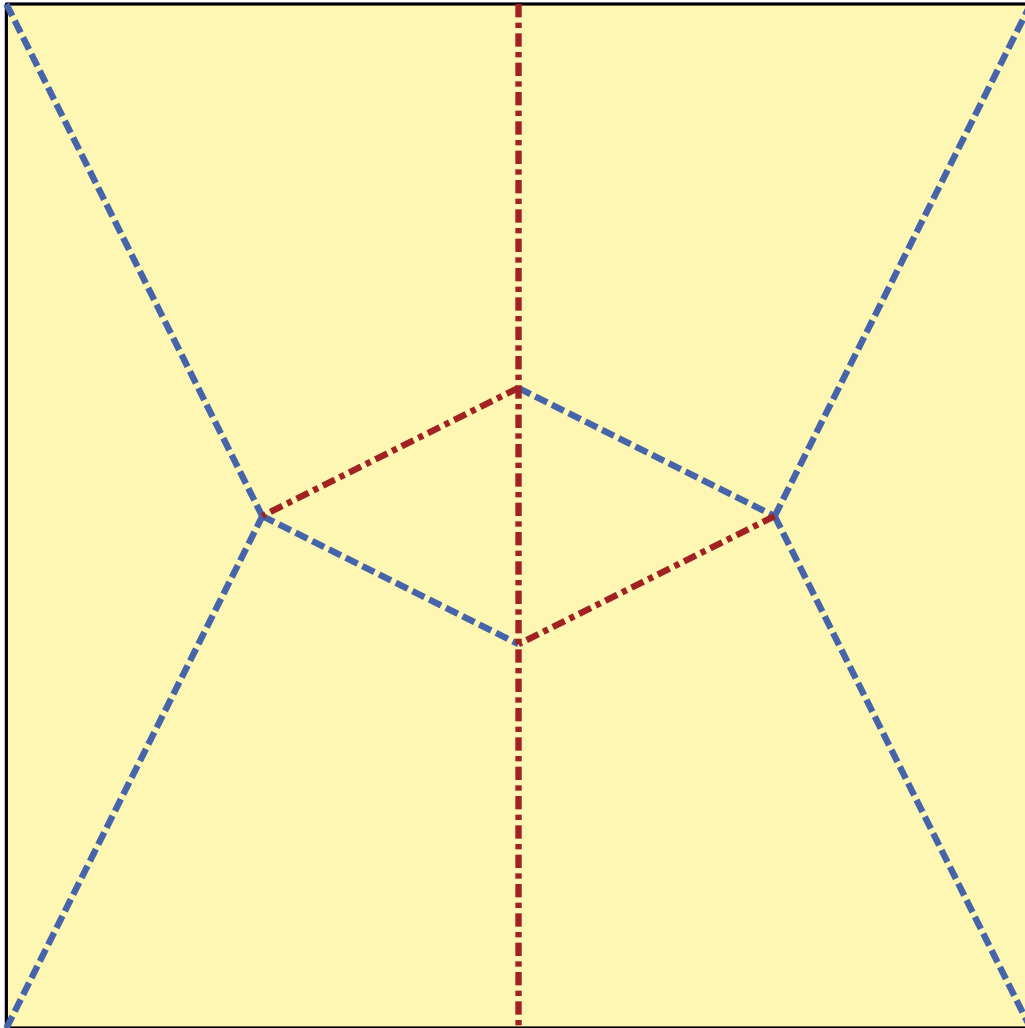
Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?



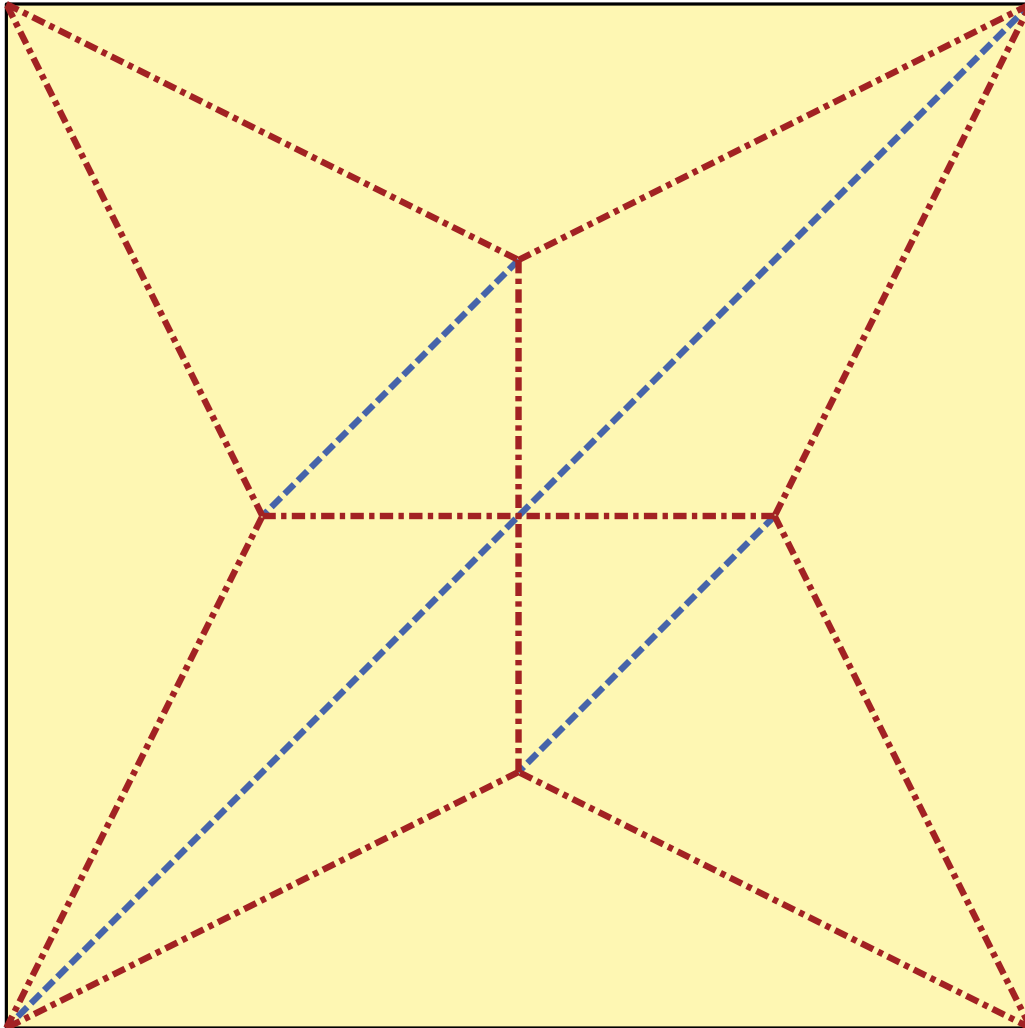
Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?



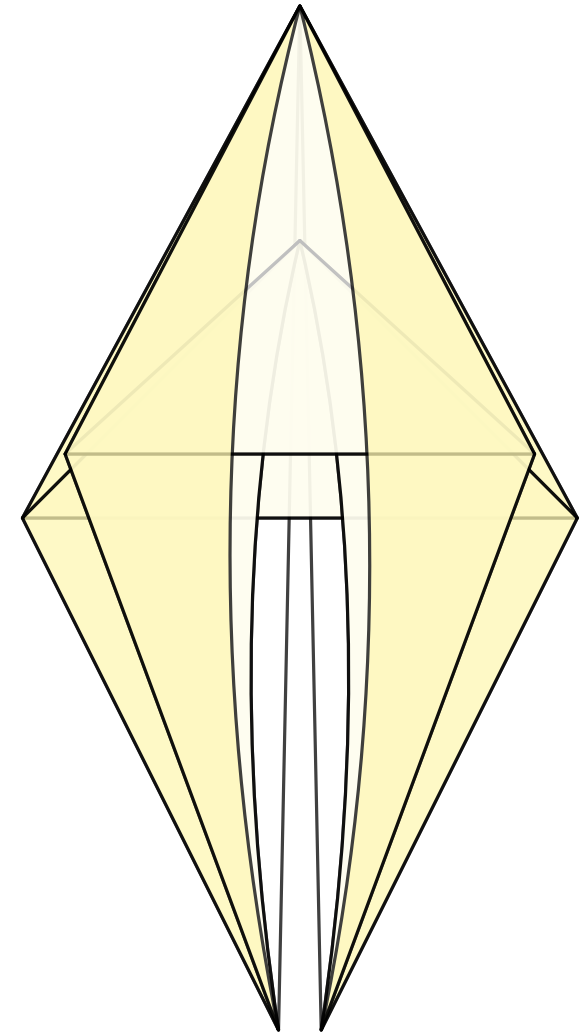
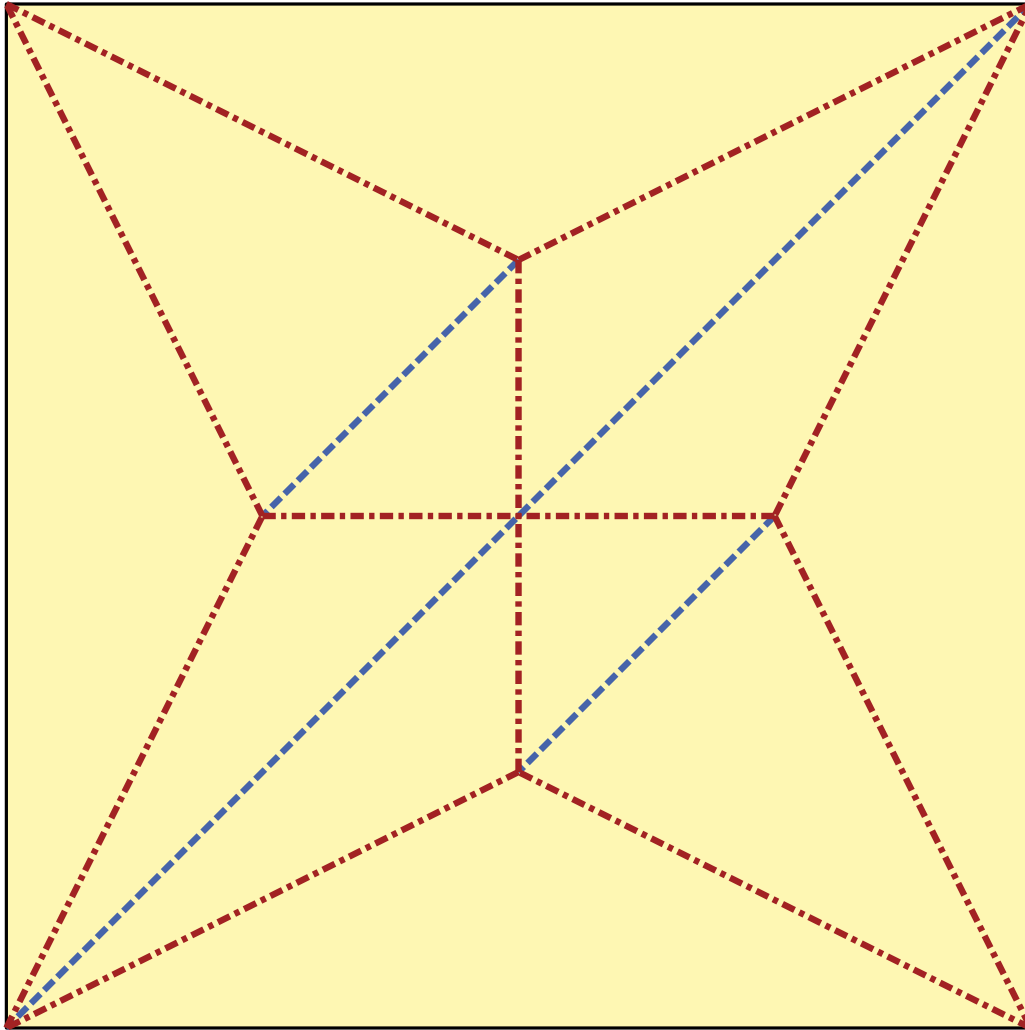
Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?



Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?



Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?



halber Kranich

Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

Etwas einfacher: 1D-Fall → unser „Papier“ ist dann eine Strecke

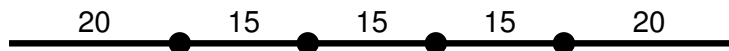
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

Etwas einfacher: 1D-Fall → unser „Papier“ ist dann eine Strecke

1D Faltmuster



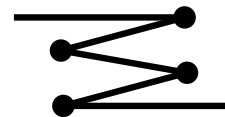
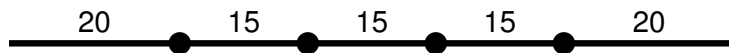
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

Etwas einfacher: 1D-Fall → unser „Papier“ ist dann eine Strecke

1D Faltmuster



zick-zack geht immer

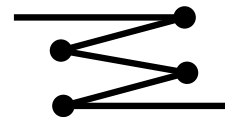
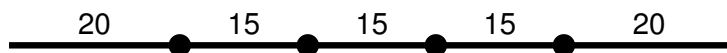
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

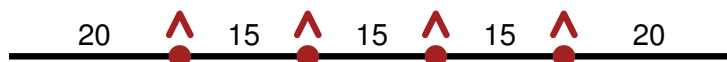
Etwas einfacher: 1D-Fall → unser „Papier“ ist dann eine Strecke

1D Faltmuster



zick-zack geht immer

1D Berg/Tal-Muster



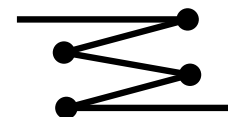
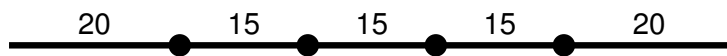
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

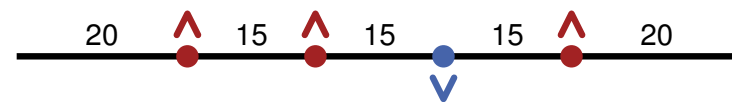
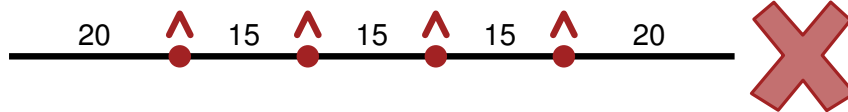
Etwas einfacher: 1D-Fall → unser „Papier“ ist dann eine Strecke

1D Faltmuster



zick-zack geht immer

1D Berg/Tal-Muster



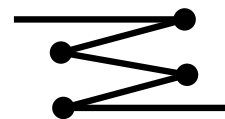
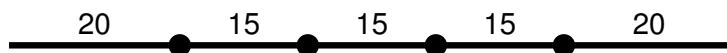
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

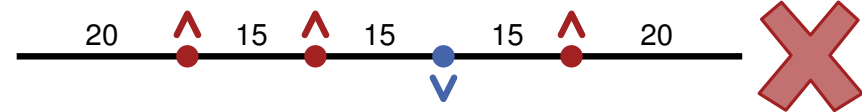
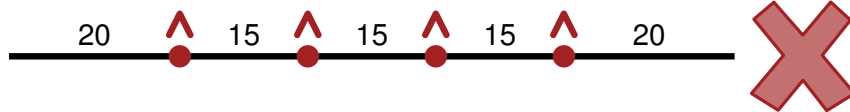
Etwas einfacher: 1D-Fall → unser „Papier“ ist dann eine Strecke

1D Faltmuster



zick-zack geht immer

1D Berg/Tal-Muster



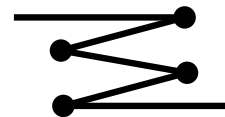
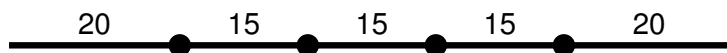
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

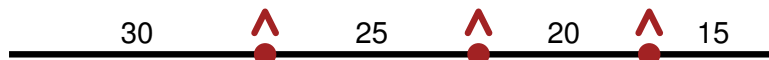
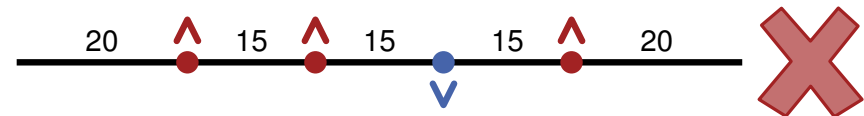
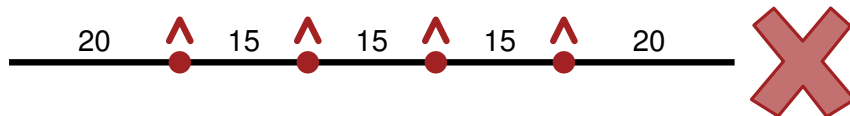
Etwas einfacher: 1D-Fall → unser „Papier“ ist dann eine Strecke

1D Faltmuster



zick-zack geht immer

1D Berg/Tal-Muster



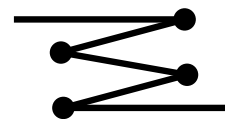
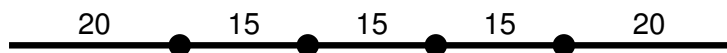
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

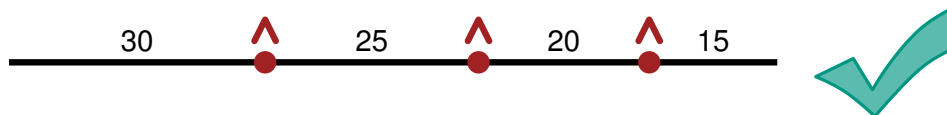
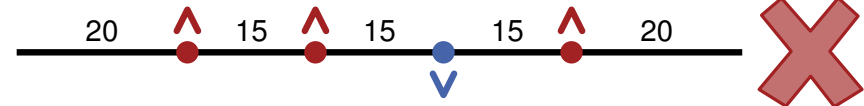
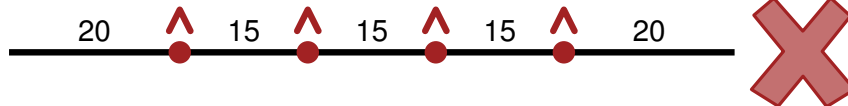
Etwas einfacher: 1D-Fall → unser „Papier“ ist dann eine Strecke

1D Faltmuster



zick-zack geht immer

1D Berg/Tal-Muster



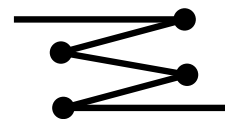
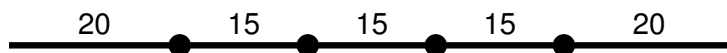
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

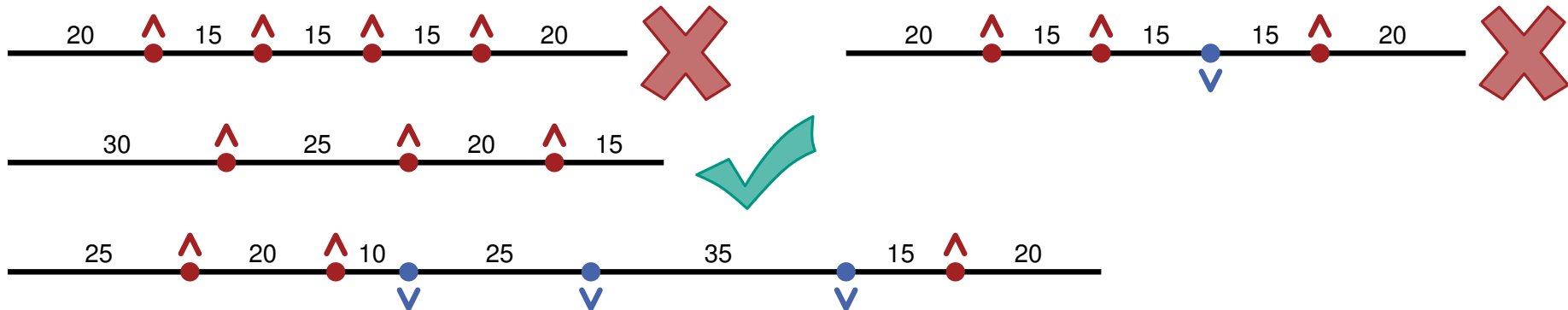
Etwas einfacher: 1D-Fall → unser „Papier“ ist dann eine Strecke

1D Faltmuster



zick-zack geht immer

1D Berg/Tal-Muster



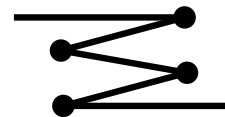
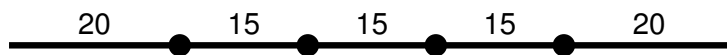
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

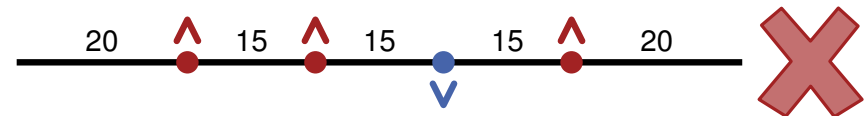
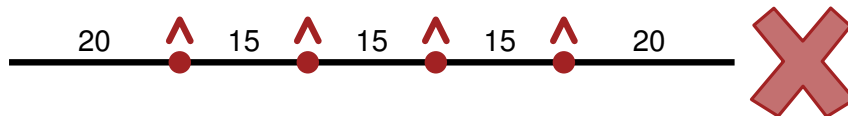
Etwas einfacher: 1D-Fall → unser „Papier“ ist dann eine Strecke

1D Faltmuster



zick-zack geht immer

1D Berg/Tal-Muster



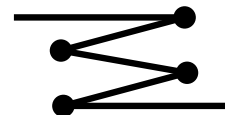
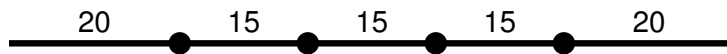
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

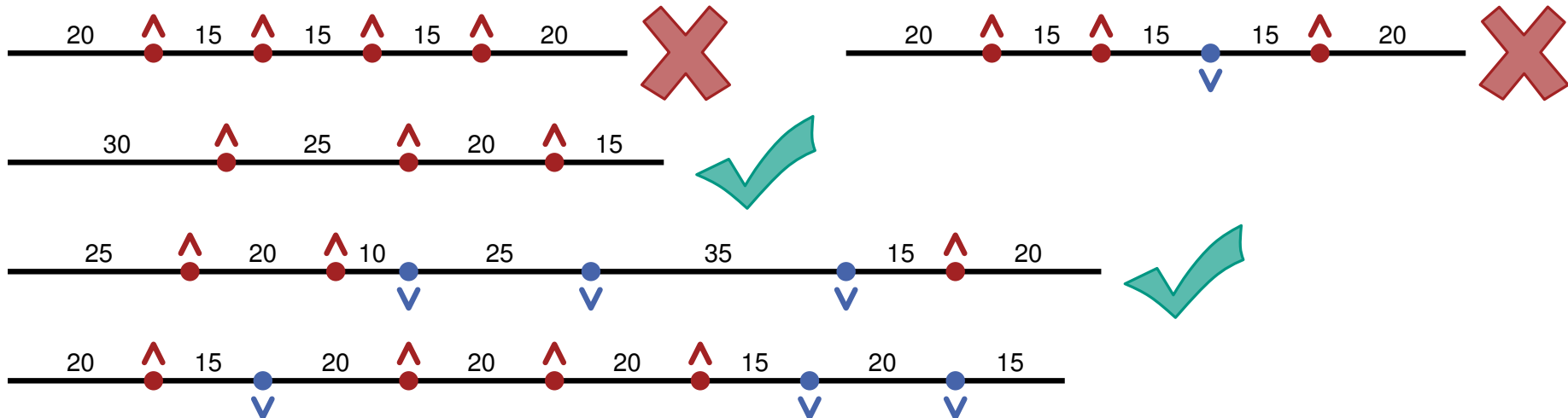
Etwas einfacher: 1D-Fall → unser „Papier“ ist dann eine Strecke

1D Faltmuster



zick-zack geht immer

1D Berg/Tal-Muster



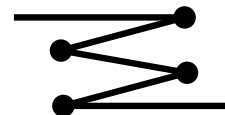
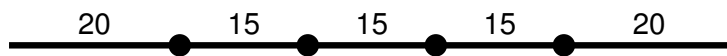
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

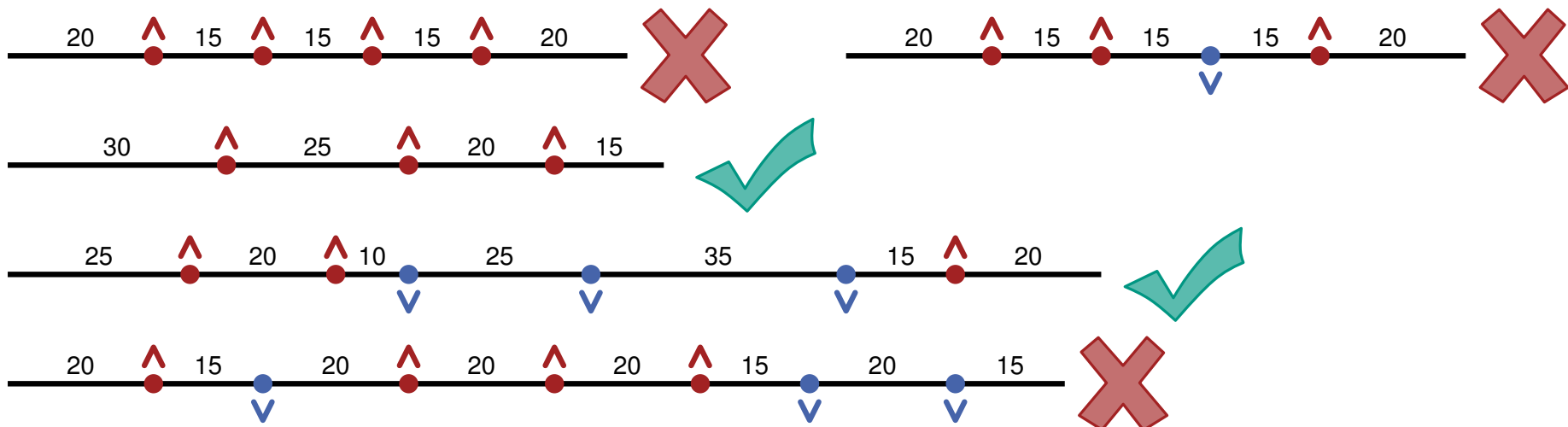
Etwas einfacher: 1D-Fall → unser „Papier“ ist dann eine Strecke

1D Faltmuster



zick-zack geht immer

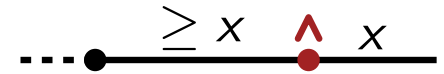
1D Berg/Tal-Muster



Reduktionsregeln

End-Fold

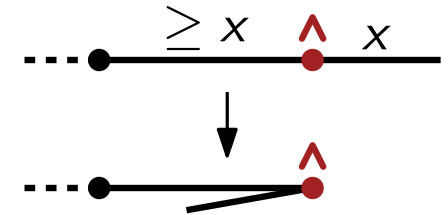
- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner (\leq) als der Nachbar



Reduktionsregeln

End-Fold

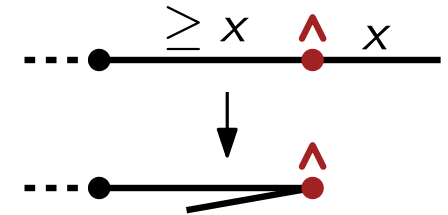
- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner (\leq) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten



Reduktionsregeln

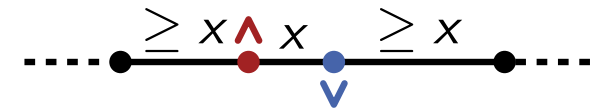
End-Fold

- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner (\leq) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten



Crimp

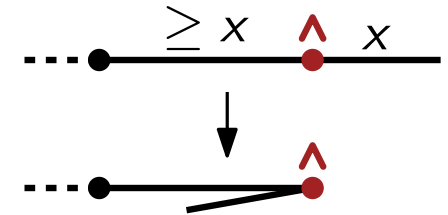
- Bedingung: inneres Stück mit einem Berg- und einem Tal-Knoten und größeren Nachbarn



Reduktionsregeln

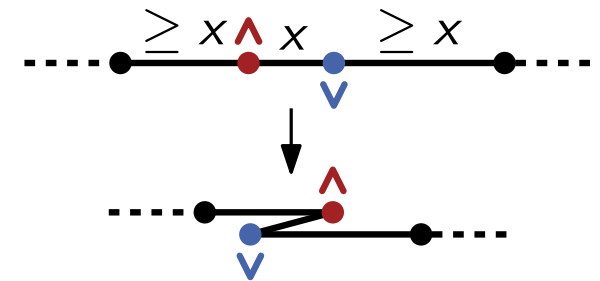
End-Fold

- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner (\leq) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten



Crimp

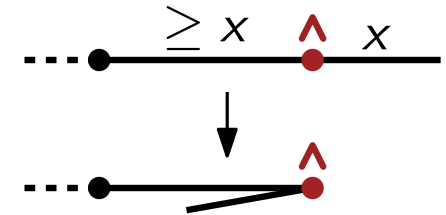
- Bedingung: inneres Stück mit einem Berg- und einem Tal-Knoten und größeren Nachbarn
- Reduktion: falte beide anliegenden Knoten



Reduktionsregeln

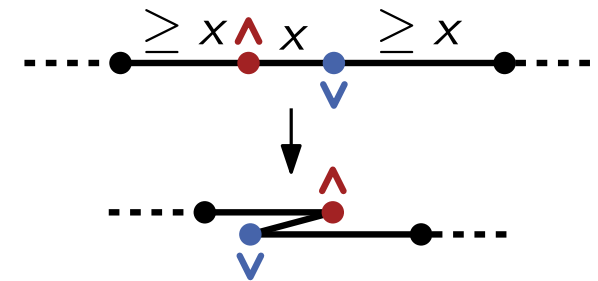
End-Fold

- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner (\leq) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten



Crimp

- Bedingung: inneres Stück mit einem Berg- und einem Tal-Knoten und größeren Nachbarn
- Reduktion: falte beide anliegenden Knoten



Lemma

(Safety first!)

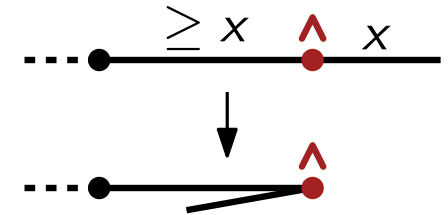
Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.

(Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

Reduktionsregeln

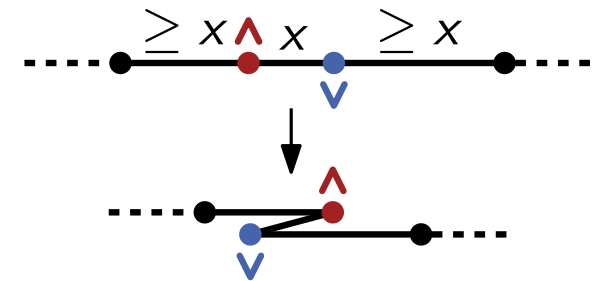
End-Fold

- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner (\leq) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten



Crimp

- Bedingung: inneres Stück mit einem Berg- und einem Tal-Knoten und größeren Nachbarn
- Reduktion: falte beide anliegenden Knoten



Lemma

(Safety first!)

Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.

(Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

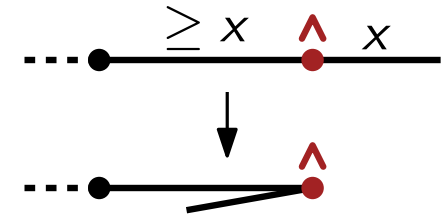
Beweis

- **End-Fold:** offensichtlich

Reduktionsregeln

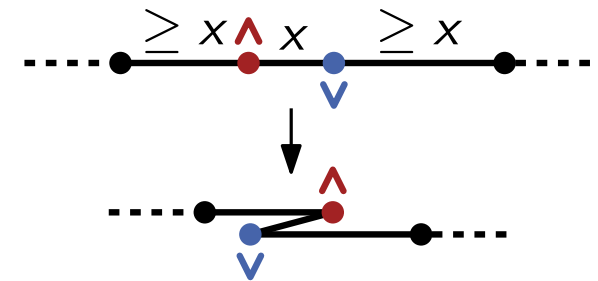
End-Fold

- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner (\leq) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten



Crimp

- Bedingung: inneres Stück mit einem Berg- und einem Tal-Knoten und größeren Nachbarn
- Reduktion: falte beide anliegenden Knoten



Lemma

Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.

(Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

(Safety first!)

Beweis

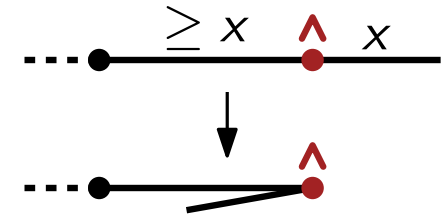
- **End-Fold:** offensichtlich
- **Crimp:** Beweis durch Bild



Reduktionsregeln

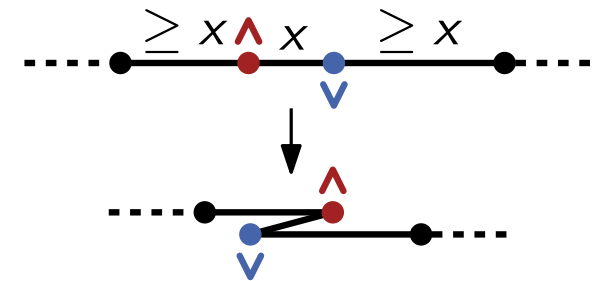
End-Fold

- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner (\leq) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten



Crimp

- Bedingung: inneres Stück mit einem Berg- und einem Tal-Knoten und größeren Nachbarn
- Reduktion: falte beide anliegenden Knoten



Lemma

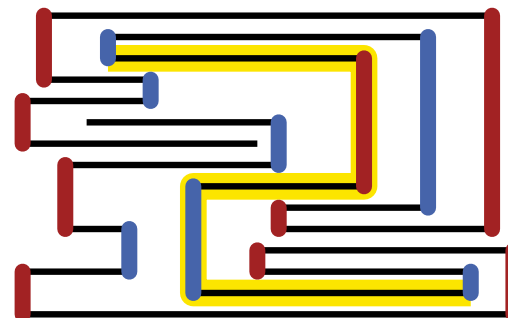
Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.

(Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

(Safety first!)

Beweis

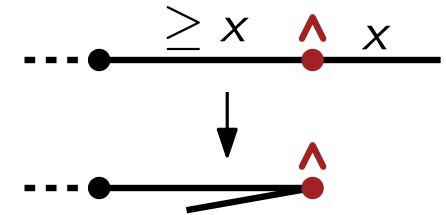
- **End-Fold:** offensichtlich
- **Crimp:** Beweis durch Bild



Reduktionsregeln

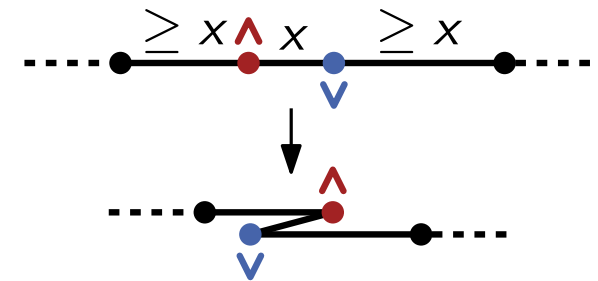
End-Fold

- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner (\leq) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten



Crimp

- Bedingung: inneres Stück mit einem Berg- und einem Tal-Knoten und größeren Nachbarn
- Reduktion: falte beide anliegenden Knoten



Lemma

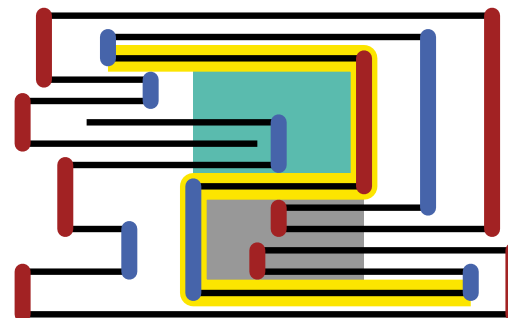
Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.

(Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

(Safety first!)

Beweis

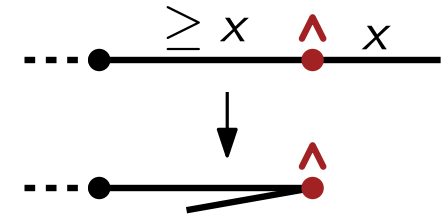
- **End-Fold:** offensichtlich
- **Crimp:** Beweis durch Bild



Reduktionsregeln

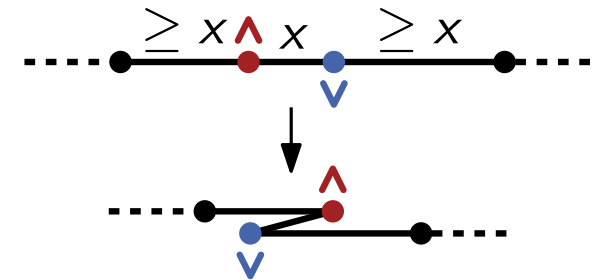
End-Fold

- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner (\leq) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten



Crimp

- Bedingung: inneres Stück mit einem Berg- und einem Tal-Knoten und größeren Nachbarn
- Reduktion: falte beide anliegenden Knoten



Lemma

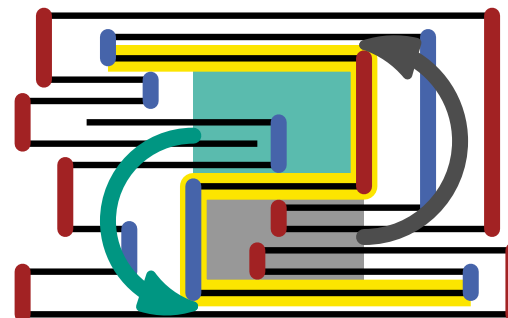
Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.

(Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

(Safety first!)

Beweis

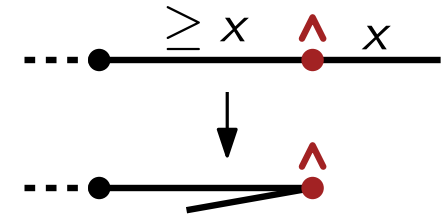
- **End-Fold:** offensichtlich
- **Crimp:** Beweis durch Bild



Reduktionsregeln

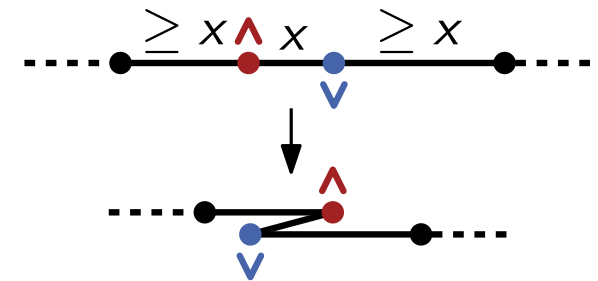
End-Fold

- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner (\leq) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten



Crimp

- Bedingung: inneres Stück mit einem Berg- und einem Tal-Knoten und größeren Nachbarn
- Reduktion: falte beide anliegenden Knoten



Lemma

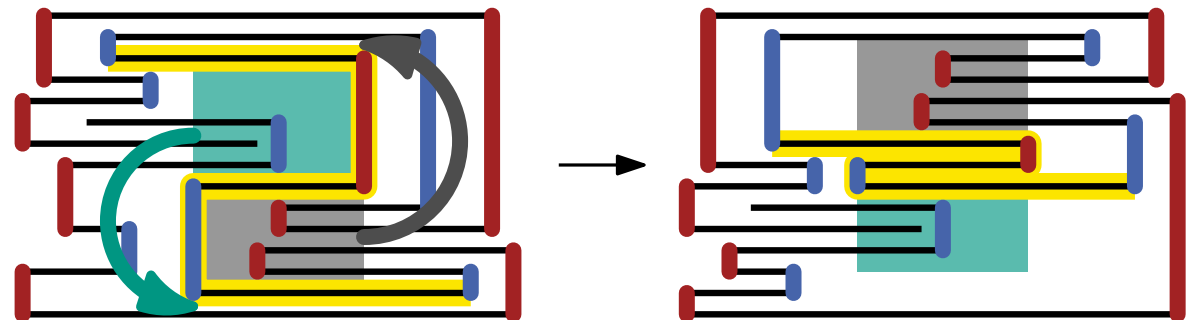
Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.

(Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

(Safety first!)

Beweis

- **End-Fold:** offensichtlich
- **Crimp:** Beweis durch Bild



Reduktionen bis zum Schluss

Theorem

(faltbar \Rightarrow Reduktion)

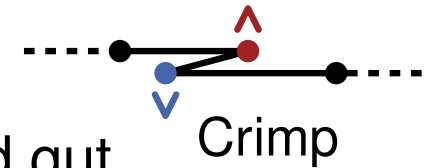
Berg/Tal-Muster flach faltbar \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Reduktionen bis zum Schluss

Theorem **(faltbar \Rightarrow Reduktion)**
 Berg/Tal-Muster flach faltbar \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweisplan

- kurze Stücke mit einem Berg- und einem Tal-Knoten sind gut



Reduktionen bis zum Schluss

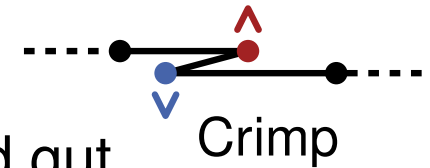
Theorem

(faltbar \Rightarrow Reduktion)

Berg/Tal-Muster flach faltbar \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweisplan

- kurze Stücke mit einem Berg- und einem Tal-Knoten sind gut
- betrachte inklusions-maximales Sequenz, mit nur Berg- bzw. nur Tal-Knoten

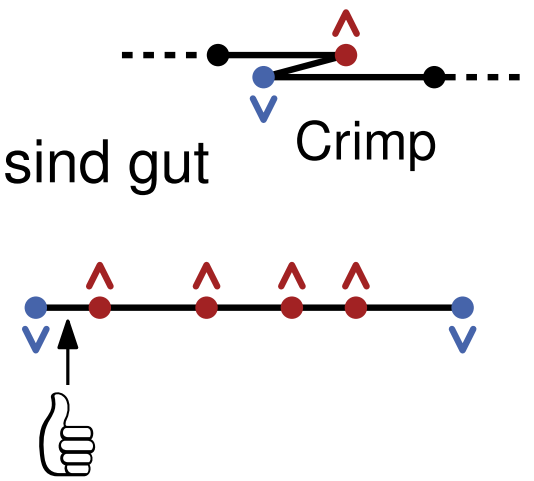


Reduktionen bis zum Schluss

Theorem **(faltbar \Rightarrow Reduktion)**
 Berg/Tal-Muster flach faltbar \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweisplan

- kurze Stücke mit einem Berg- und einem Tal-Knoten sind gut
- betrachte inklusions-maximales Sequenz, mit nur Berg- bzw. nur Tal-Knoten
- links-kurz: erstes Stück ist kürzer als zweites

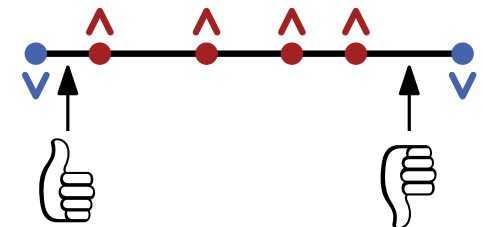
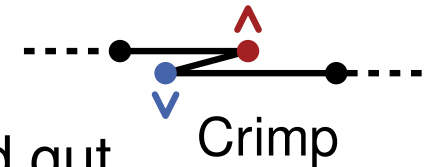


Reduktionen bis zum Schluss

Theorem **(faltbar \Rightarrow Reduktion)**
 Berg/Tal-Muster flach faltbar \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweisplan

- kurze Stücke mit einem Berg- und einem Tal-Knoten sind gut
- betrachte inklusions-maximales Sequenz, mit nur Berg- bzw. nur Tal-Knoten
- links-kurz: erstes Stück ist kürzer als zweites
- rechts-kurz: letztes Stück ist kürzer als vorletztes



Reduktionen bis zum Schluss

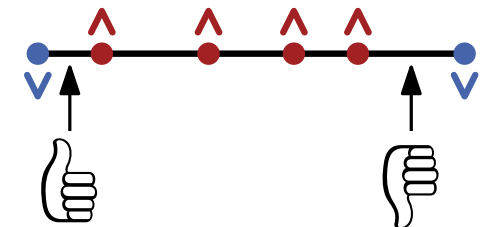
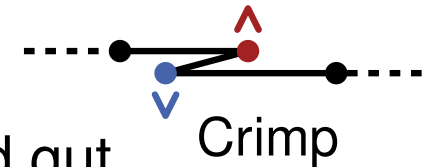
Theorem

(faltbar \Rightarrow Reduktion)

Berg/Tal-Muster flach faltbar \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweisplan

- kurze Stücke mit einem Berg- und einem Tal-Knoten sind gut
- betrachte inklusions-maximales Sequenz, mit nur Berg- bzw. nur Tal-Knoten
- links-kurz: erstes Stück ist kürzer als zweites
- rechts-kurz: letztes Stück ist kürzer als vorletztes



Lemma

(faltbar \Rightarrow kurze Grenzkanten)

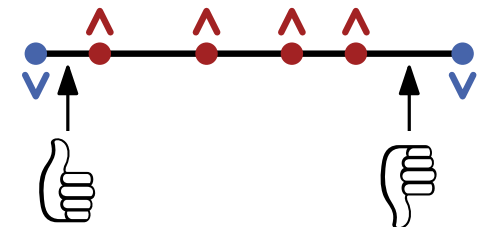
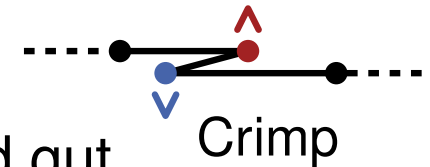
Flach faltbar \Rightarrow jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz.

Reduktionen bis zum Schluss

Theorem **(faltbar \Rightarrow Reduktion)**
 Berg/Tal-Muster flach faltbar \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweisplan

- kurze Stücke mit einem Berg- und einem Tal-Knoten sind gut
- betrachte inklusions-maximales Sequenz, mit nur Berg- bzw. nur Tal-Knoten
- links-kurz: erstes Stück ist kürzer als zweites
- rechts-kurz: letztes Stück ist kürzer als vorletztes



Lemma **(faltbar \Rightarrow kurze Grenzkanten)**
 Flach faltbar \Rightarrow jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz.

Lemma **(kurze Grenzkanten \Rightarrow Reduktion)**
 Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Kurze Kanten überall

Lemma (faltbar \Rightarrow kurze Grenzkanten)
Flach faltbar \Rightarrow jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz.

Beweis

Kurze Kanten überall

Lemma **(faltbar \Rightarrow kurze Grenzkanten)**
 Flach faltbar \Rightarrow jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz.

Beweis

- betrachte maximale Sequenz, die weder links- noch rechts-kurz ist



Kurze Kanten überall

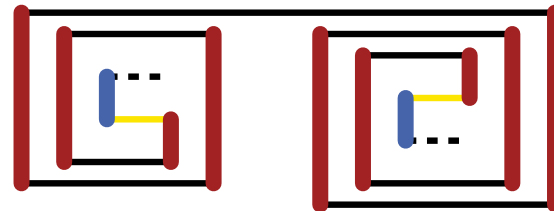
Lemma (faltbar \Rightarrow kurze Grenzkanten)
 Flach faltbar \Rightarrow jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz.

Beweis

- betrachte maximale Sequenz, die weder links- noch rechts-kurz ist



- wir kommen aus der Spirale nicht mehr raus



Kurze Kanten überall

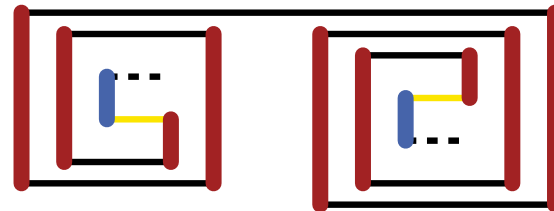
Lemma (faltbar \Rightarrow kurze Grenzkanten)
 Flach faltbar \Rightarrow jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz.

Beweis

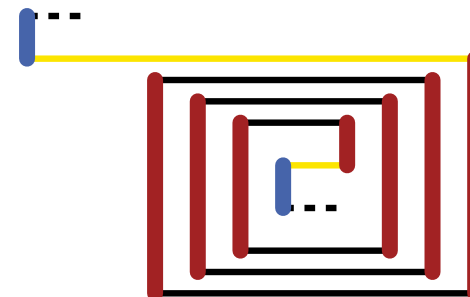
- betrachte maximale Sequenz, die weder links- noch rechts-kurz ist



- wir kommen aus der Spirale nicht mehr raus



- Sequenz ist links- oder rechts-kurz (und eines der beiden reicht auch)



Eine Reduktion geht immer

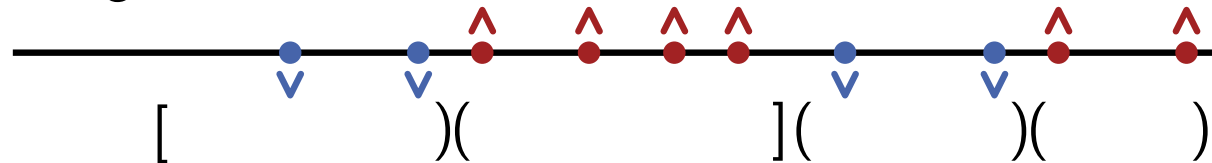
Lemma (kurze Grenzkanten \Rightarrow Reduktion)
Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Eine Reduktion geht immer

Lemma (kurze Grenzkanten \Rightarrow Reduktion)
 Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
 - Anfang: Klammer auf
 - Ende: Klammer zu
 - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
 - nicht kurz: eckige Klammer
- Beispiel:



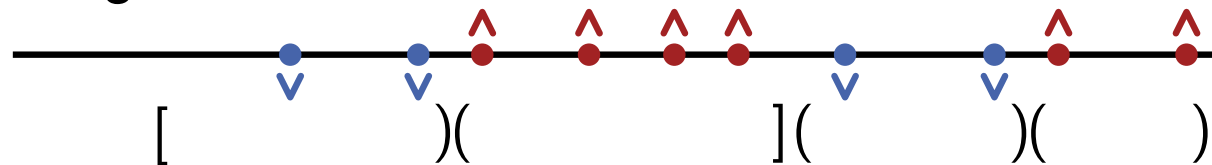
Eine Reduktion geht immer

Lemma (kurze Grenzkanten \Rightarrow Reduktion)
 Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
 - Anfang: Klammer auf
 - Ende: Klammer zu
 - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
 - nicht kurz: eckige Klammer

■ Beispiel:



- „(“ am Anfang
 \Rightarrow End-Fold

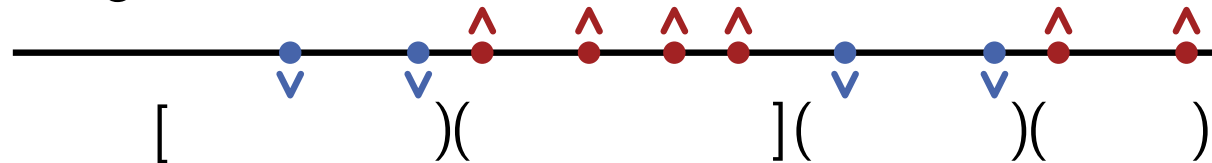
Eine Reduktion geht immer

Lemma (kurze Grenzkanten \Rightarrow Reduktion)
 Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
 - Anfang: Klammer auf
 - Ende: Klammer zu
 - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
 - nicht kurz: eckige Klammer

■ Beispiel:



- „(“ am Anfang
 \Rightarrow End-Fold
- „)“ am Ende
 \Rightarrow End-Fold

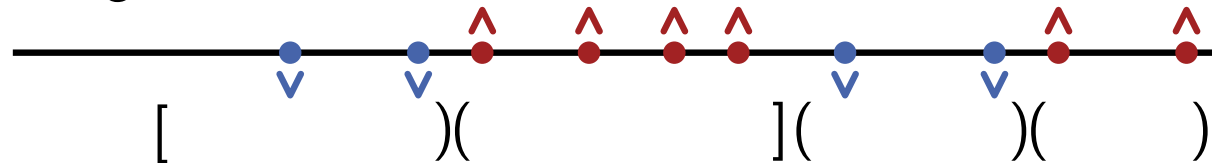
Eine Reduktion geht immer

Lemma **(kurze Grenzkanten \Rightarrow Reduktion)**
 Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
 - Anfang: Klammer auf
 - Ende: Klammer zu
 - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
 - nicht kurz: eckige Klammer

■ Beispiel:



- „(“ am Anfang \Rightarrow End-Fold
- „)“ am Ende \Rightarrow End-Fold
- „)(“ \Rightarrow Crimp

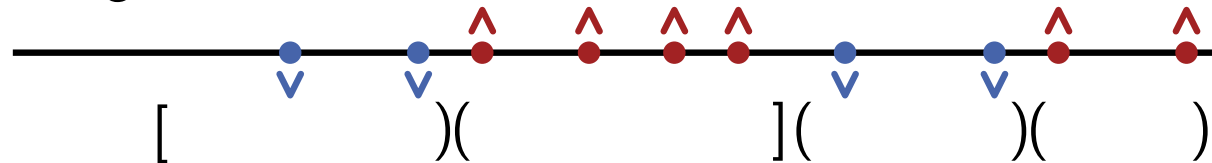
Eine Reduktion geht immer

Lemma (kurze Grenzkanten \Rightarrow Reduktion)
 Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
 - Anfang: Klammer auf
 - Ende: Klammer zu
 - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
 - nicht kurz: eckige Klammer

■ Beispiel:



- „(“ am Anfang \Rightarrow End-Fold
- „)“ am Ende \Rightarrow End-Fold
- „)“(“ \Rightarrow Crimp

Was erhält man, wenn keine Reduktion möglich ist?

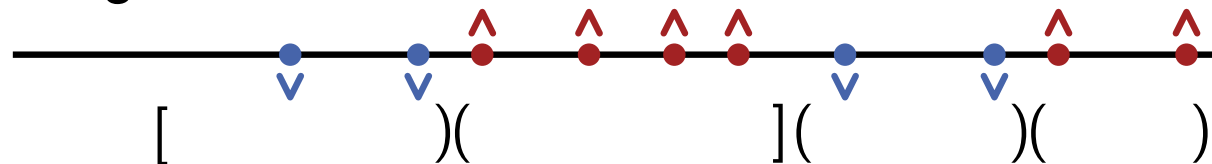
Eine Reduktion geht immer

Lemma (kurze Grenzkanten \Rightarrow Reduktion)
 Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
 - Anfang: Klammer auf
 - Ende: Klammer zu
 - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
 - nicht kurz: eckige Klammer

■ Beispiel:



- „(“ am Anfang \Rightarrow End-Fold
- „)” am Ende \Rightarrow End-Fold
- „)(“ \Rightarrow Crimp

Was erhält man, wenn keine Reduktion möglich ist?

↑
kein End-Fold

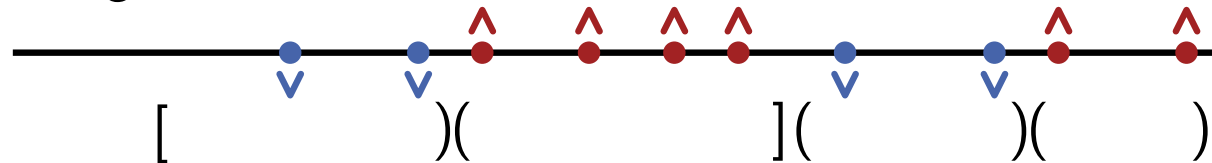
Eine Reduktion geht immer

Lemma (kurze Grenzkanten \Rightarrow Reduktion)
 Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

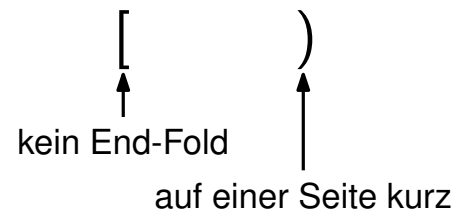
- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
 - Anfang: Klammer auf
 - Ende: Klammer zu
 - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
 - nicht kurz: eckige Klammer

■ Beispiel:



- „(“ am Anfang \Rightarrow End-Fold
- „)” am Ende \Rightarrow End-Fold
- „)(“ \Rightarrow Crimp

Was erhält man, wenn keine Reduktion möglich ist?



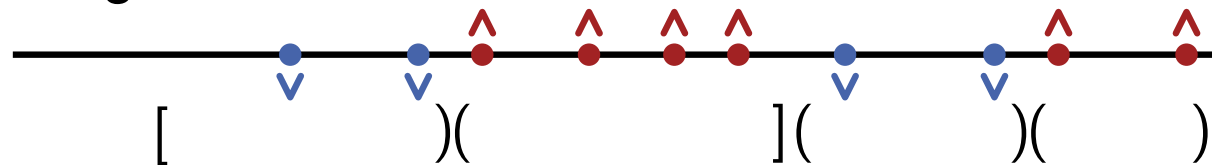
Eine Reduktion geht immer

Lemma (kurze Grenzkanten \Rightarrow Reduktion)
 Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

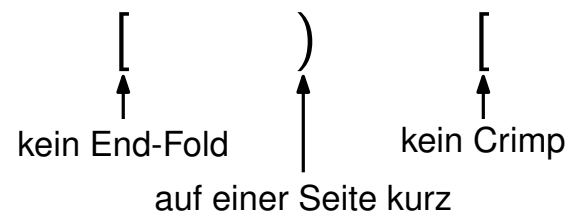
- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
 - Anfang: Klammer auf
 - Ende: Klammer zu
 - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
 - nicht kurz: eckige Klammer

■ Beispiel:



- „(“ am Anfang \Rightarrow End-Fold
- „)“ am Ende \Rightarrow End-Fold
- „)“(“ \Rightarrow Crimp

Was erhält man, wenn keine Reduktion möglich ist?



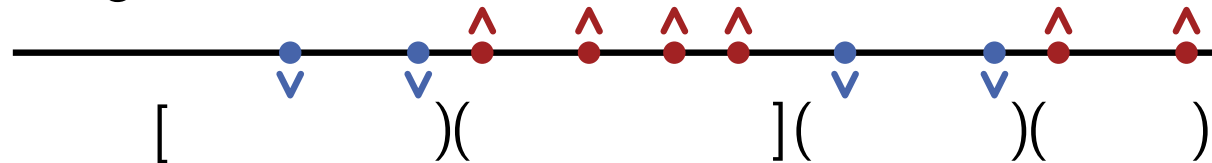
Eine Reduktion geht immer

Lemma (kurze Grenzkanten \Rightarrow Reduktion)
 Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

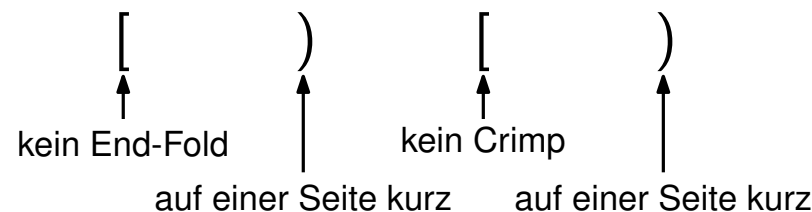
- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
 - Anfang: Klammer auf
 - Ende: Klammer zu
 - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
 - nicht kurz: eckige Klammer

■ Beispiel:



- „(“ am Anfang \Rightarrow End-Fold
- „)“ am Ende \Rightarrow End-Fold
- „)(“ \Rightarrow Crimp

Was erhält man, wenn keine Reduktion möglich ist?



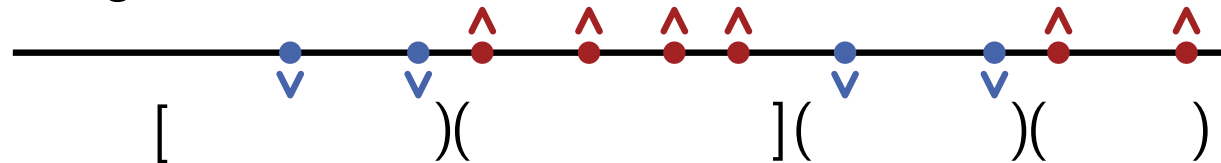
Eine Reduktion geht immer

Lemma (kurze Grenzkanten \Rightarrow Reduktion)
 Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

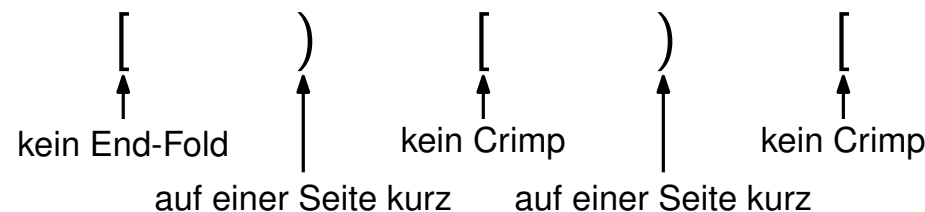
- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
 - Anfang: Klammer auf
 - Ende: Klammer zu
 - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
 - nicht kurz: eckige Klammer

■ Beispiel:



- „(“ am Anfang \Rightarrow End-Fold
- „)“ am Ende \Rightarrow End-Fold
- „)(“ \Rightarrow Crimp

Was erhält man, wenn keine Reduktion möglich ist?



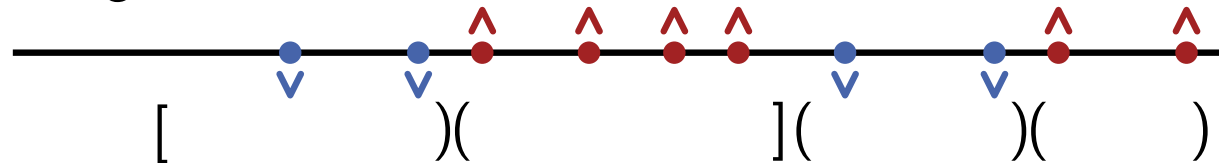
Eine Reduktion geht immer

Lemma (kurze Grenzkanten \Rightarrow Reduktion)
 Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

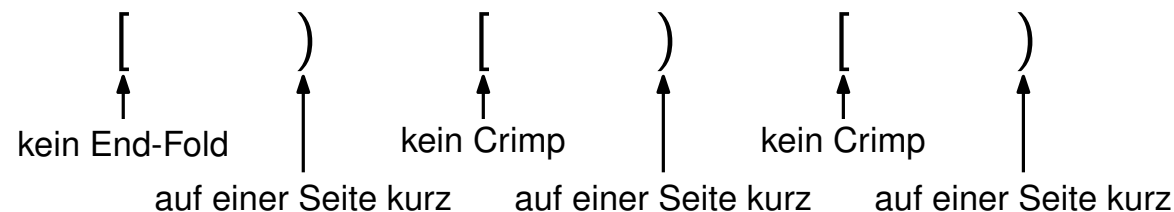
- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
 - Anfang: Klammer auf
 - Ende: Klammer zu
 - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
 - nicht kurz: eckige Klammer

■ Beispiel:



- „(“ am Anfang \Rightarrow End-Fold
- „)“ am Ende \Rightarrow End-Fold
- „)(“ \Rightarrow Crimp

Was erhält man, wenn keine Reduktion möglich ist?



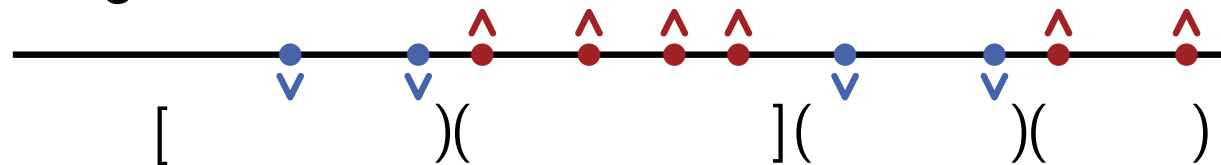
Eine Reduktion geht immer

Lemma (kurze Grenzkanten \Rightarrow Reduktion)
 Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

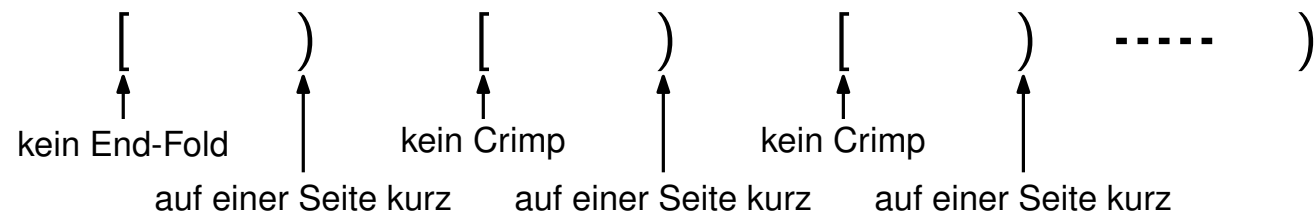
- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
 - Anfang: Klammer auf
 - Ende: Klammer zu
 - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
 - nicht kurz: eckige Klammer

■ Beispiel:



- „(“ am Anfang \Rightarrow End-Fold
- „)“ am Ende \Rightarrow End-Fold
- „)(“ \Rightarrow Crimp

Was erhält man, wenn keine Reduktion möglich ist?



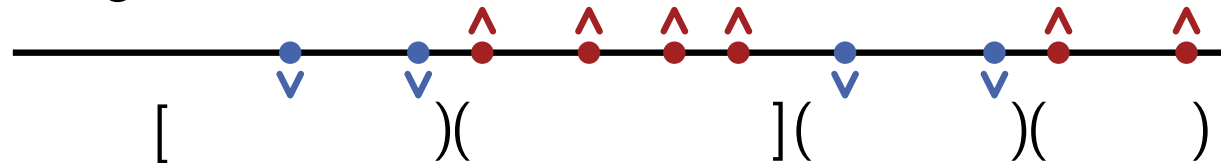
Eine Reduktion geht immer

Lemma (kurze Grenzkanten \Rightarrow Reduktion)
 Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

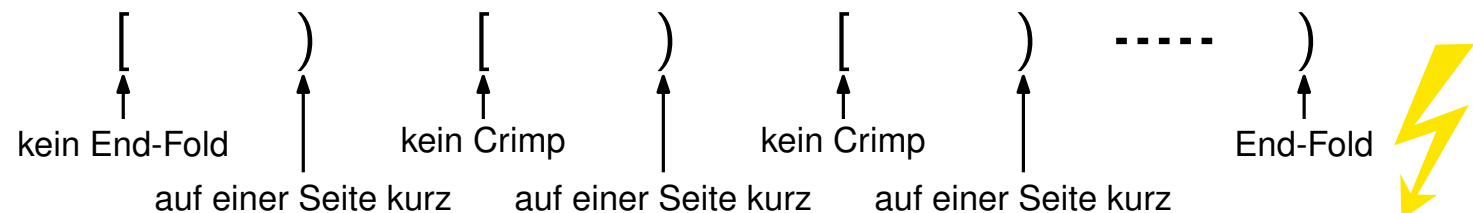
- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
 - Anfang: Klammer auf
 - Ende: Klammer zu
 - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
 - nicht kurz: eckige Klammer

■ Beispiel:



- „(“ am Anfang \Rightarrow End-Fold
- „)” am Ende \Rightarrow End-Fold
- „)(“ \Rightarrow Crimp

Was erhält man, wenn keine Reduktion möglich ist?



Zusammenfassung: 1D Origami

Lemma

(Safety first!)

Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.

(Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

Theorem

(faltbar \Rightarrow Reduktion)

Berg/Tal-Muster flach faltbar \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Zusammenfassung: 1D Origami

Lemma

(Safety first!)

Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.

(Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

Theorem

(faltbar \Rightarrow Reduktion)

Berg/Tal-Muster flach faltbar \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Algorithmus zur Erkennung flach faltbarer 1D Berg-/Tal-Muster

- solange End-Fold oder Crimp möglich, führe End-Fold oder Crimp aus
- Resultat ist flach gefaltet \Rightarrow flach faltbar
- Resultat ist noch nicht flach gefaltet \Rightarrow nicht flach faltbar

Zusammenfassung: 1D Origami

Lemma

(Safety first!)

Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.

(Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

Theorem

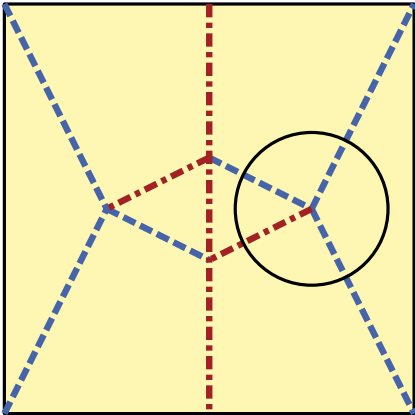
(faltbar \Rightarrow Reduktion)

Berg/Tal-Muster flach faltbar \Rightarrow es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Algorithmus zur Erkennung flach faltbarer 1D Berg-/Tal-Muster

- solange End-Fold oder Crimp möglich, führe End-Fold oder Crimp aus
- Resultat ist flach gefaltet \Rightarrow flach faltbar
- Resultat ist noch nicht flach gefaltet \Rightarrow nicht flach faltbar
- Laufzeit: $O(n)$ \rightarrow siehe Übung

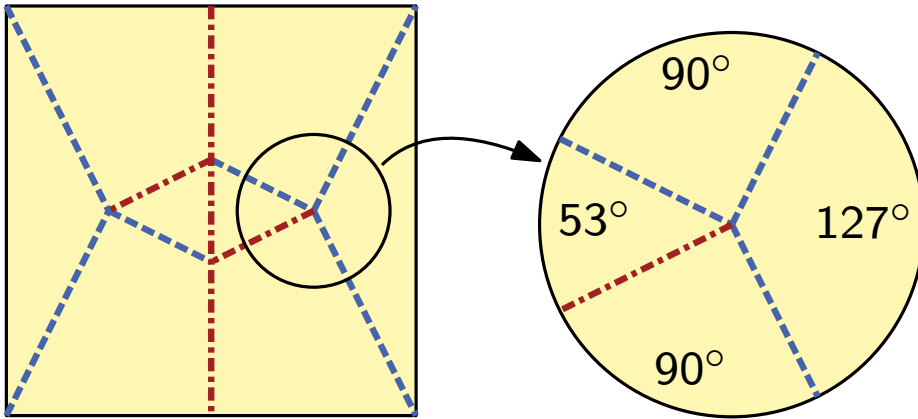
2D Origami (mit einem Knoten)



Notwendige Bedingung

- Berg/Tal-Muster faltbar
⇒ jeder Knoten lokal faltbar

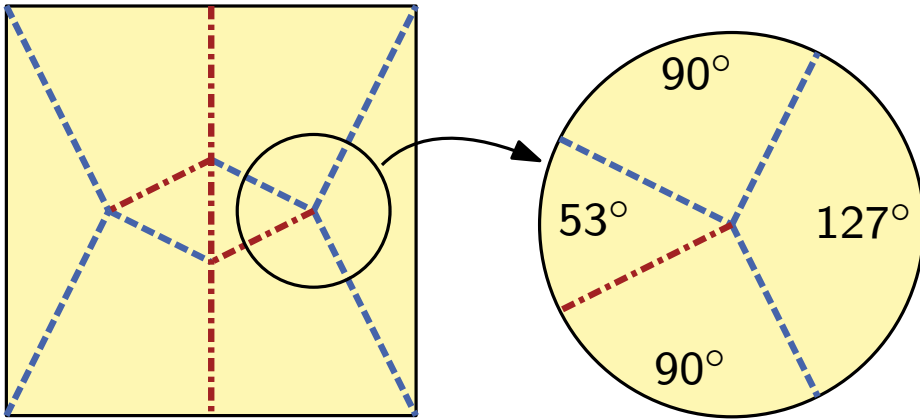
2D Origami (mit einem Knoten)



Notwendige Bedingung

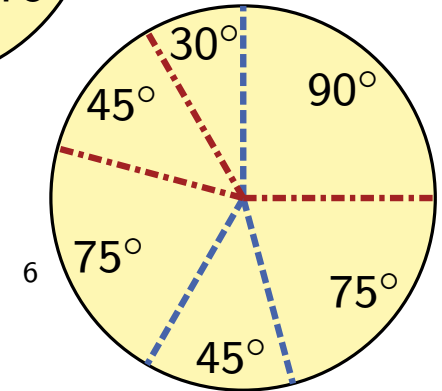
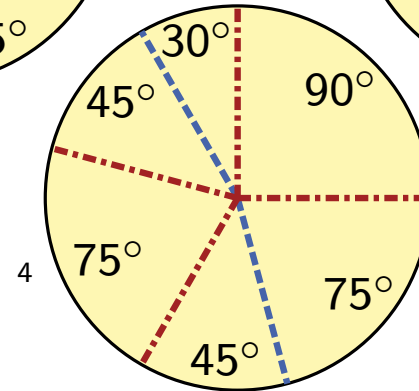
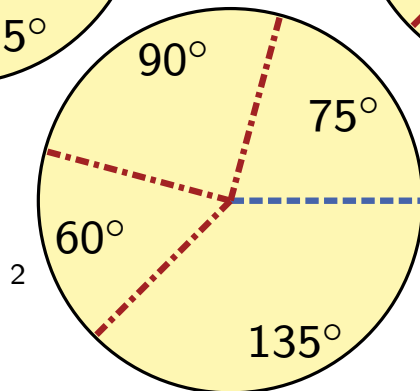
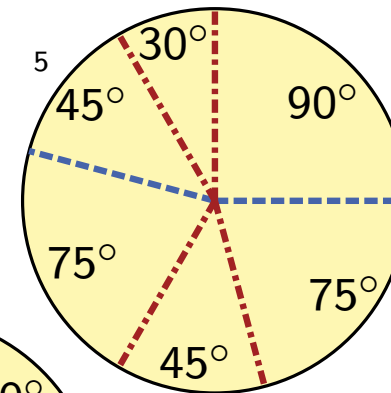
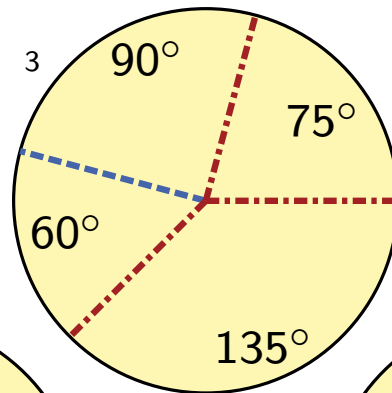
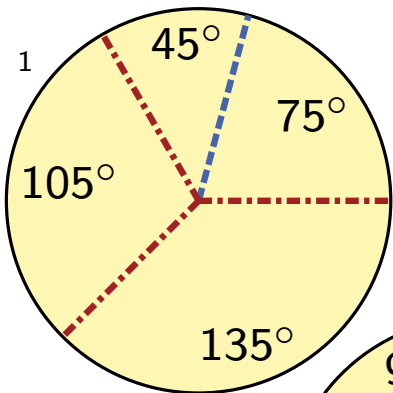
- Berg/Tal-Muster faltbar
 ⇒ jeder Knoten lokal faltbar
- Welche 1-Knoten Berg-/Tal-Muster sind flach faltbar?

2D Origami (mit einem Knoten)

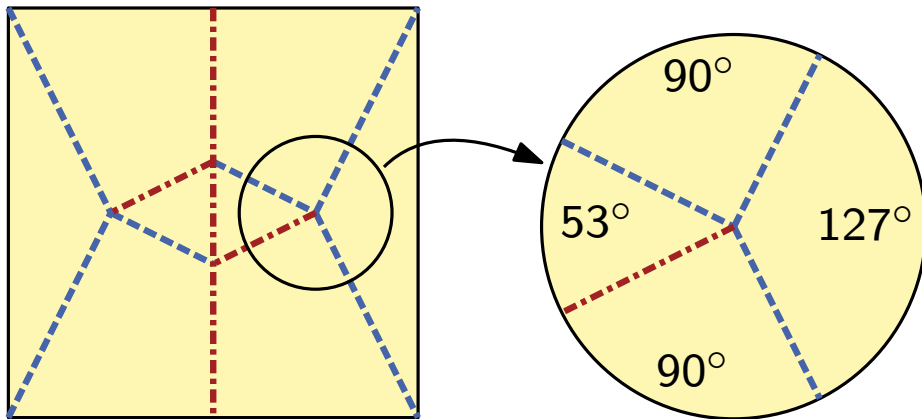


Notwendige Bedingung

- Berg/Tal-Muster faltbar
 ⇒ jeder Knoten lokal faltbar
- Welche 1-Knoten Berg-/Tal-Muster sind flach faltbar?

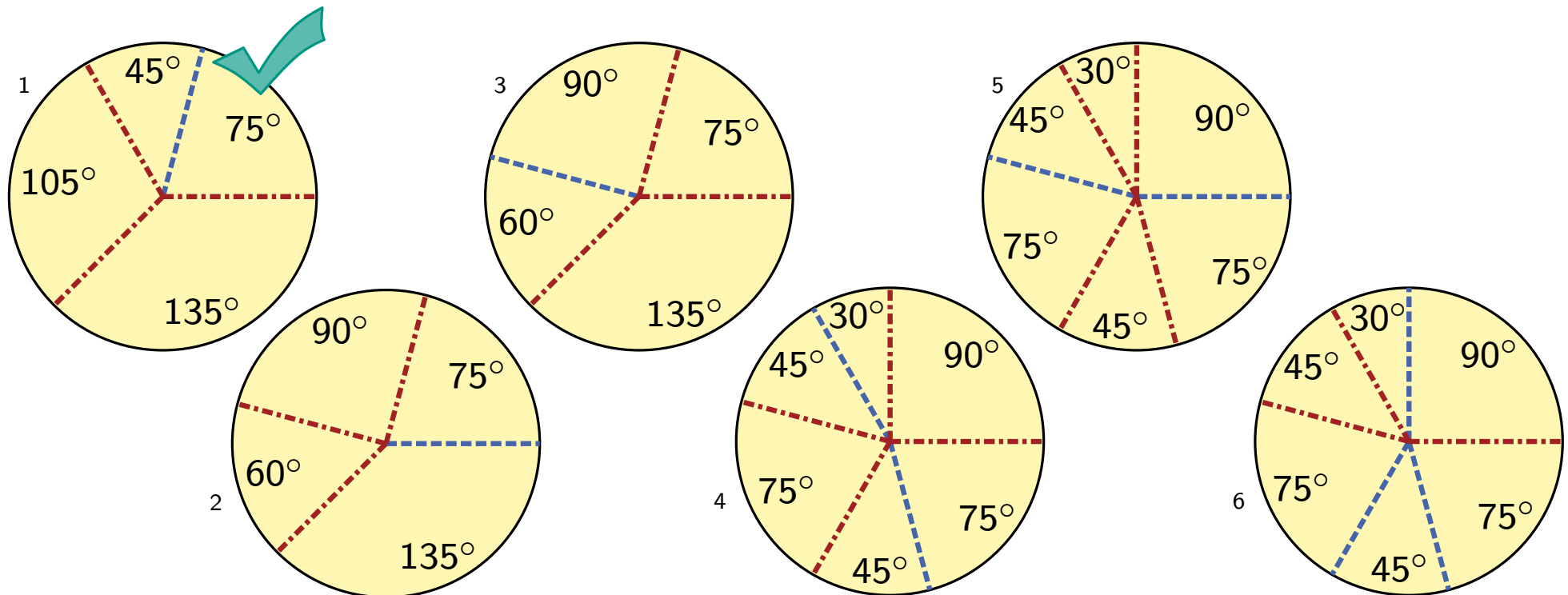


2D Origami (mit einem Knoten)

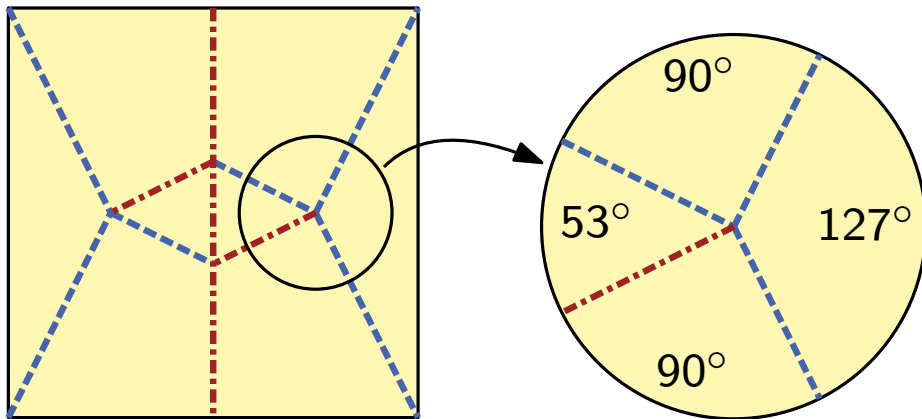


Notwendige Bedingung

- Berg/Tal-Muster faltbar
⇒ jeder Knoten lokal faltbar
- Welche 1-Knoten Berg-/Tal-Muster sind flach faltbar?

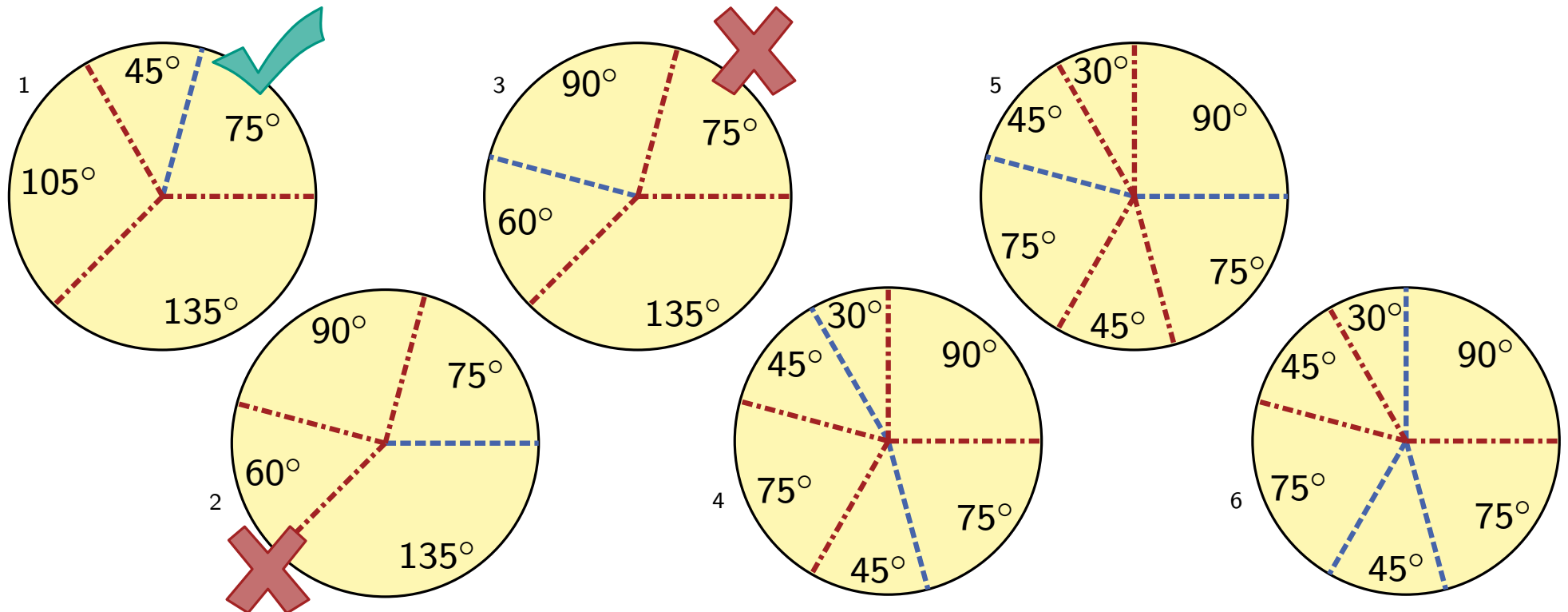


2D Origami (mit einem Knoten)

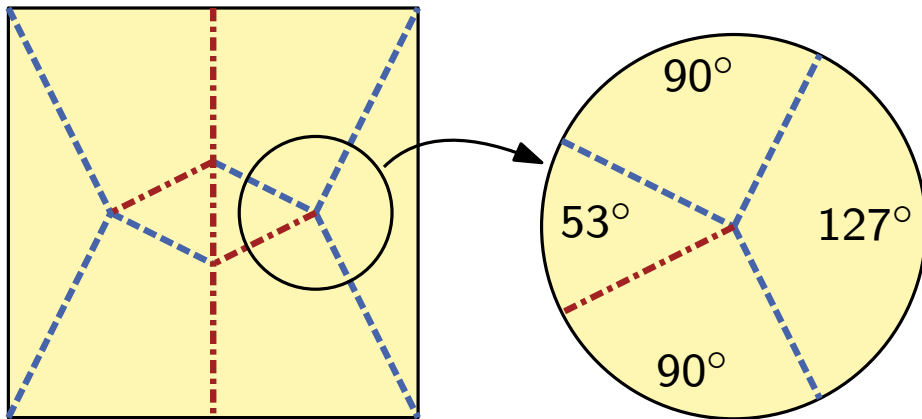


Notwendige Bedingung

- Berg/Tal-Muster faltbar
⇒ jeder Knoten lokal faltbar
- Welche 1-Knoten Berg-/Tal-Muster sind flach faltbar?

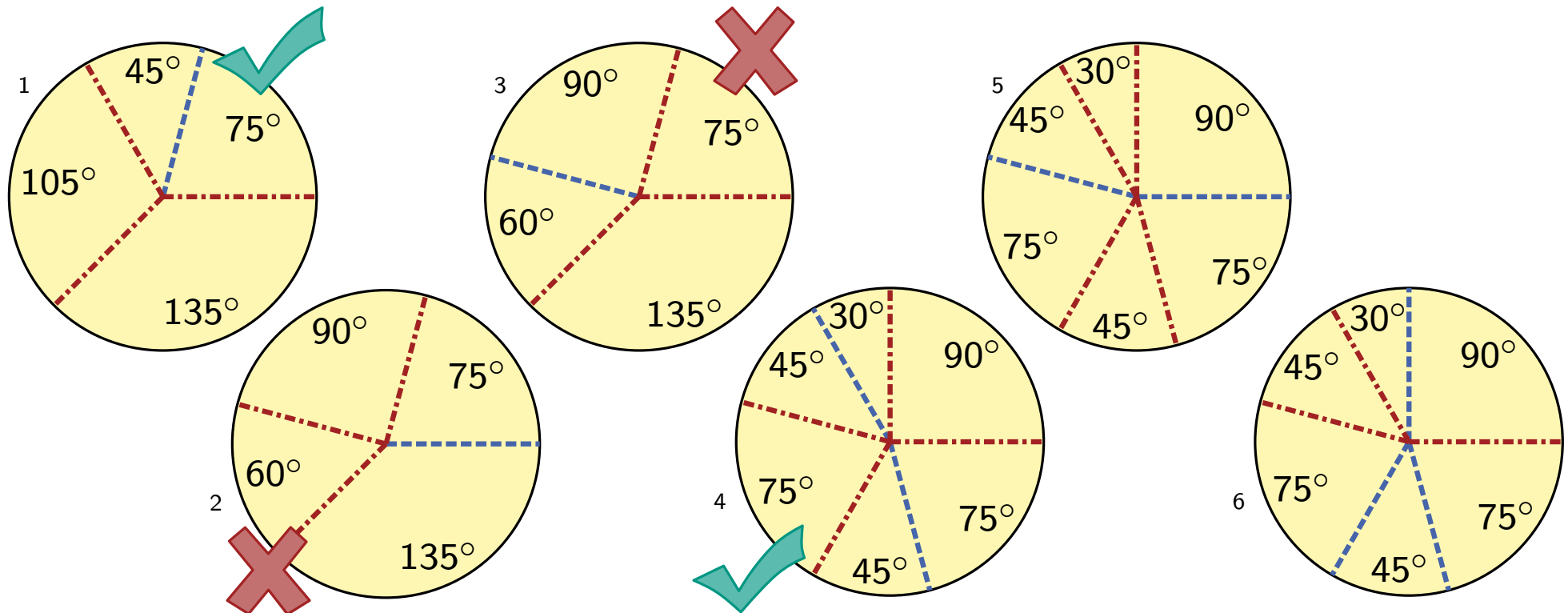


2D Origami (mit einem Knoten)

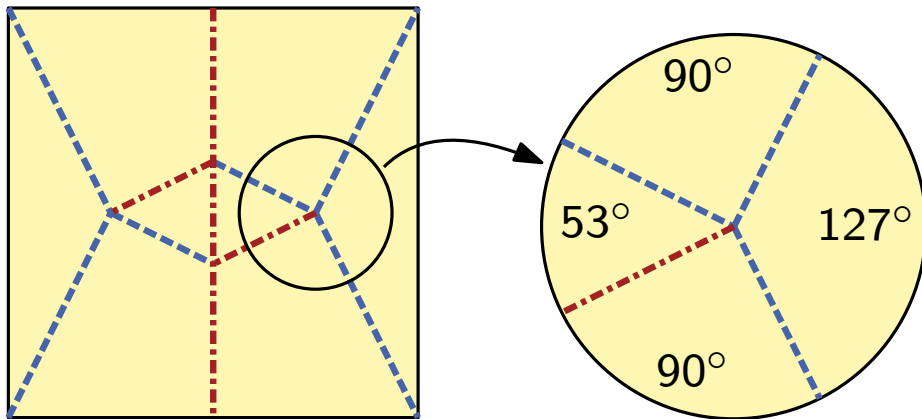


Notwendige Bedingung

- Berg/Tal-Muster faltbar
⇒ jeder Knoten lokal faltbar
- Welche 1-Knoten Berg-/Tal-Muster sind flach faltbar?

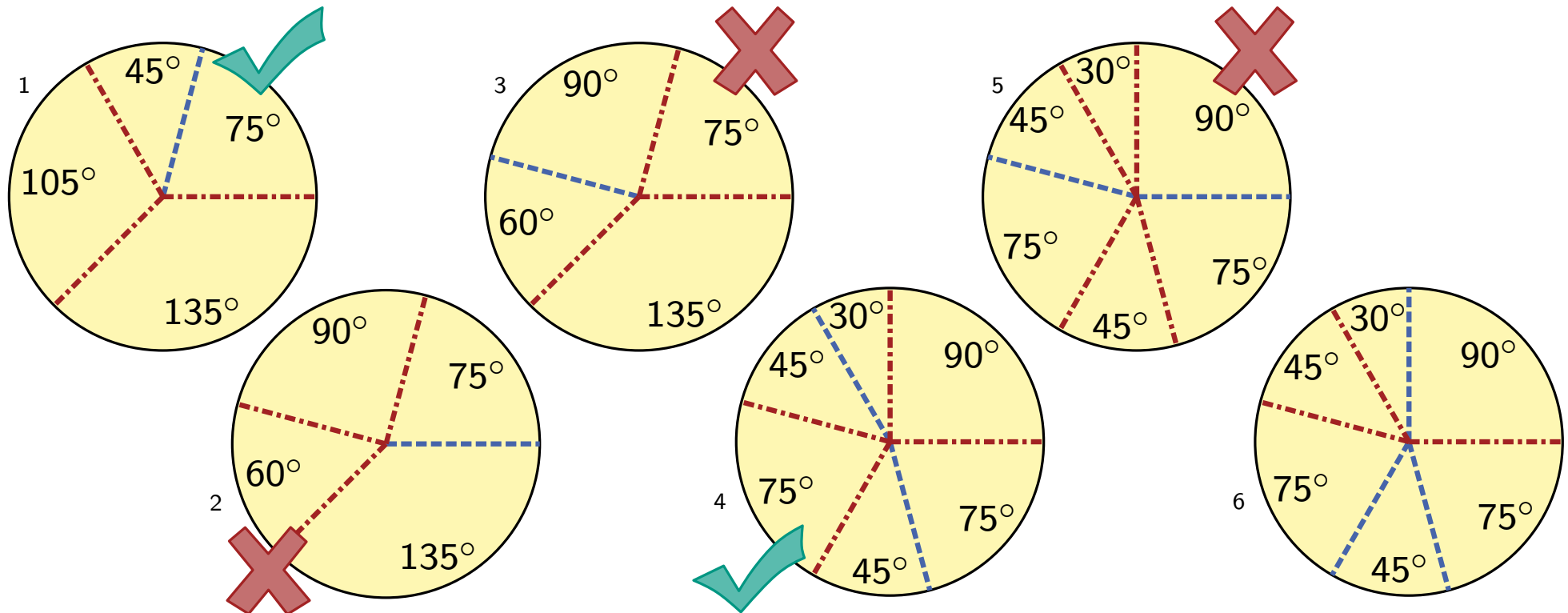


2D Origami (mit einem Knoten)

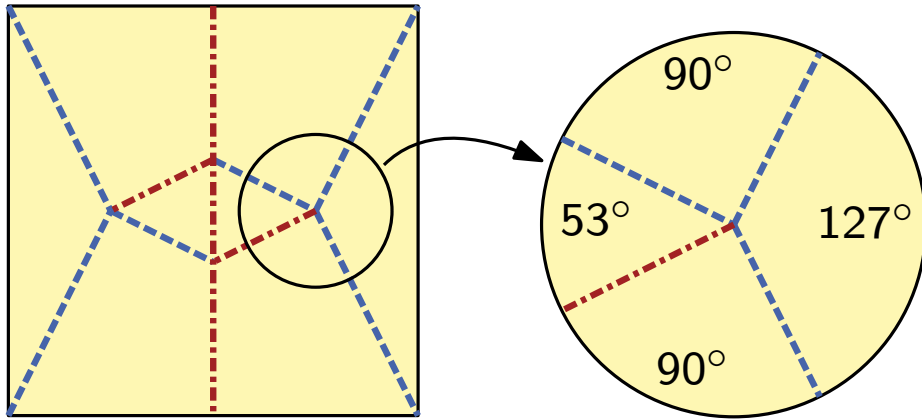


Notwendige Bedingung

- Berg/Tal-Muster faltbar
⇒ jeder Knoten lokal faltbar
- Welche 1-Knoten Berg-/Tal-Muster sind flach faltbar?

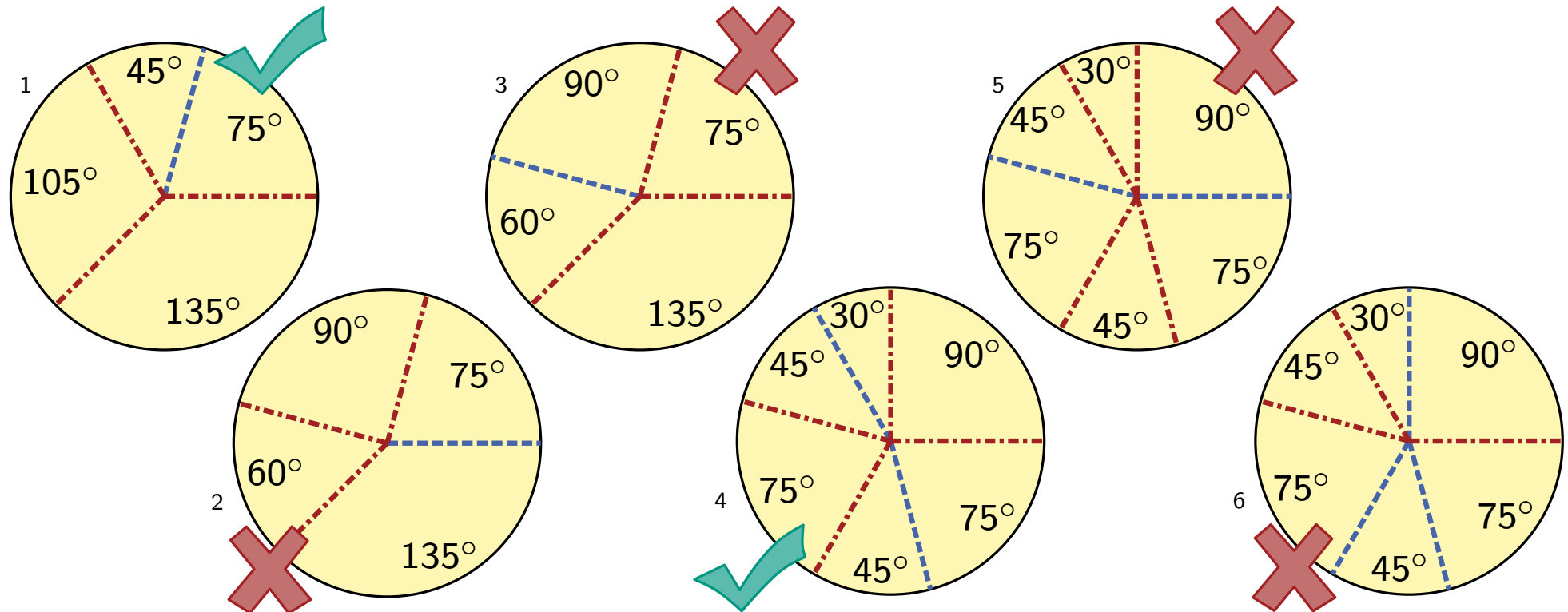


2D Origami (mit einem Knoten)



Notwendige Bedingung

- Berg/Tal-Muster faltbar
⇒ jeder Knoten lokal faltbar
- Welche 1-Knoten Berg-/Tal-Muster sind flach faltbar?



Faltmuster mit einem Knoten

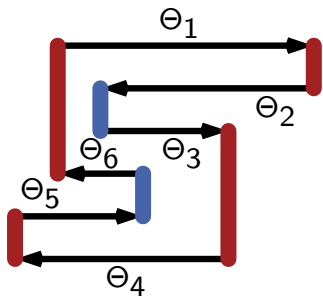
Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \dots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)

Faltmuster mit einem Knoten

Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \dots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)

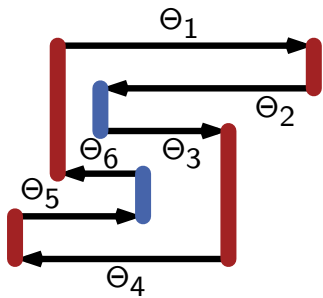


Notwendige Bedingung für das Faltmuster

Faltmuster mit einem Knoten

Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \dots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)



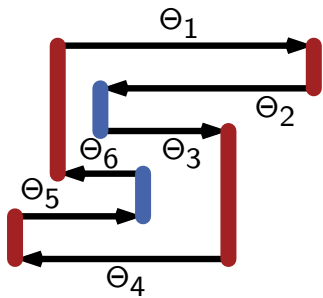
Notwendige Bedingung für das Faltmuster

- Richtung der Kreisbögen alternieren $\Rightarrow n$ ist gerade

Faltmuster mit einem Knoten

Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \dots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)



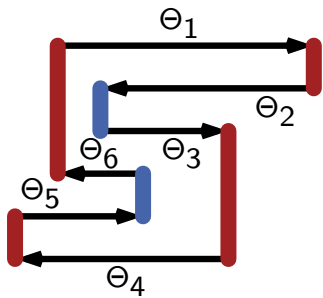
Notwendige Bedingung für das Faltmuster

- Richtung der Kreisbögen alternieren $\Rightarrow n$ ist gerade
- $\Theta_1 + \Theta_3 + \dots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \dots + \Theta_n = 180^\circ$

Faltmuster mit einem Knoten

Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \dots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)



Notwendige Bedingung für das Faltmuster

- Richtung der Kreisbögen alternieren $\Rightarrow n$ ist gerade
- $\Theta_1 + \Theta_3 + \dots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \dots + \Theta_n = 180^\circ$

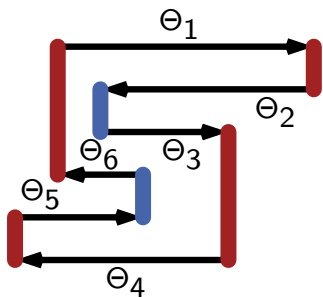
Theorem

Ein Faltmuster hat eine flach faltbare Berg/Tal-Zuweisung genau dann, wenn die Summe der geraden und der ungeraden Winkel je 180° ist.

Faltmuster mit einem Knoten

Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \dots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)



Notwendige Bedingung für das Faltmuster

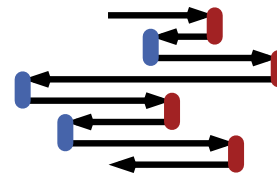
- Richtung der Kreisbögen alternieren $\Rightarrow n$ ist gerade
- $\Theta_1 + \Theta_3 + \dots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \dots + \Theta_n = 180^\circ$

Theorem

Ein Faltmuster hat eine flach faltbare Berg/Tal-Zuweisung genau dann, wenn die Summe der geraden und der ungeraden Winkel je 180° ist.

Beweis

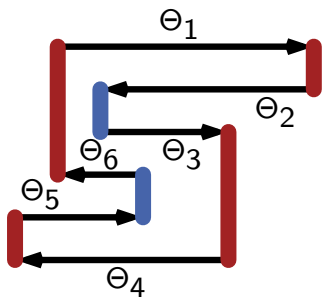
- versuche zunächst Zick-Zack



Faltmuster mit einem Knoten

Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \dots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)



Notwendige Bedingung für das Faltmuster

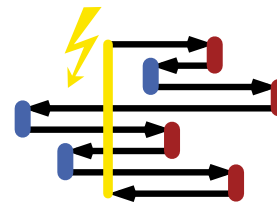
- Richtung der Kreisbögen alternieren $\Rightarrow n$ ist gerade
- $\Theta_1 + \Theta_3 + \dots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \dots + \Theta_n = 180^\circ$

Theorem

Ein Faltmuster hat eine flach faltbare Berg/Tal-Zuweisung genau dann, wenn die Summe der geraden und der ungeraden Winkel je 180° ist.

Beweis

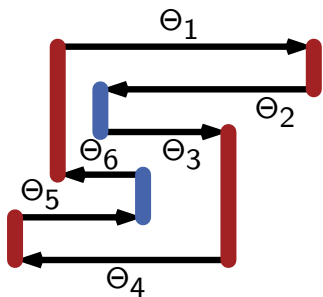
- versuche zunächst Zick-Zack



Faltmuster mit einem Knoten

Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \dots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)



Notwendige Bedingung für das Faltmuster

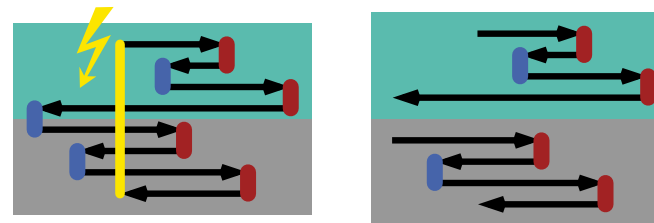
- Richtung der Kreisbögen alternieren $\Rightarrow n$ ist gerade
- $\Theta_1 + \Theta_3 + \dots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \dots + \Theta_n = 180^\circ$

Theorem

Ein Faltmuster hat eine flach faltbare Berg/Tal-Zuweisung genau dann, wenn die Summe der geraden und der ungeraden Winkel je 180° ist.

Beweis

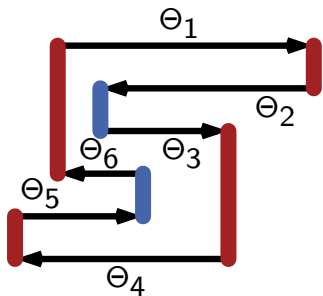
- versuche zunächst Zick-Zack
- zerschneide an linkestem Punkt



Faltmuster mit einem Knoten

Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \dots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)



Notwendige Bedingung für das Faltmuster

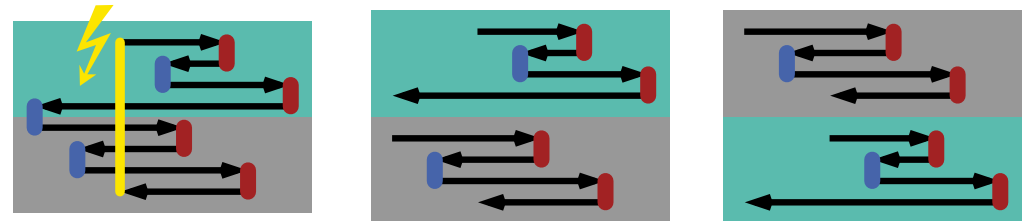
- Richtung der Kreisbögen alternieren $\Rightarrow n$ ist gerade
- $\Theta_1 + \Theta_3 + \dots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \dots + \Theta_n = 180^\circ$

Theorem

Ein Faltmuster hat eine flach faltbare Berg/Tal-Zuweisung genau dann, wenn die Summe der geraden und der ungeraden Winkel je 180° ist.

Beweis

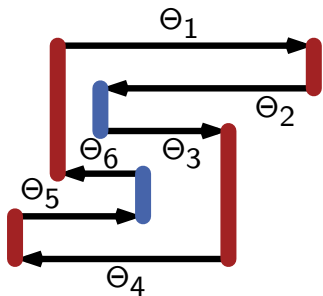
- versuche zunächst Zick-Zack
- zerschneide an linkestem Punkt
- vertausche Reihenfolge



Faltmuster mit einem Knoten

Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \dots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)



Notwendige Bedingung für das Faltmuster

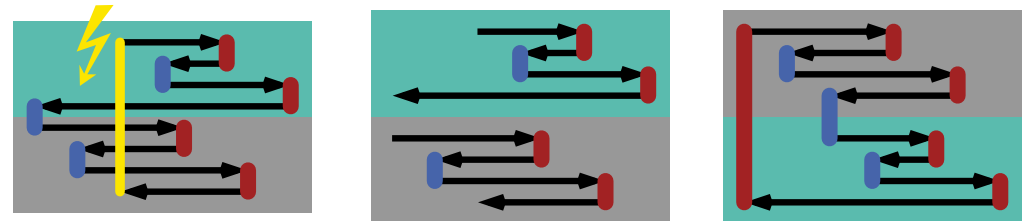
- Richtung der Kreisbögen alternieren $\Rightarrow n$ ist gerade
- $\Theta_1 + \Theta_3 + \dots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \dots + \Theta_n = 180^\circ$

Theorem

Ein Faltmuster hat eine flach faltbare Berg/Tal-Zuweisung genau dann, wenn die Summe der geraden und der ungeraden Winkel je 180° ist.

Beweis

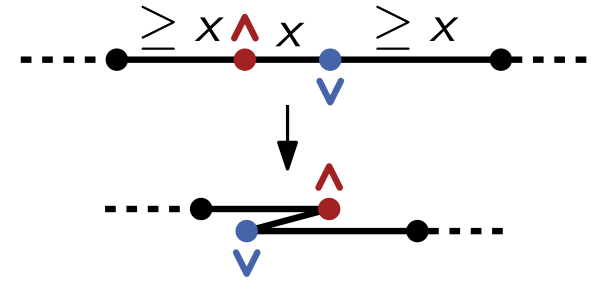
- versuche zunächst Zick-Zack
- zerschneide an linkestem Punkt
- vertausche Reihenfolge
- füge wieder zusammen



Berg/Tal-Muster mit einem Knoten

Sichere Reduktion

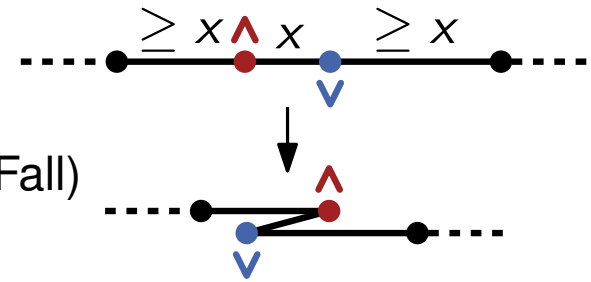
- definiere Crimp wie im 1D-Fall



Berg/Tal-Muster mit einem Knoten

Sichere Reduktion

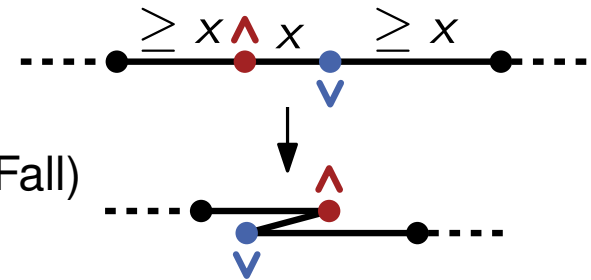
- definiere Crimp wie im 1D-Fall
- Reduktionsregel ist sicher (selbes Argument wie in 1D-Fall)



Berg/Tal-Muster mit einem Knoten

Sichere Reduktion

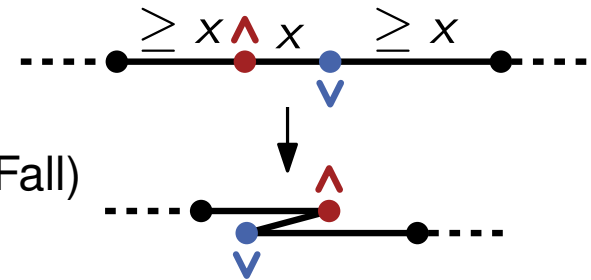
- definiere Crimp wie im 1D-Fall
- Reduktionsregel ist sicher (selbes Argument wie in 1D-Fall)
- End-Folds gibt es natürlich nicht mehr



Berg/Tal-Muster mit einem Knoten

Sichere Reduktion

- definiere Crimp wie im 1D-Fall
- Reduktionsregel ist sicher (selbes Argument wie in 1D-Fall)
- End-Folds gibt es natürlich nicht mehr



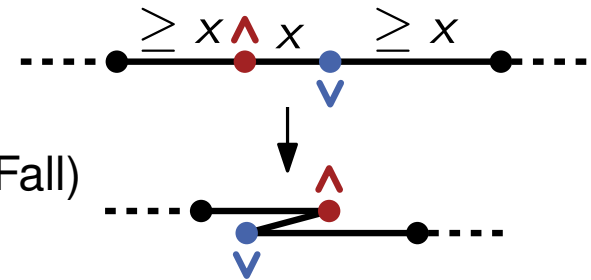
Flach faltbar \Rightarrow Crimp

- gilt weiterhin, außer wenn wir nur zwei (gleich große) Winkel haben

Berg/Tal-Muster mit einem Knoten

Sichere Reduktion

- definiere Crimp wie im 1D-Fall
- Reduktionsregel ist sicher (selbes Argument wie in 1D-Fall)
- End-Folds gibt es natürlich nicht mehr



Flach faltbar \Rightarrow Crimp

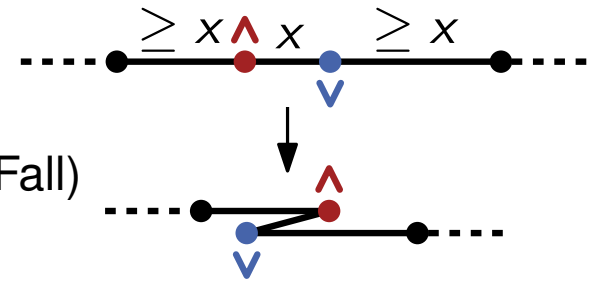
- gilt weiterhin, außer wenn wir nur zwei (gleich große) Winkel haben
- Beweisidee:
 - wähle Sequenz gleich großer Winkel ...




Berg/Tal-Muster mit einem Knoten

Sichere Reduktion

- definiere Crimp wie im 1D-Fall
- Reduktionsregel ist sicher (selbes Argument wie in 1D-Fall)
- End-Folds gibt es natürlich nicht mehr



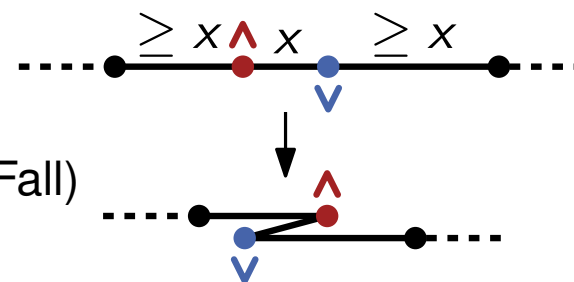
Flach faltbar \Rightarrow Crimp

- gilt weiterhin, außer wenn wir nur zwei (gleich große) Winkel haben
- Beweisidee:
 - wähle Sequenz gleich großer Winkel  mit größeren Nachbarn
 - nur Berg-Knoten bzw. nur Tal-Knoten \Rightarrow nicht flach faltbar


Berg/Tal-Muster mit einem Knoten

Sichere Reduktion

- definiere Crimp wie im 1D-Fall
- Reduktionsregel ist sicher (selbes Argument wie in 1D-Fall)
- End-Folds gibt es natürlich nicht mehr



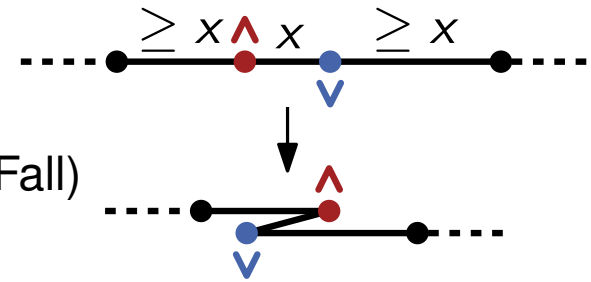
Flach faltbar \Rightarrow Crimp

- gilt weiterhin, außer wenn wir nur zwei (gleich große) Winkel haben
- Beweisidee:
 - wähle Sequenz gleich großer Winkel ...  ... mit größeren Nachbarn
 - nur Berg-Knoten bzw. nur Tal-Knoten \Rightarrow nicht flach faltbar
 - Wechsel zwischen Berg und Tal \Rightarrow Crimp

Berg/Tal-Muster mit einem Knoten

Sichere Reduktion

- definiere Crimp wie im 1D-Fall
- Reduktionsregel ist sicher (selbes Argument wie in 1D-Fall)
- End-Folds gibt es natürlich nicht mehr



Flach faltbar \Rightarrow Crimp

- gilt weiterhin, außer wenn wir nur zwei (gleich große) Winkel haben
- Beweisidee:
 - wähle Sequenz gleich großer Winkel ...
- nur Berg-Knoten bzw. nur Tal-Knoten \Rightarrow nicht flach faltbar
- Wechsel zwischen Berg und Tal \Rightarrow Crimp

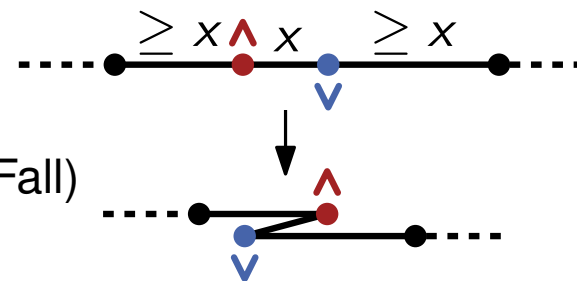
Theorem

Wenn Berg/Tal-Muster mit einem Knoten flach faltbar ist, dann gibt es ein Crimp. Außerdem führt jede Folge von Crimps zu einer flachen Faltung.

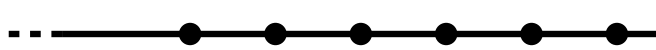
Berg/Tal-Muster mit einem Knoten

Sichere Reduktion

- definiere Crimp wie im 1D-Fall
- Reduktionsregel ist sicher (selbes Argument wie in 1D-Fall)
- End-Folds gibt es natürlich nicht mehr



Flach faltbar \Rightarrow Crimp

- gilt weiterhin, außer wenn wir nur zwei (gleich große) Winkel haben
- Beweisidee:
 - wähle Sequenz gleich großer Winkel ...  ... mit größeren Nachbarn
 - nur Berg-Knoten bzw. nur Tal-Knoten \Rightarrow nicht flach faltbar
 - Wechsel zwischen Berg und Tal \Rightarrow Crimp

Theorem

Wenn Berg/Tal-Muster mit einem Knoten flach faltbar ist, dann gibt es ein Crimp. Außerdem führt jede Folge von Crimps zu einer flachen Faltung.

Bonusbeobachtung: flach faltbar \Rightarrow #Berge – #Täler = ± 2

Zusammenfassung

Heute gesehen

- 1D Faltmuster: immer faltbar
- 1D Berg/Tal-Muster
 - Reduktionsregeln: Crimp und End-Fold
 - flach faltbar \Rightarrow Crimp oder End-Fold

Zusammenfassung

Heute gesehen

- 1D Faltmuster: immer faltbar
- 1D Berg/Tal-Muster
 - Reduktionsregeln: Crimp und End-Fold
 - flach faltbar \Rightarrow Crimp oder End-Fold
- 1-Knoten 2D Faltmuster
 - flach faltbar $\Leftrightarrow \Theta_1 + \Theta_3 + \dots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \dots + \Theta_n = 180^\circ$
- 1-Knoten 2D Berg/Tal-Muster
 - Reduktionsregel: Crimp
 - flach faltbar \Rightarrow Crimp

Zusammenfassung

Heute gesehen

- 1D Faltmuster: immer faltbar
- 1D Berg/Tal-Muster
 - Reduktionsregeln: Crimp und End-Fold
 - flach faltbar \Rightarrow Crimp oder End-Fold
- 1-Knoten 2D Faltmuster
 - flach faltbar $\Leftrightarrow \Theta_1 + \Theta_3 + \dots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \dots + \Theta_n = 180^\circ$
- 1-Knoten 2D Berg/Tal-Muster
 - Reduktionsregel: Crimp
 - flach faltbar \Rightarrow Crimp

Was gibt es sonst noch?

- testen ob ein Faltmuster flach faltbar ist: NP-schwer

Zusammenfassung

Heute gesehen

- 1D Faltmuster: immer faltbar
- 1D Berg/Tal-Muster
 - Reduktionsregeln: Crimp und End-Fold
 - flach faltbar \Rightarrow Crimp oder End-Fold
- 1-Knoten 2D Faltmuster
 - flach faltbar $\Leftrightarrow \Theta_1 + \Theta_3 + \dots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \dots + \Theta_n = 180^\circ$
- 1-Knoten 2D Berg/Tal-Muster
 - Reduktionsregel: Crimp
 - flach faltbar \Rightarrow Crimp

Was gibt es sonst noch?

- testen ob ein Faltmuster flach faltbar ist: NP-schwer
- Berg/Tal-Muster flach falten: NP-schwer

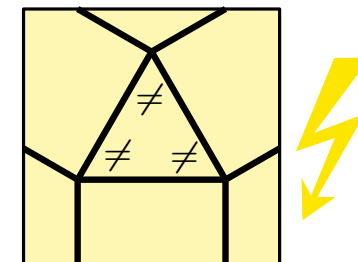
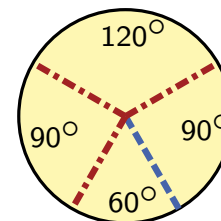
Zusammenfassung

Heute gesehen

- 1D Faltmuster: immer faltbar
- 1D Berg/Tal-Muster
 - Reduktionsregeln: Crimp und End-Fold
 - flach faltbar \Rightarrow Crimp oder End-Fold
- 1-Knoten 2D Faltmuster
 - flach faltbar $\Leftrightarrow \Theta_1 + \Theta_3 + \dots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \dots + \Theta_n = 180^\circ$
- 1-Knoten 2D Berg/Tal-Muster
 - Reduktionsregel: Crimp
 - flach faltbar \Rightarrow Crimp

Was gibt es sonst noch?

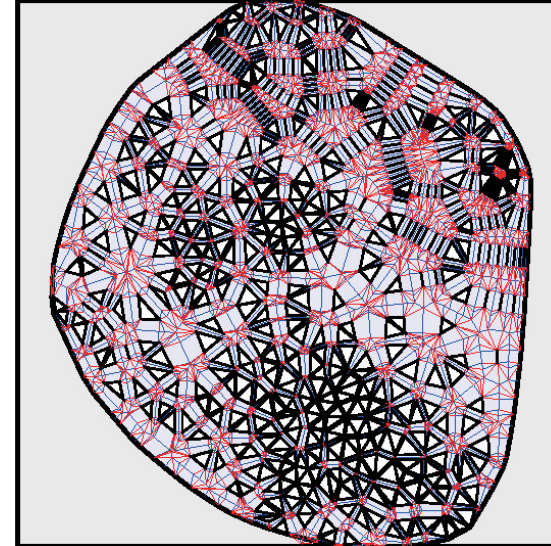
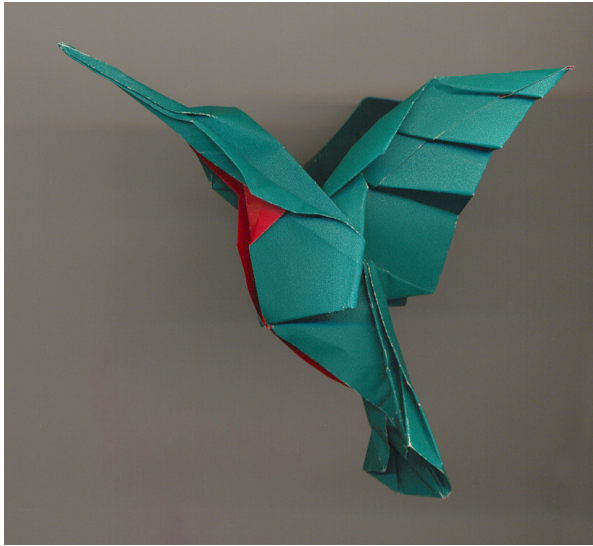
- testen ob ein Faltmuster flach faltbar ist: NP-schwer
- Berg/Tal-Muster flach falten: NP-schwer
- lokale Faltbarkeit: $O(n)$
 (finde Berg/Tal-Zuweisung, sodass jeder Knoten für sich flach faltbar ist)



Was gibt es sonst noch?

Origami

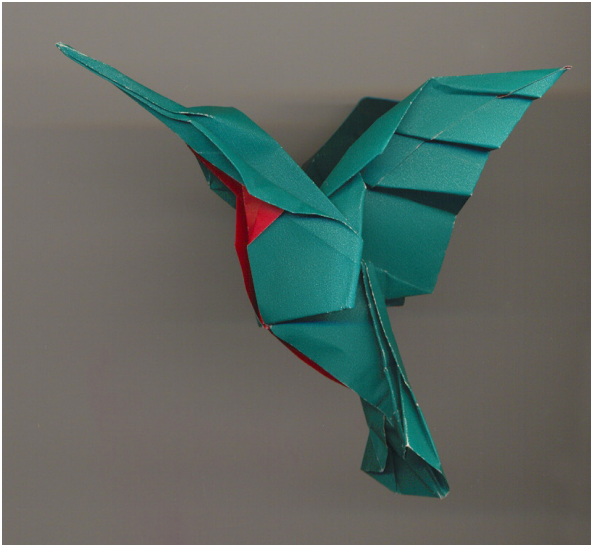
alles ist faltbar (für verschiedene Definition von „Alles“)



Was gibt es sonst noch?

Origami

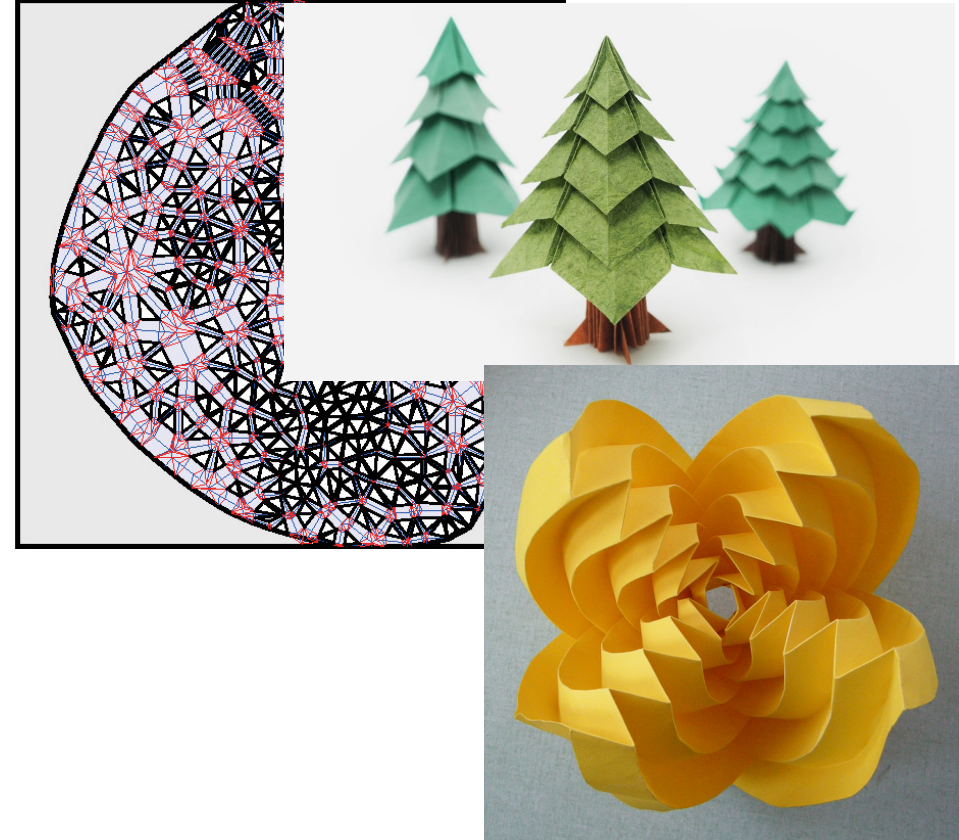
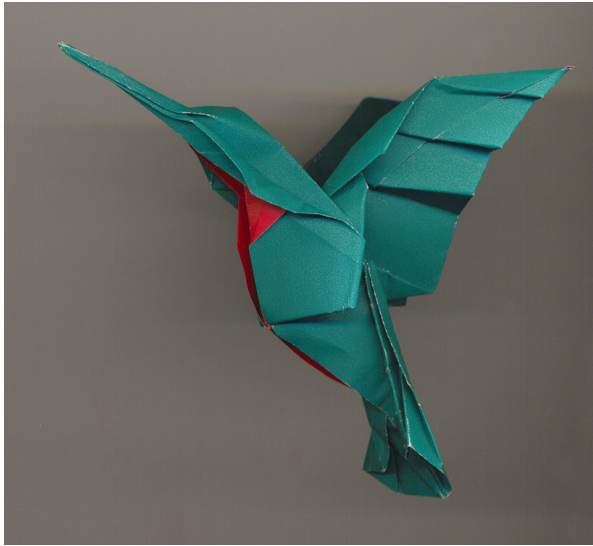
alles ist faltbar (für verschiedene Definition von „Alles“)



Was gibt es sonst noch?

Origami

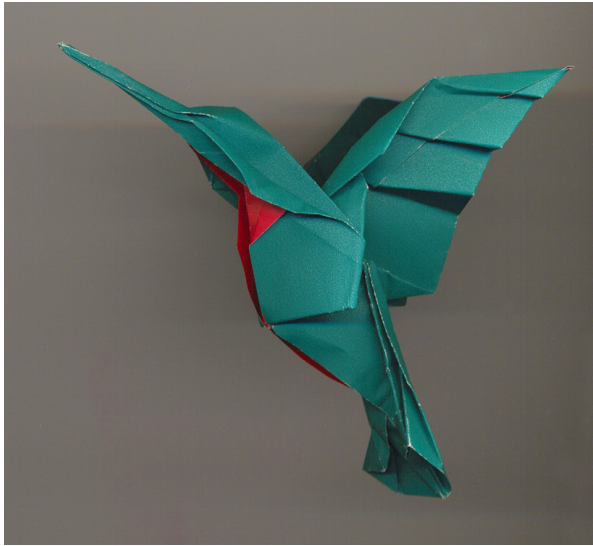
alles ist faltbar (für verschiedene Definition von „Alles“)



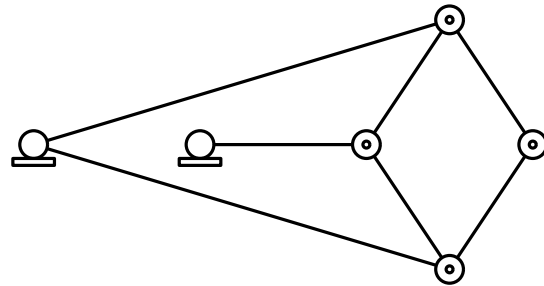
Was gibt es sonst noch?

Origami

alles ist faltbar (für verschiedene Definition von „Alles“)



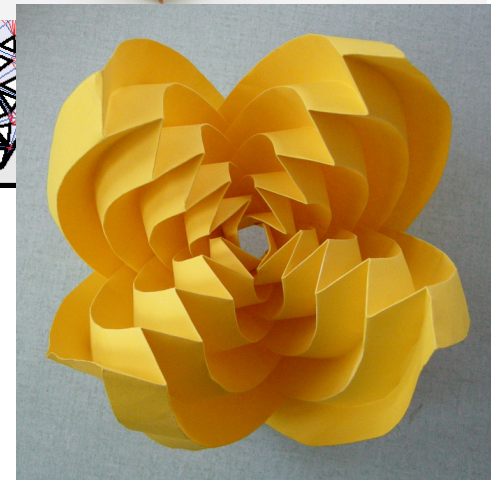
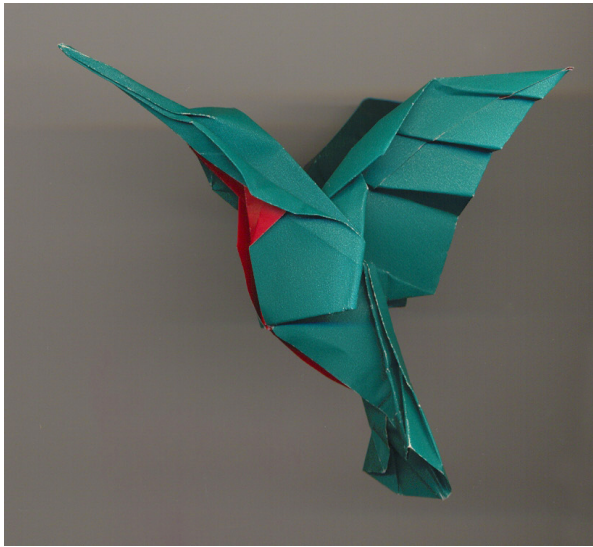
1D-Verknüpfungen



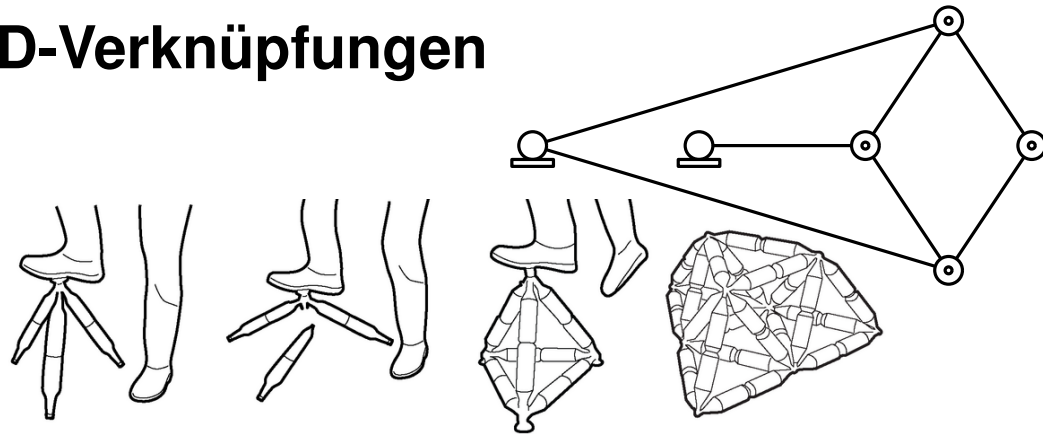
Was gibt es sonst noch?

Origami

alles ist faltbar (für verschiedene Definition von „Alles“)

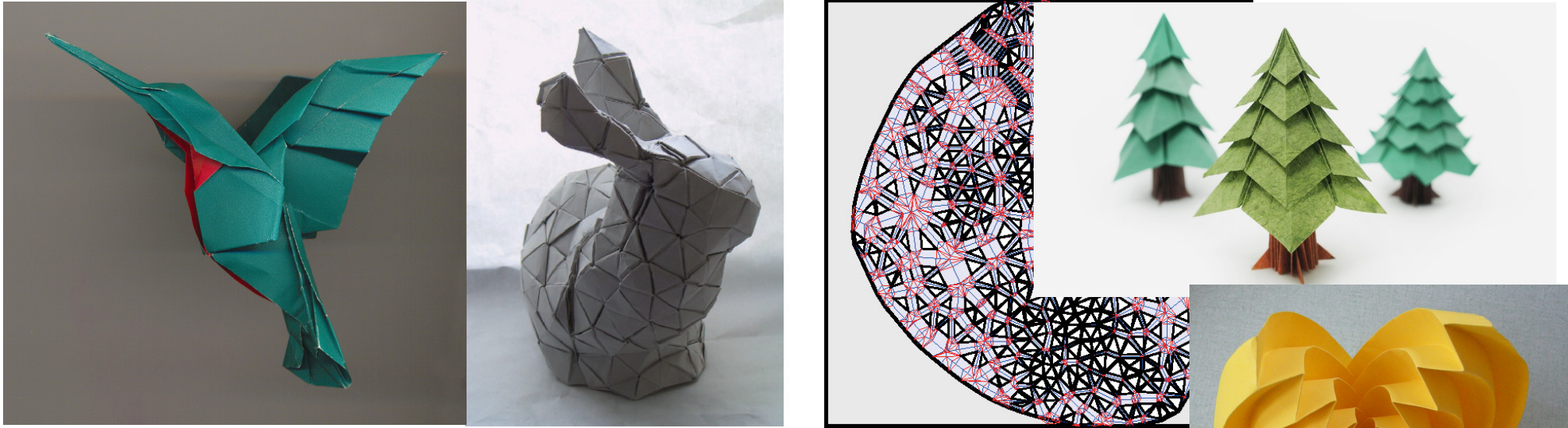


1D-Verknüpfungen

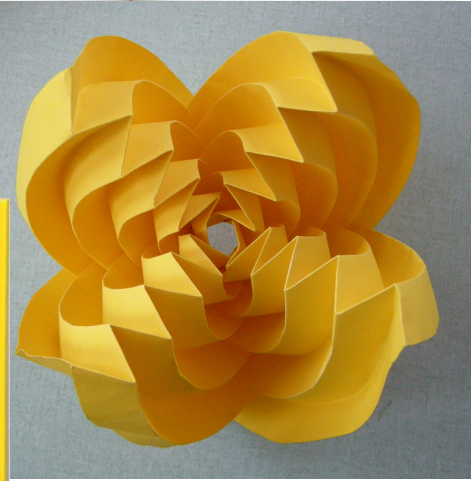
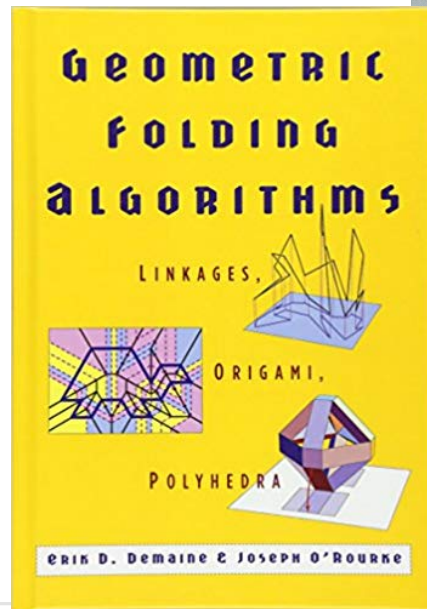
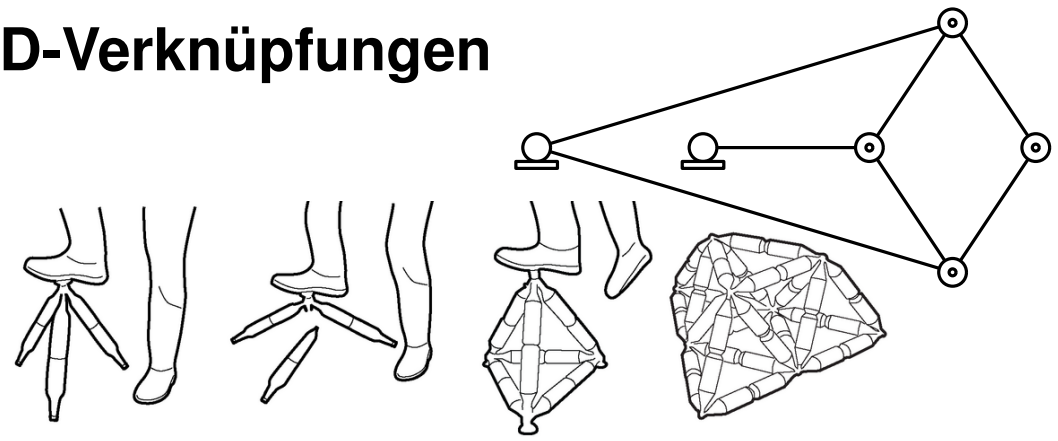


Was gibt es sonst noch?

Origami alles ist faltbar (für verschiedene Definition von „Alles“)

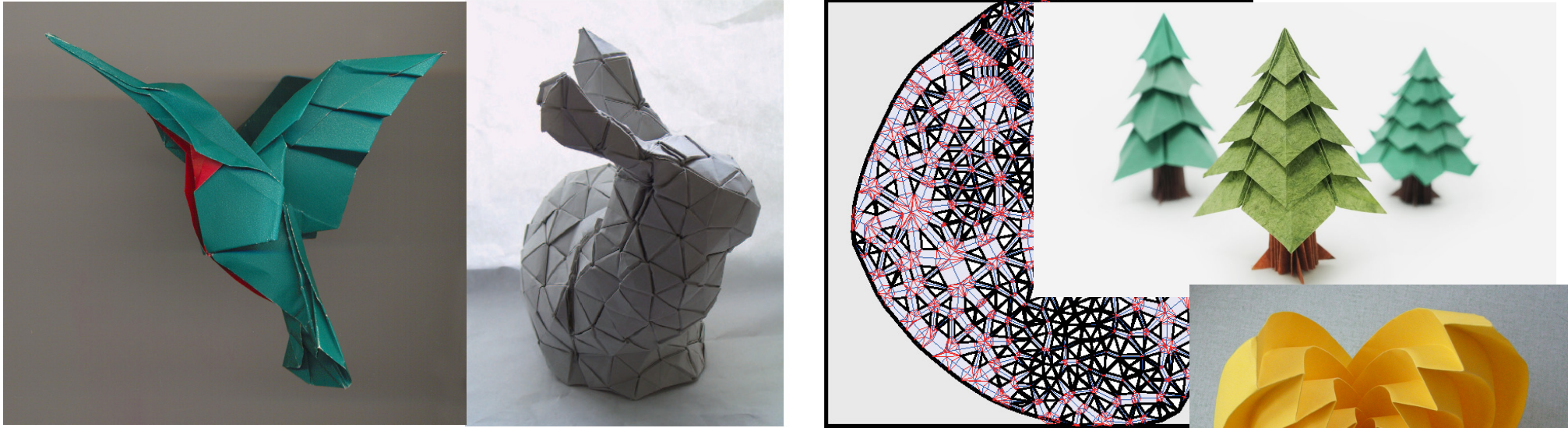


1D-Verknüpfungen

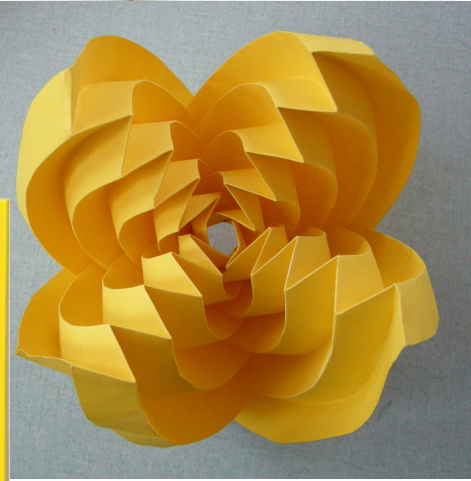
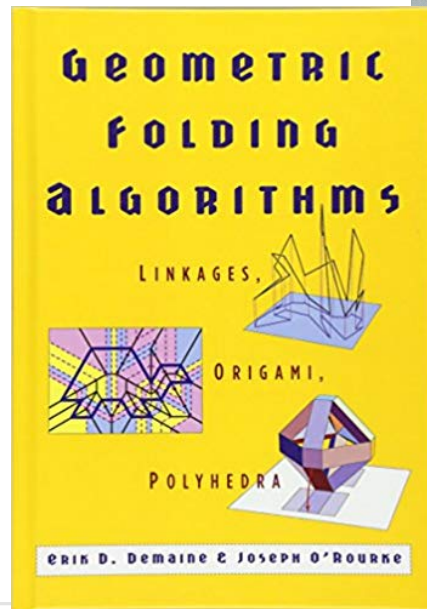
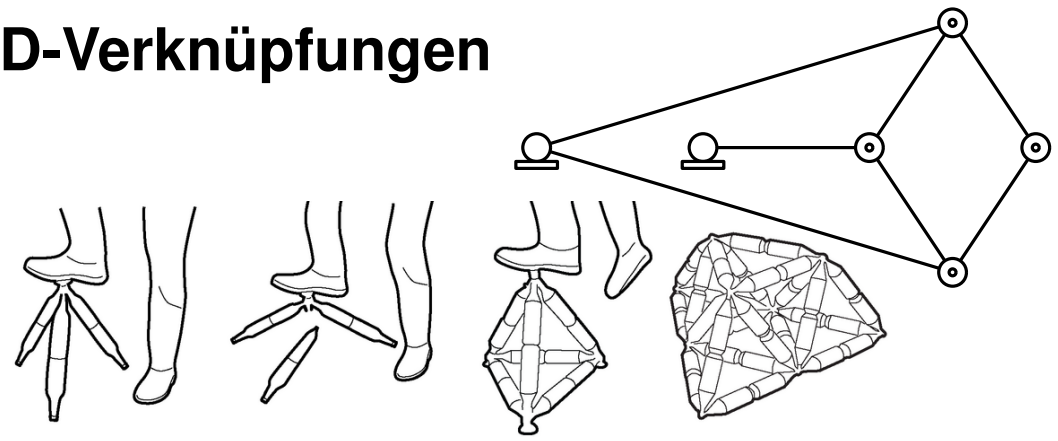


Was gibt es sonst noch?

Origami alles ist faltbar (für verschiedene Definition von „Alles“)

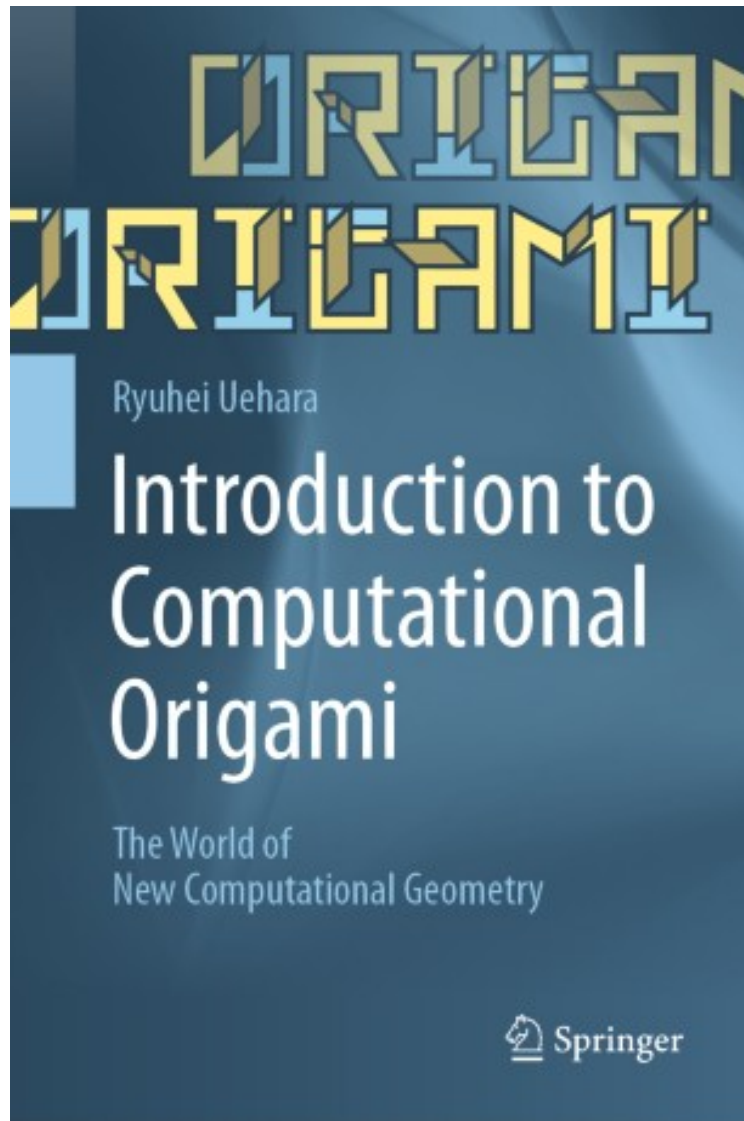


1D-Verknüpfungen

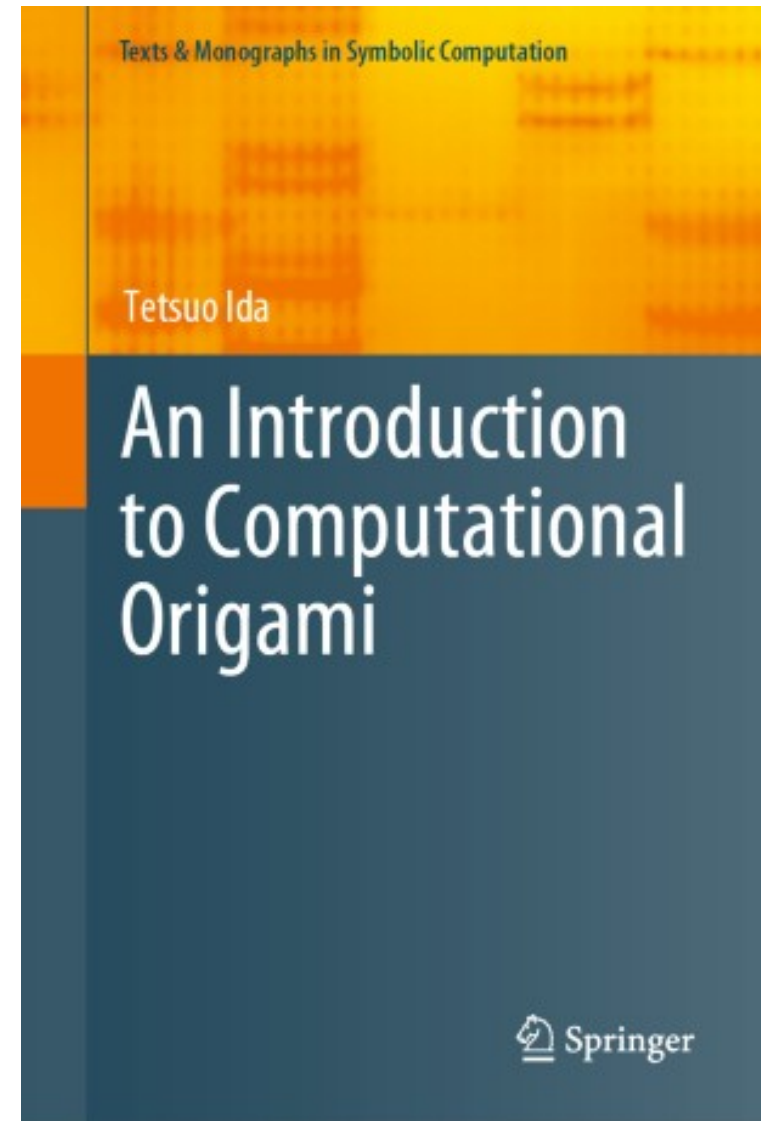


Fold-and-Cut → Donnerstag

Weitere Bücher



<https://link.springer.com/book/10.1007/978-981-15-4470-5>



<https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-59189-6>