

Algorithmische Geometrie

Übung 4

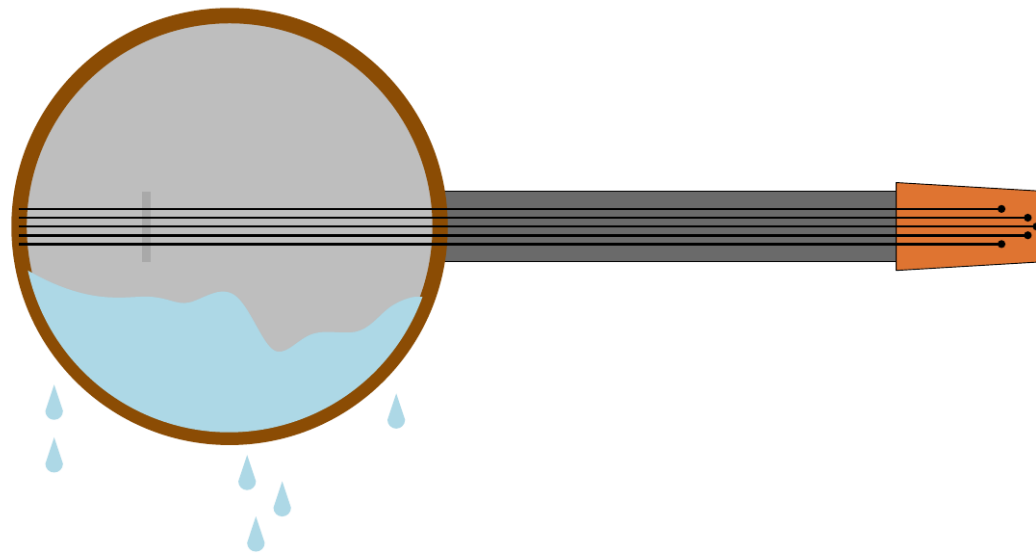


Blatt 3 – Allgemeines

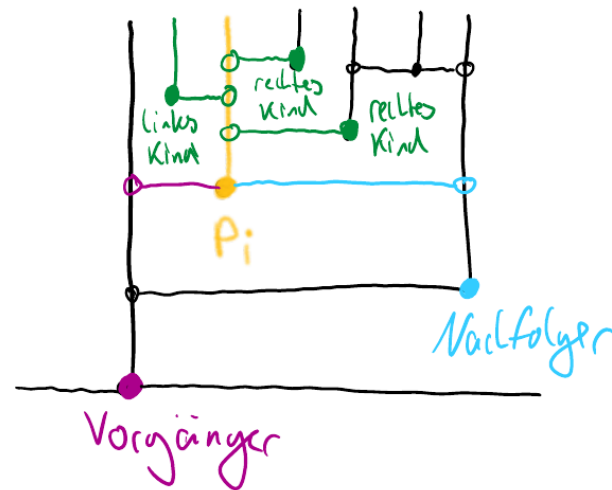
- schöne Abgaben!

Blatt 3 – Allgemeines

- schöne Abgaben!

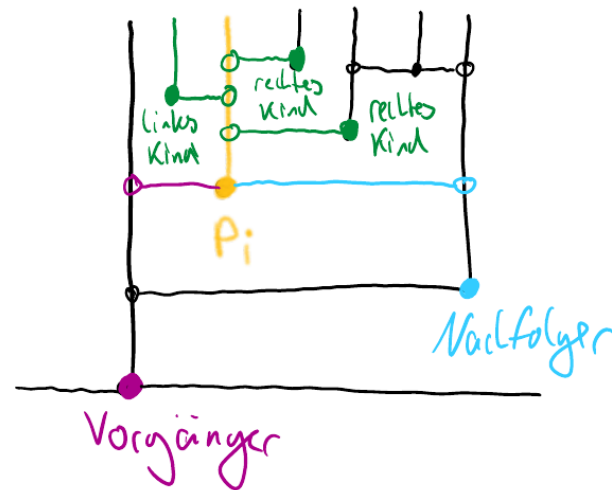


Blatt 3 – Aufgabe 4



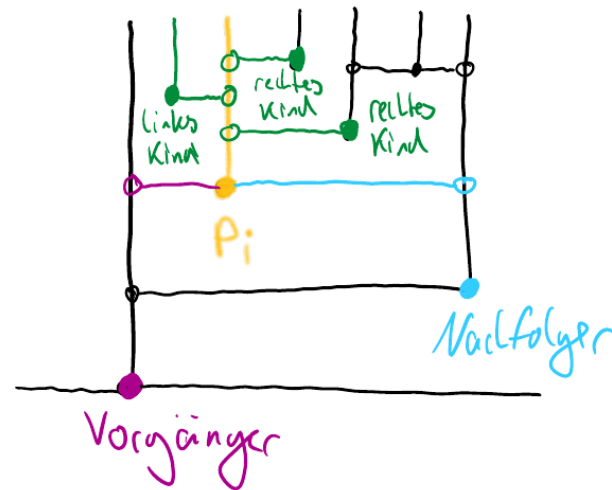
- benutze einen Stack als Datenstruktur

Blatt 3 – Aufgabe 4



- benutze einen Stack als Datenstruktur
- vergleiche mit oberstem Punkt:

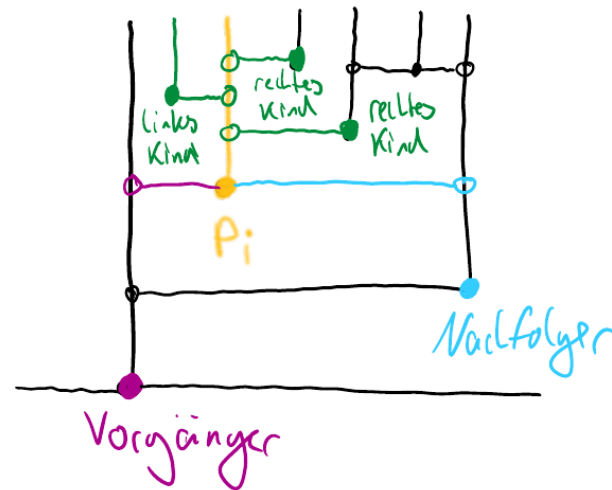
Blatt 3 – Aufgabe 4



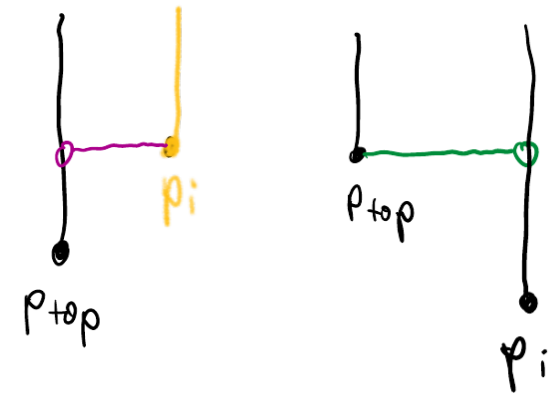
- benutze einen Stack als Datenstruktur
- vergleiche mit oberstem Punkt:
 - neuen Punkt auf Stack legen



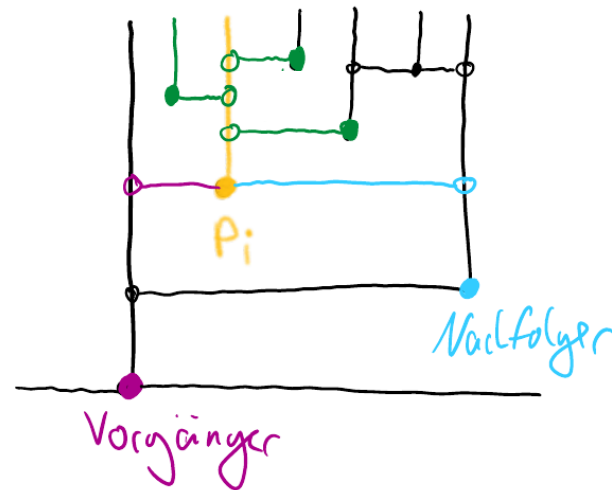
Blatt 3 – Aufgabe 4



- benutze einen Stack als Datenstruktur
- vergleiche mit oberstem Punkt:
 - neuen Punkt auf Stack legen
 - obersten Punkt iterativ vom Stack löschen

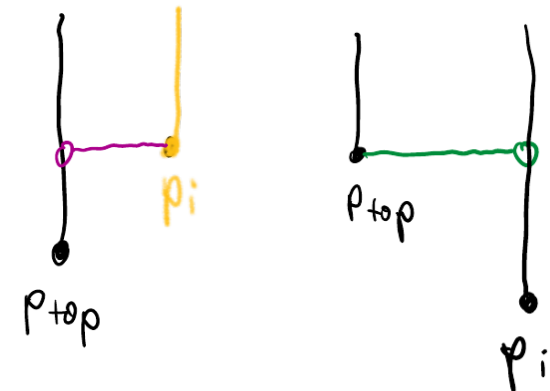


Blatt 3 – Aufgabe 4



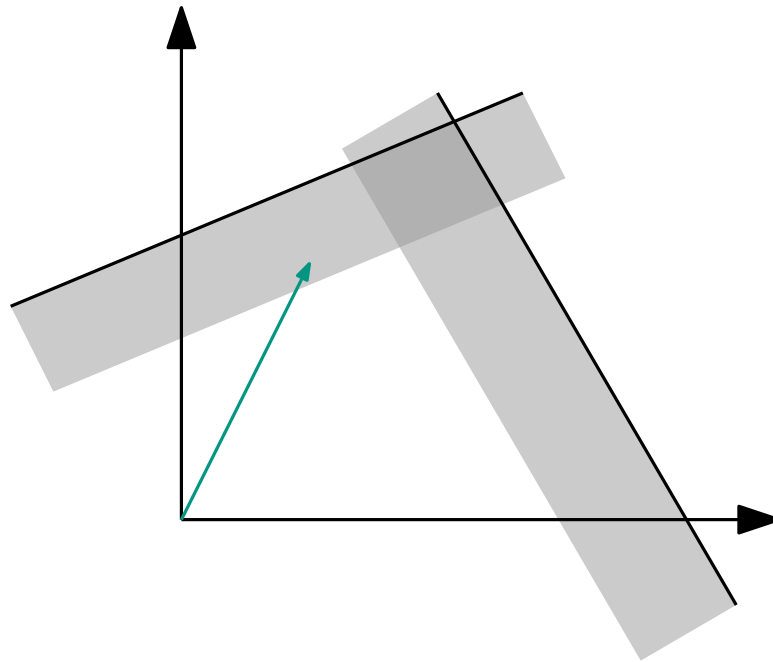
- benutze einen Stack als Datenstruktur
- vergleiche mit oberstem Punkt:
 - neuen Punkt auf Stack legen
 - obersten Punkt iterativ vom Stack löschen

Invariante?



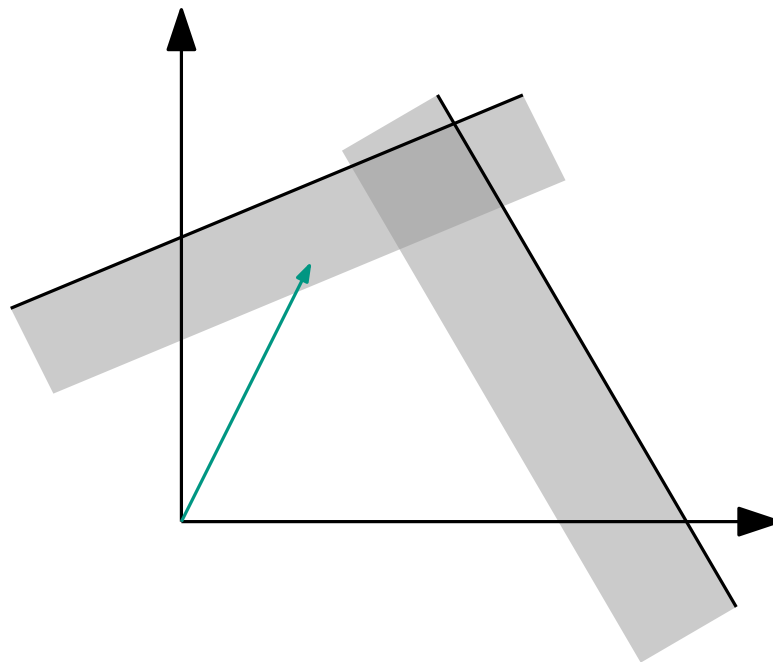
Blatt 3 – Aufgabe 3

- Maximierungsvektor in beiden Komponenten beschränken



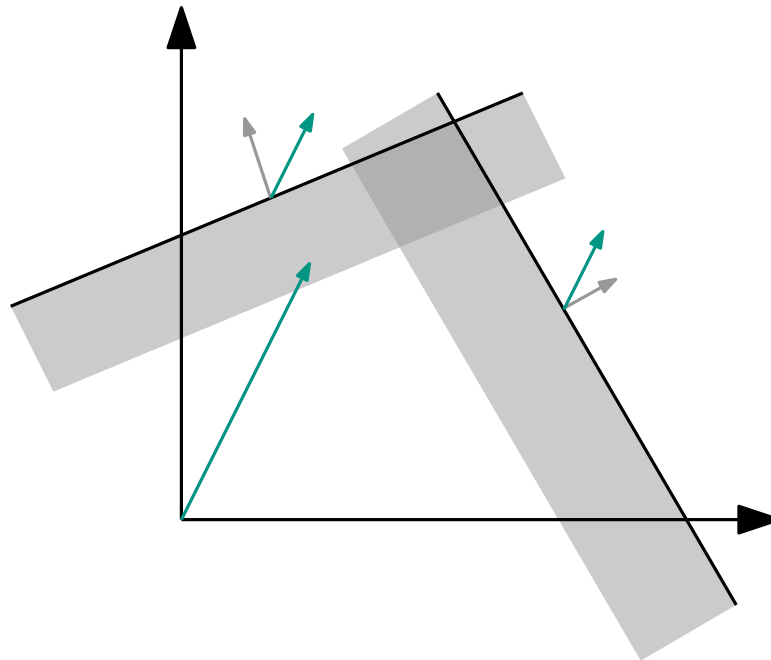
Blatt 3 – Aufgabe 3

- Maximierungsvektor in beiden Komponenten beschränken
- finde zwei Halbebenen, die zusammen die Komponenten beschränken



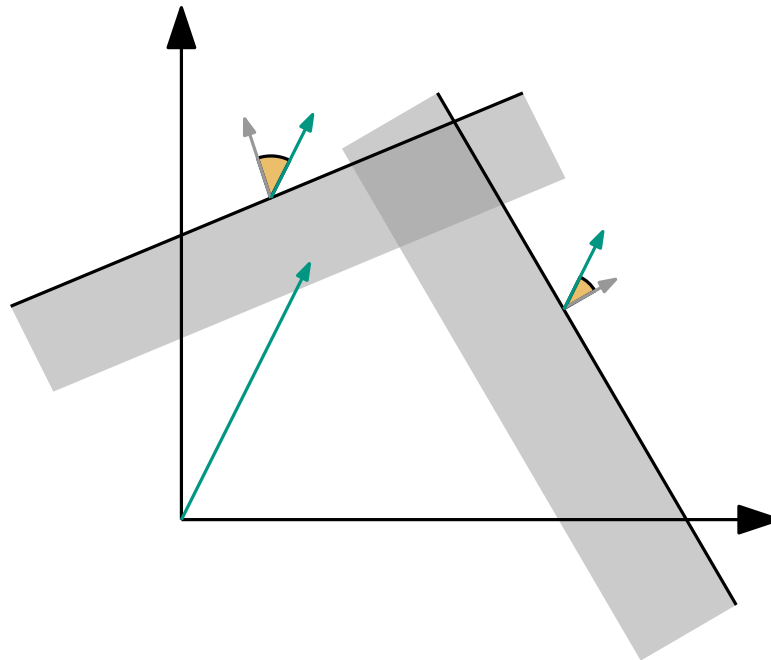
Blatt 3 – Aufgabe 3

- Maximierungsvektor in beiden Komponenten beschränken
- finde zwei Halbebenen, die zusammen die Komponenten beschränken



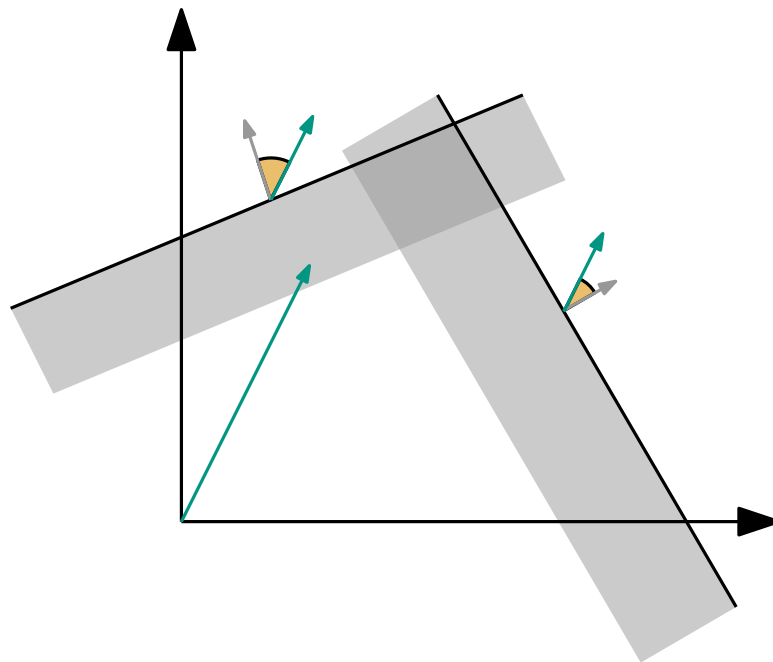
Blatt 3 – Aufgabe 3

- Maximierungsvektor in beiden Komponenten beschränken
- finde zwei Halbebenen, die zusammen die Komponenten beschränken



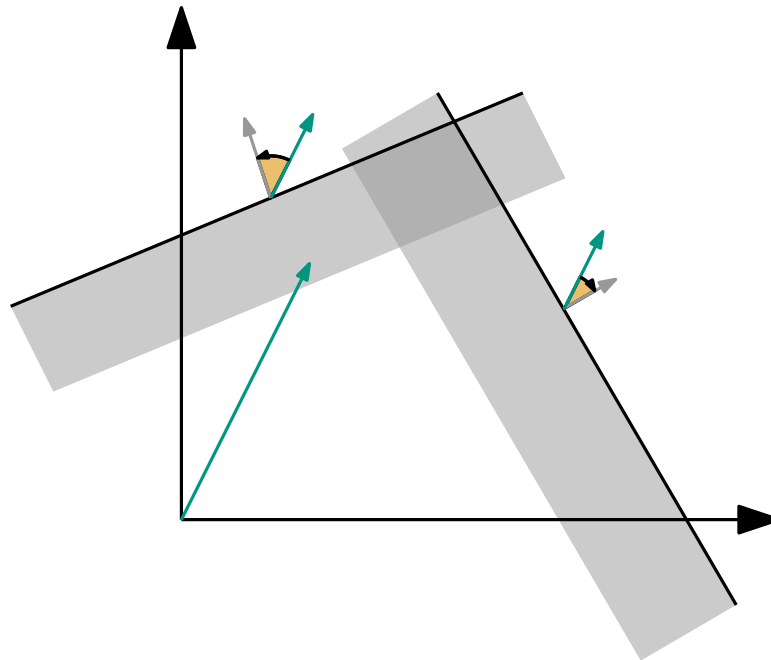
Blatt 3 – Aufgabe 3

- Maximierungsvektor in beiden Komponenten beschränken
- finde zwei Halbebenen, die zusammen die Komponenten beschränken
- Winkel zwischen Normale und Maximierungsvektor: $< 90^\circ$



Blatt 3 – Aufgabe 3

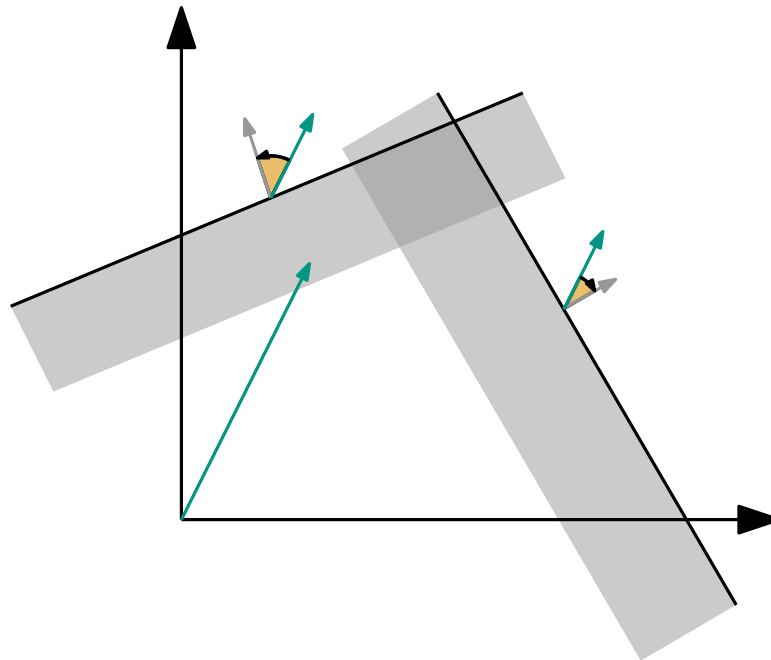
- Maximierungsvektor in beiden Komponenten beschränken
- finde zwei Halbebenen, die zusammen die Komponenten beschränken
- Winkel zwischen Normale und Maximierungsvektor: $< 90^\circ$
- beschränken aus verschiedenen Richtungen



Blatt 3 – Aufgabe 3

- Maximierungsvektor in beiden Komponenten beschränken
- finde zwei Halbebenen, die zusammen die Komponenten beschränken
- Winkel zwischen Normale und Maximierungsvektor: $< 90^\circ$
- beschränken aus verschiedenen Richtungen

Sonderfall?

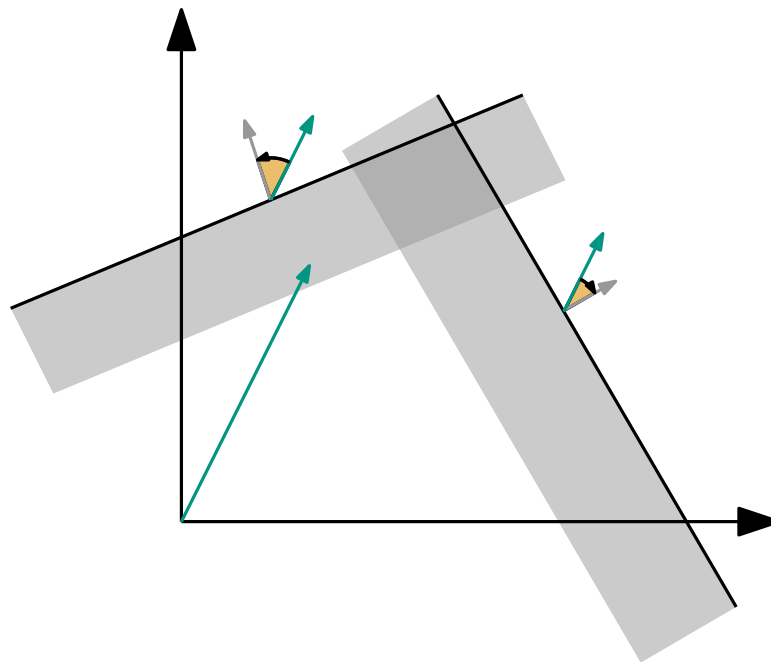


Blatt 3 – Aufgabe 3

- Maximierungsvektor in beiden Komponenten beschränken
- finde zwei Halbebenen, die zusammen die Komponenten beschränken
- Winkel zwischen Normale und Maximierungsvektor: $< 90^\circ$
- beschränken aus verschiedenen Richtungen

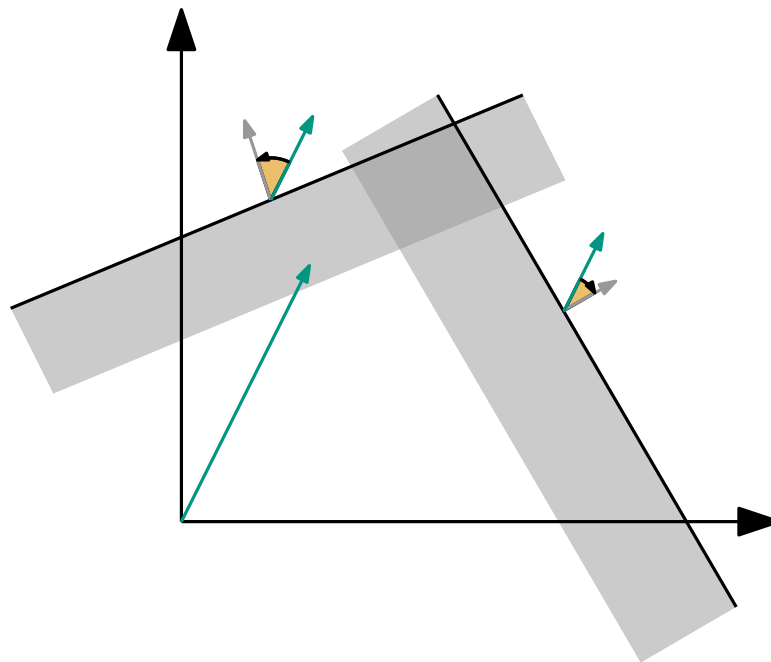
Sonderfall?

Wie hilft uns das für den Algo?



Blatt 3 – Aufgabe 3

- Maximierungsvektor in beiden Komponenten beschränken
- finde zwei Halbebenen, die zusammen die Komponenten beschränken
- Winkel zwischen Normale und Maximierungsvektor: $< 90^\circ$
- beschränken aus verschiedenen Richtungen



- Alternative: Reduktion auf ein 1D-LP

Blatt 3 – Aufgabe 2

Naiver Ansatz

- prüfe, ob Punkt in Polygon
- zähle für jeden Punkt mit

Blatt 3 – Aufgabe 2

Naiver Ansatz

- prüfe, ob Punkt in Polygon
- zähle für jeden Punkt mit

Geometrischer Graph

- geometrischen Graphen aufbauen
- für jedes Polygon Höhe berechnen

Wie geht das?

Blatt 3 – Aufgabe 2

Naiver Ansatz

- prüfe, ob Punkt in Polygon
- zähle für jeden Punkt mit

Geometrischer Graph

- geometrischen Graphen aufbauen
- für jedes Polygon Höhe berechnen
- für jeden Punkt: innerstes Polygon bestimmen, das den Punkt enthält

Wie geht das? Und das?

Blatt 3 – Aufgabe 2

Naiver Ansatz

- prüfe, ob Punkt in Polygon
- zähle für jeden Punkt mit

Geometrischer Graph

- geometrischen Graphen aufbauen
- für jedes Polygon Höhe berechnen
- für jeden Punkt: innerstes Polygon bestimmen, das den Punkt enthält

Wie geht das? Und das?

Korrektheit? Laufzeit?

Blatt 3 – Aufgabe 2

Naiver Ansatz

- prüfe, ob Punkt in Polygon
- zähle für jeden Punkt mit

Geometrischer Graph

- geometrischen Graphen aufbauen
- für jedes Polygon Höhe berechnen
- für jeden Punkt: innerstes Polygon bestimmen, das den Punkt enthält

Wie geht das? Und das?

Korrektheit? Laufzeit?

Sweepeline

- wie bei Point Location

Blatt 3 – Aufgabe 2

Naiver Ansatz

- prüfe, ob Punkt in Polygon
- zähle für jeden Punkt mit

Geometrischer Graph

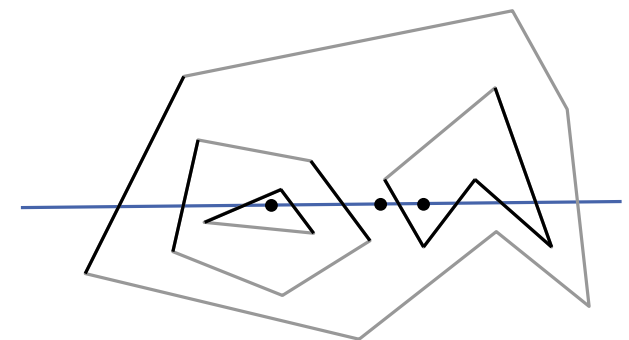
- geometrischen Graphen aufbauen
- für jedes Polygon Höhe berechnen
- für jeden Punkt: innerstes Polygon bestimmen, das den Punkt enthält

Wie geht das? Und das?

Korrektheit? Laufzeit?

Sweepeline

- wie bei Point Location
- speichere zusätzlich Höhe für jede Kante



Blatt 3 – Aufgabe 2

Naiver Ansatz

- prüfe, ob Punkt in Polygon
- zähle für jeden Punkt mit

Geometrischer Graph

- geometrischen Graphen aufbauen
- für jedes Polygon Höhe berechnen
- für jeden Punkt: innerstes Polygon bestimmen, das den Punkt enthält

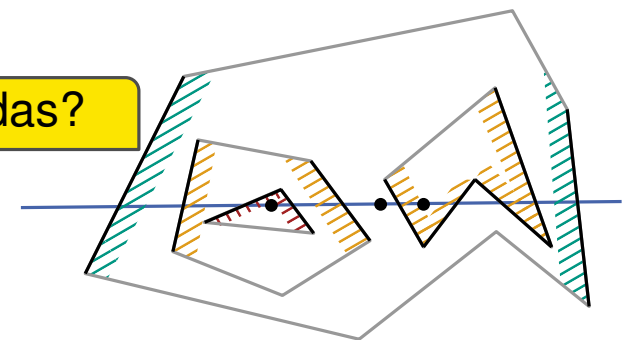
Wie geht das? Und das?

Korrektheit? Laufzeit?

Sweepeline

- wie bei Point Location
- speichere zusätzlich Höhe für jede Kante

Wie geht das?



Blatt 3 – Aufgabe 2

Naiver Ansatz

- prüfe, ob Punkt in Polygon
- zähle für jeden Punkt mit

Geometrischer Graph

- geometrischen Graphen aufbauen
- für jedes Polygon Höhe berechnen
- für jeden Punkt: innerstes Polygon bestimmen, das den Punkt enthält

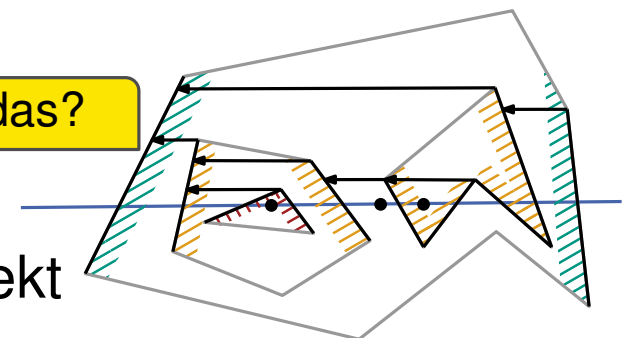
Wie geht das? Und das?

Korrektheit? Laufzeit?

Sweepeline

- wie bei Point Location
- speichere zusätzlich Höhe für jede Kante
- betrachte immer Kante links neben neuem Objekt
- abhängig von Orientierung des Polygons (innen/außen)

Wie geht das?



Blatt 3 – Aufgabe 2

Naiver Ansatz

- prüfe, ob Punkt in Polygon
- zähle für jeden Punkt mit

Geometrischer Graph

- geometrischen Graphen aufbauen
- für jedes Polygon Höhe berechnen
- für jeden Punkt: innerstes Polygon bestimmen, das den Punkt enthält

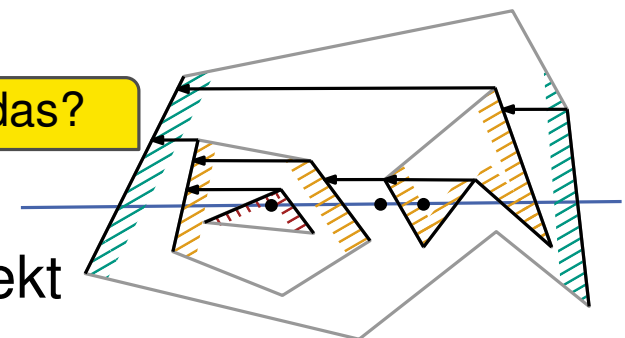
Wie geht das? Und das?

Korrektheit? Laufzeit?

Sweepeline

- wie bei Point Location
- speichere zusätzlich Höhe für jede Kante
- betrachte immer Kante links neben neuem Objekt
- abhängig von Orientierung des Polygons (innen/außen)

Wie geht das?

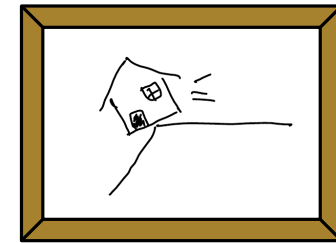


Korrektheit? Laufzeit?

Blatt 3 – Aufgabe 2

Naiver Ansatz

- prüfe, ob Punkt in Polygon
- zähle für jeden Punkt mit



Bonus: Sonderfall

Wie geht das? Und das?

Korrektheit? Laufzeit?

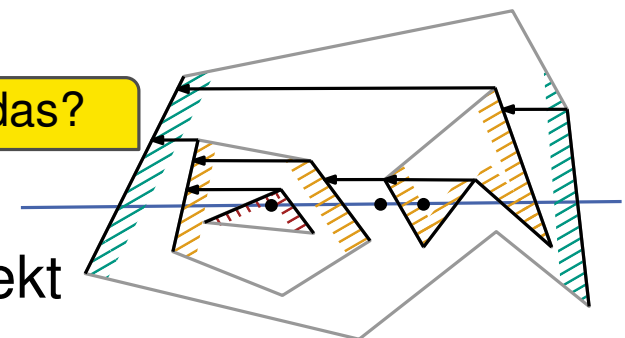
Geometrischer Graph

- geometrischen Graphen aufbauen
- für jedes Polygon Höhe berechnen
- für jeden Punkt: innerstes Polygon bestimmen, das den Punkt enthält

Sweepeline

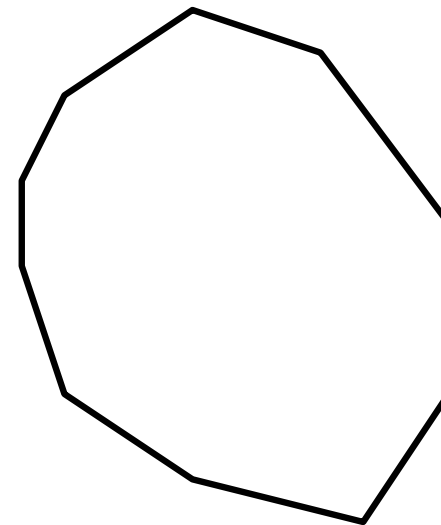
- wie bei Point Location
- speichere zusätzlich Höhe für jede Kante
- betrachte immer Kante links neben neuem Objekt
- abhängig von Orientierung des Polygons (innen/außen)

Wie geht das?



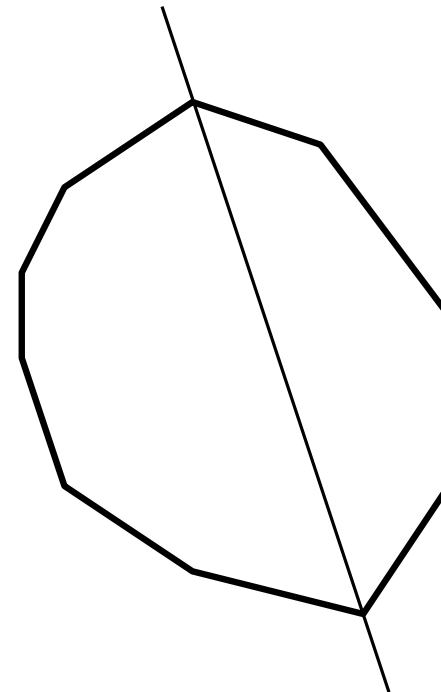
Korrektheit? Laufzeit?

Blatt 3 – Aufgabe 1



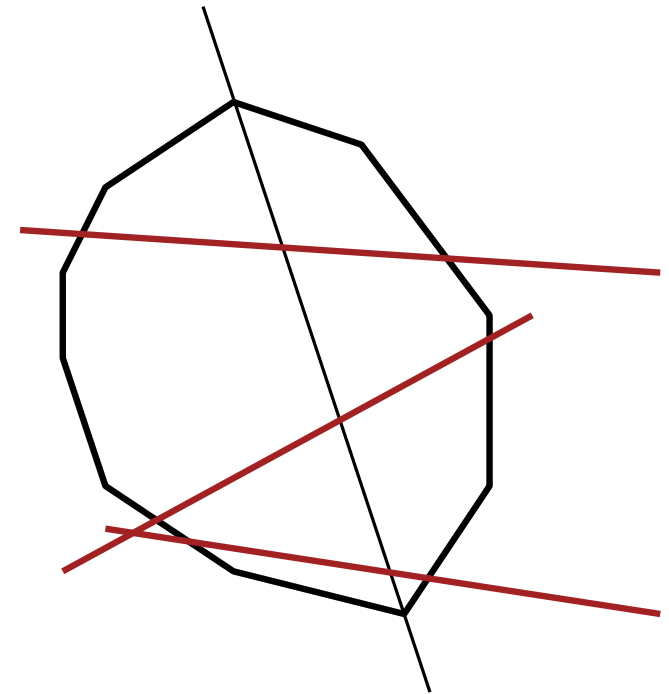
Blatt 3 – Aufgabe 1

Fall 1: Klinge schneidet Gerade innerhalb der Pizza



Blatt 3 – Aufgabe 1

Fall 1: Klinge schneidet Gerade innerhalb der Pizza

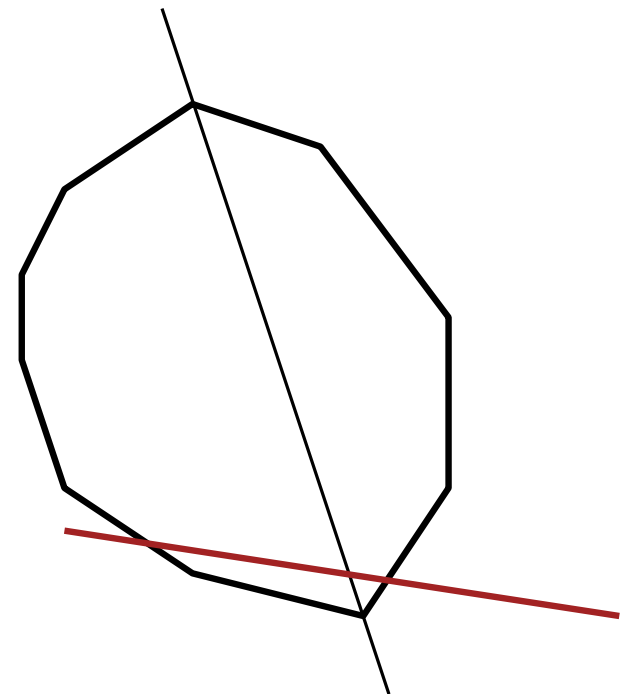


Blatt 3 – Aufgabe 1

Fall 1: Klinge schneidet Gerade innerhalb der Pizza

- links und rechts je ein Schnittpunkt

Wie findet man die?

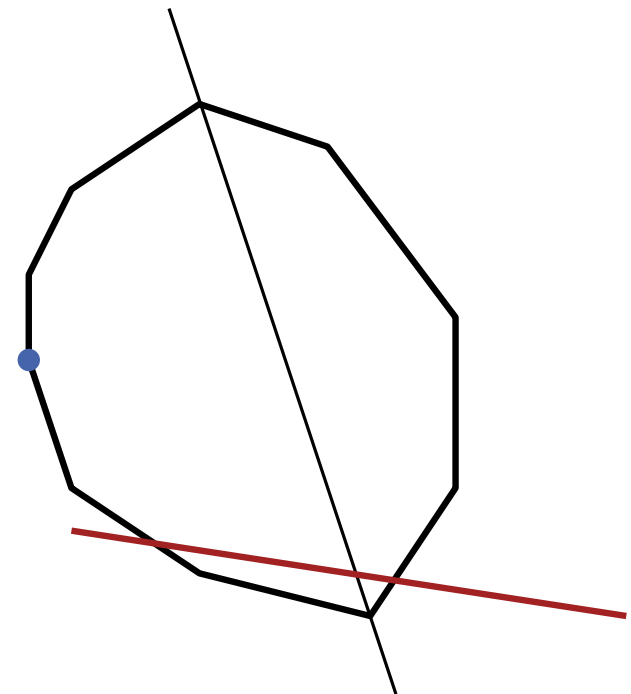


Blatt 3 – Aufgabe 1

Fall 1: Klinge schneidet Gerade innerhalb der Pizza

- links und rechts je ein Schnittpunkt
- suche jeweils binär (Ecke über oder unter Gerade?)

Wie findet man die?

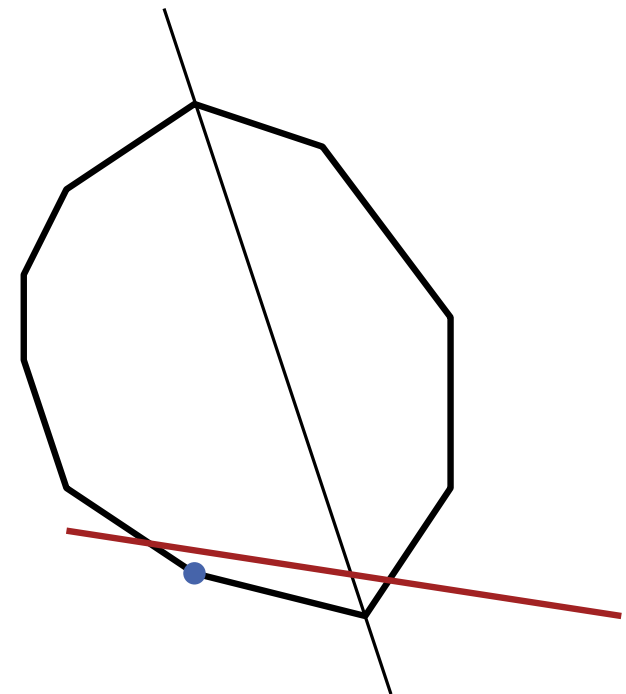


Blatt 3 – Aufgabe 1

Fall 1: Klinge schneidet Gerade innerhalb der Pizza

- links und rechts je ein Schnittpunkt
- suche jeweils binär (Ecke über oder unter Gerade?)

Wie findet man die?

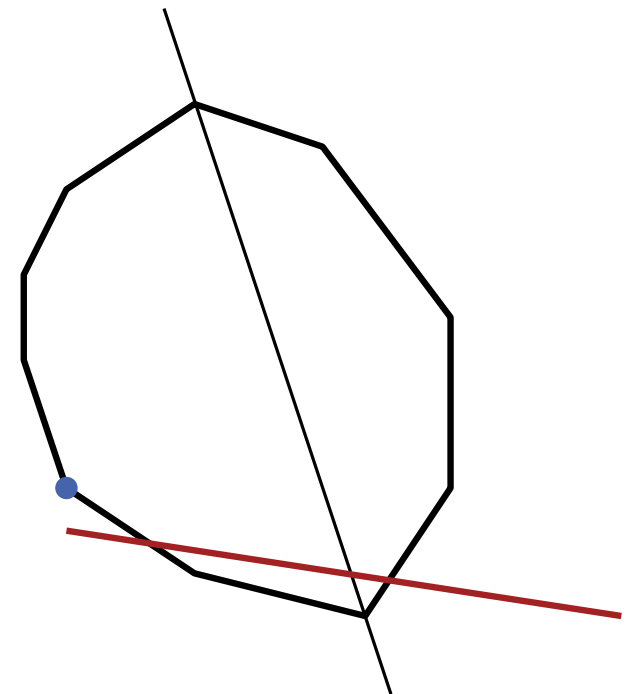


Blatt 3 – Aufgabe 1

Fall 1: Klinge schneidet Gerade innerhalb der Pizza

- links und rechts je ein Schnittpunkt
- suche jeweils binär (Ecke über oder unter Gerade?)

Wie findet man die?

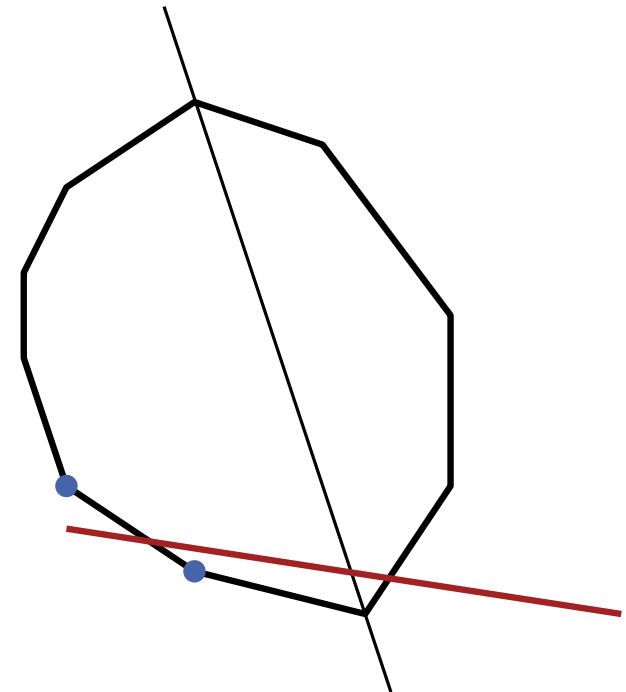


Blatt 3 – Aufgabe 1

Fall 1: Klinge schneidet Gerade innerhalb der Pizza

- links und rechts je ein Schnittpunkt
- suche jeweils binär (Ecke über oder unter Gerade?)

Wie findet man die?



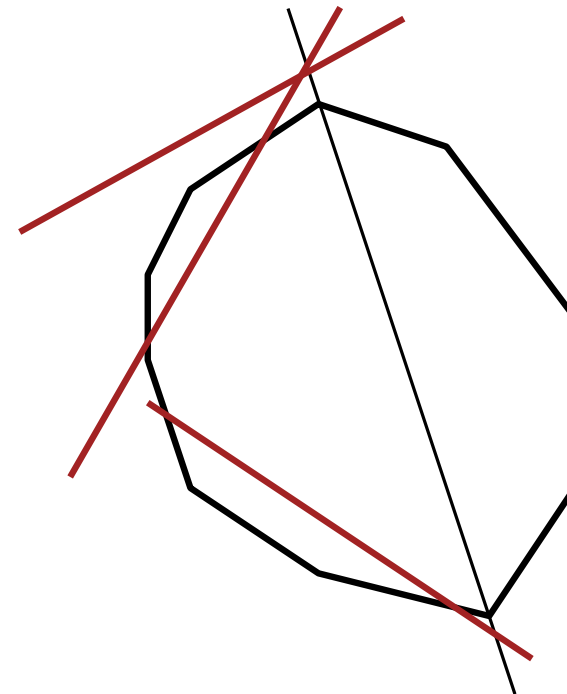
Blatt 3 – Aufgabe 1

Fall 1: Klinge schneidet Gerade innerhalb der Pizza

- links und rechts je ein Schnittpunkt
- suche jeweils binär (Ecke über oder unter Gerade?)

Wie findet man die?

Fall 2: Klinge schneidet Gerade außerhalb der Pizza



Blatt 3 – Aufgabe 1

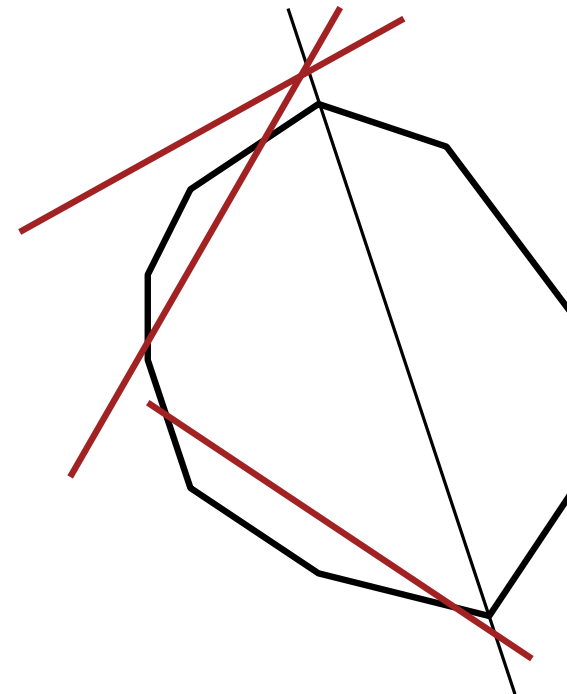
Fall 1: Klinge schneidet Gerade innerhalb der Pizza

- links und rechts je ein Schnittpunkt
- suche jeweils binär (Ecke über oder unter Gerade?)

Wie findet man die?

Fall 2: Klinge schneidet Gerade außerhalb der Pizza

- zwei Schnittpunkte auf gleicher Seite oder kein Schnittpunkt



Blatt 3 – Aufgabe 1

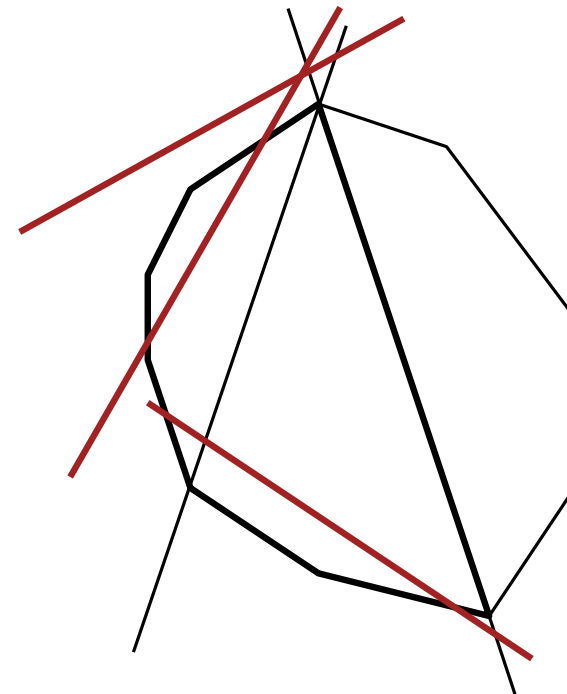
Fall 1: Klinge schneidet Gerade innerhalb der Pizza

- links und rechts je ein Schnittpunkt
- suche jeweils binär (Ecke über oder unter Gerade?)

Wie findet man die?

Fall 2: Klinge schneidet Gerade außerhalb der Pizza

- zwei Schnittpunkte auf gleicher Seite oder kein Schnittpunkt
- rekursiv weiter machen



Blatt 3 – Aufgabe 1

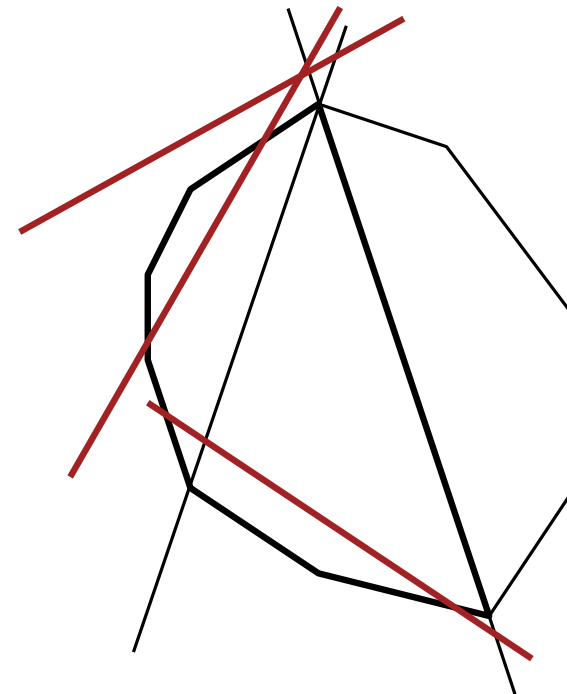
Fall 1: Klinge schneidet Gerade innerhalb der Pizza

- links und rechts je ein Schnittpunkt
- suche jeweils binär (Ecke über oder unter Gerade?)

das ist gar kein extra Fall

Fall 2: Klinge schneidet Gerade außerhalb der Pizza

- zwei Schnittpunkte auf gleicher Seite oder kein Schnittpunkt
- rekursiv weiter machen



Blatt 3 – Aufgabe 1

Fall 1: Klinge schneidet Gerade innerhalb der Pizza

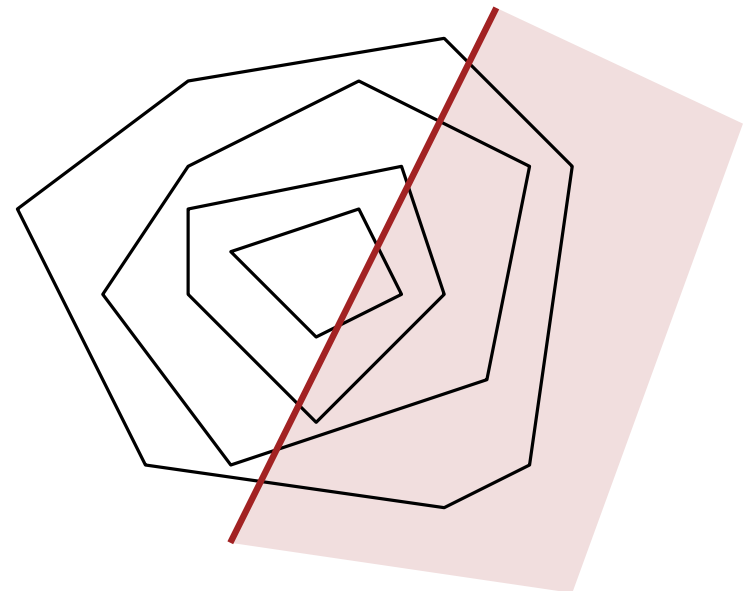
- links und rechts je ein Schnittpunkt
- suche jeweils binär (Ecke über oder unter Gerade?)

das ist gar kein extra Fall

Fall 2: Klinge schneidet Gerade außerhalb der Pizza

- zwei Schnittpunkte auf gleicher Seite oder kein Schnittpunkt
- rekursiv weiter machen

Tipps für Blatt 4



Blatt 3 – Aufgabe 1

Fall 1: Klinge schneidet Gerade innerhalb der Pizza

- links und rechts je ein Schnittpunkt
- suche jeweils binär (Ecke über oder unter Gerade?)

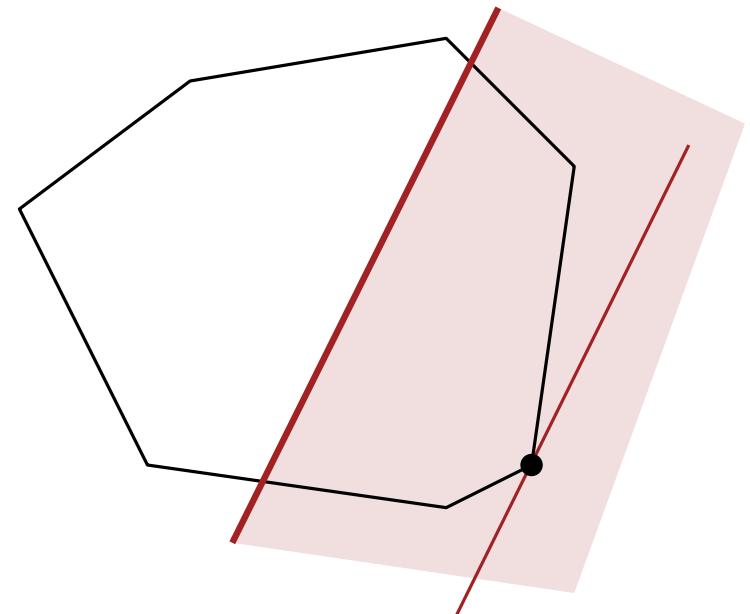
das ist gar kein extra Fall

Fall 2: Klinge schneidet Gerade außerhalb der Pizza

- zwei Schnittpunkte auf gleicher Seite oder kein Schnittpunkt
- rekursiv weiter machen

Tipps für Blatt 4

- finde Punkt mit paralleler Tangente



Blatt 3 – Aufgabe 1

Fall 1: Klinge schneidet Gerade innerhalb der Pizza

- links und rechts je ein Schnittpunkt
- suche jeweils binär (Ecke über oder unter Gerade?)

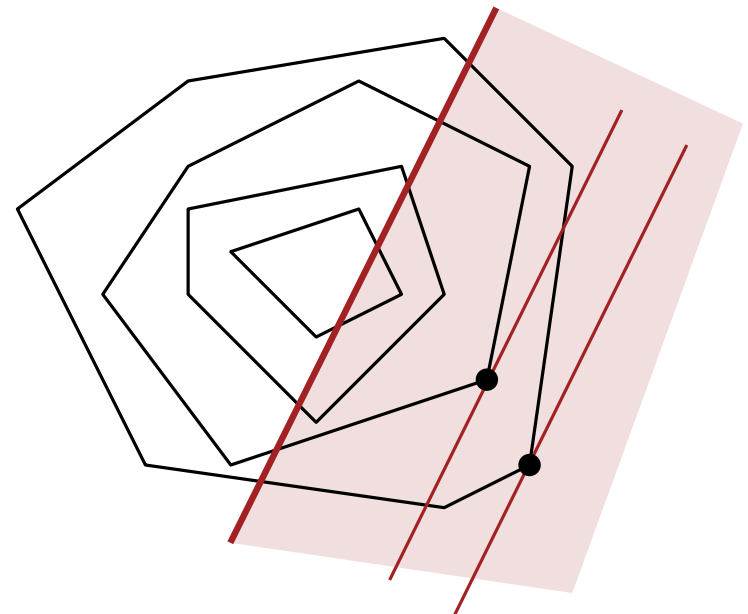
das ist gar kein extra Fall

Fall 2: Klinge schneidet Gerade außerhalb der Pizza

- zwei Schnittpunkte auf gleicher Seite oder kein Schnittpunkt
- rekursiv weiter machen

Tipps für Blatt 4

- finde Punkt mit paralleler Tangente
- wiederhole für alle Hüllen



Blatt 3 – Aufgabe 1

Fall 1: Klinge schneidet Gerade innerhalb der Pizza

- links und rechts je ein Schnittpunkt
- suche jeweils binär (Ecke über oder unter Gerade?)

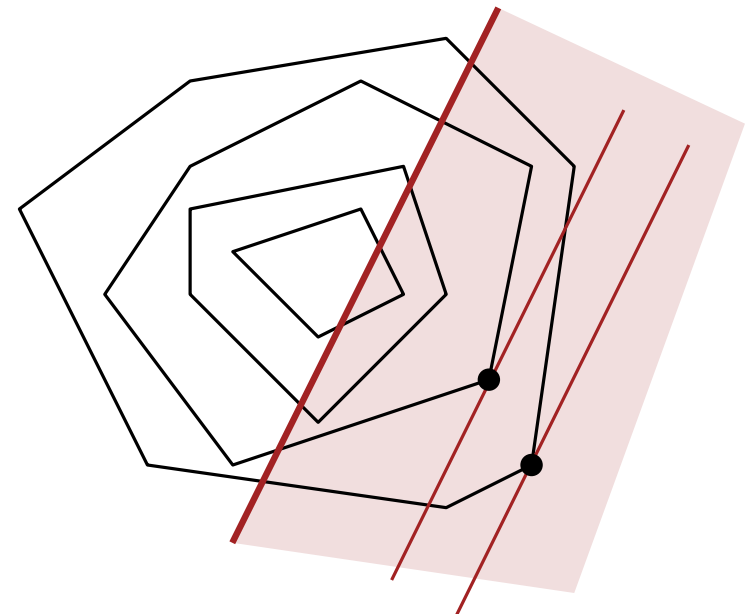
das ist gar kein extra Fall

Fall 2: Klinge schneidet Gerade außerhalb der Pizza

- zwei Schnittpunkte auf gleicher Seite oder kein Schnittpunkt
- rekursiv weiter machen

Tipps für Blatt 4

- finde Punkt mit paralleler Tangente
- wiederhole für alle Hüllen
- b): teile rekursiv in zwei konvexe Hüllen auf
→ binärer Suchbaum
- prüfe, ob Gerade konvexe Hülle schneidet



Tutor:innen für Algo1 gesucht!

Tätigkeiten

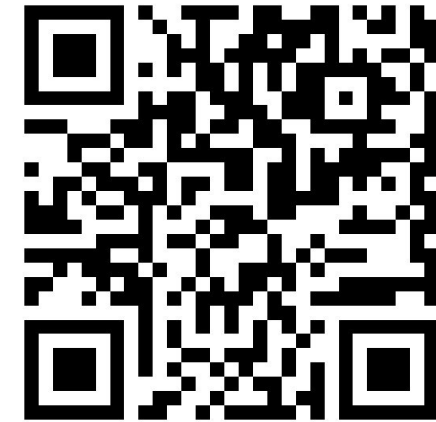
- Halten von Tutorium
- Korrektur von Übungsblättern

Übung sammeln

- Vorträge und sonstiges mit Publikum
 - Lehre und Dinge erklären
 - mehr über Algorithmik lernen
-
- Geld verdienen:
4 Monate \times 40h \times x€/h
(pro Tutorium)



Bewerbung: (bis 10.1.)



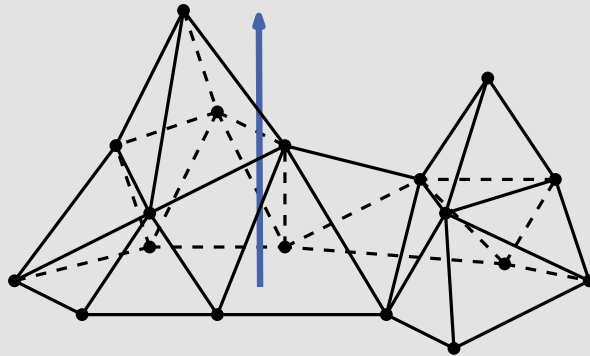
portal.wiwi.kit.edu/forms/form/702

(Bewerbungen werden
kontinuierlich
beantwortet)

Range Trees

Problem: Wasserpegel

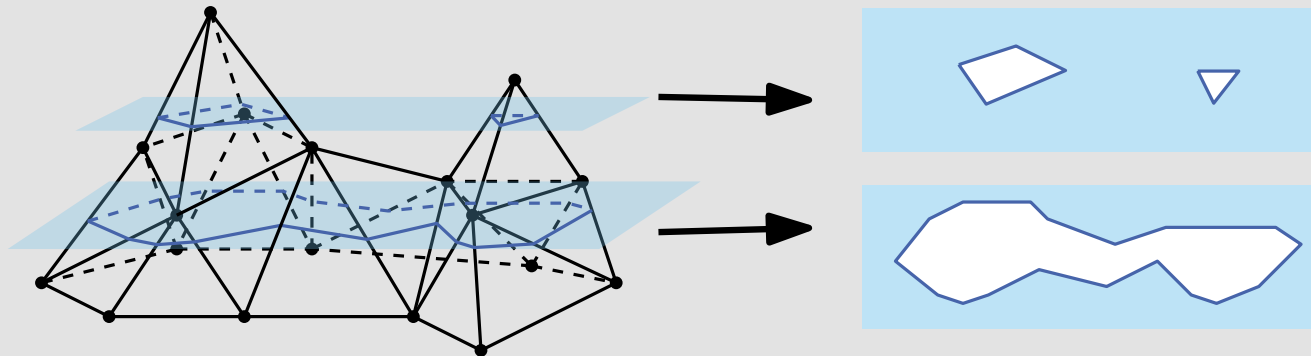
Gegeben: Koordinaten der Punkte einer triangulierten z -monotonen Insel
Was ist von der Insel zu sehen, wenn der Wasserpegel auf Höhe z ist?



Range Trees

Problem: Wasserpegel

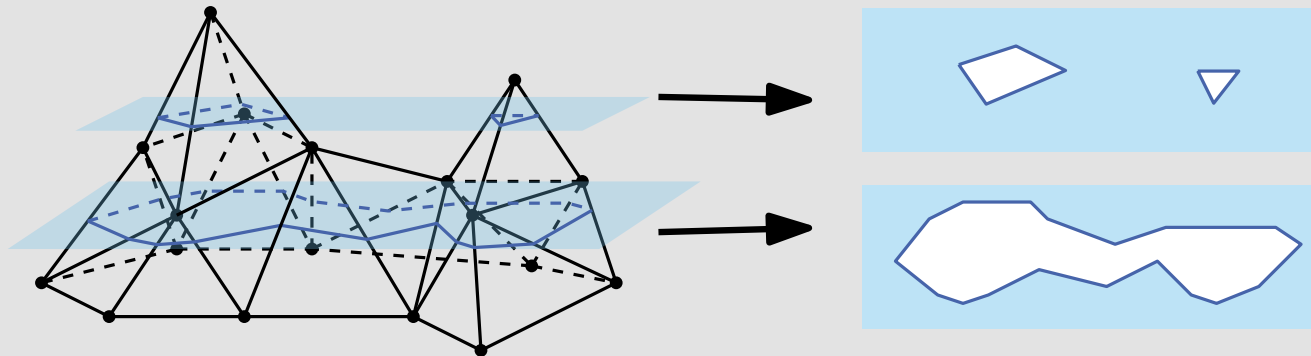
Gegeben: Koordinaten der Punkte einer triangulierten z -monotonen Insel
 Was ist von der Insel zu sehen, wenn der Wasserpegel auf Höhe z ist?



Range Trees

Problem: Wasserpegel

Gegeben: Koordinaten der Punkte einer triangulierten z -monotonen Insel
 Was ist von der Insel zu sehen, wenn der Wasserpegel auf Höhe z ist?

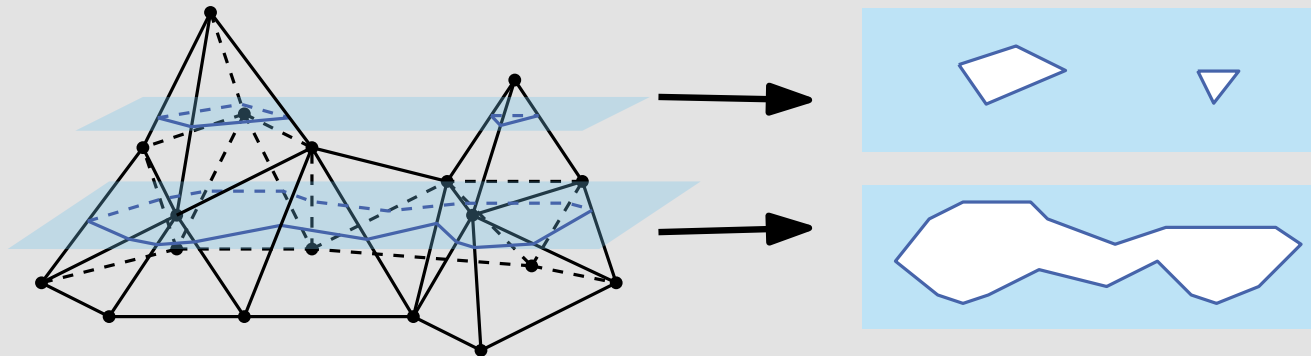


Aufbau: $O(n \log(n))$, Speicher: $O(n)$, Anfrage: $O(\log(n) + k)$

Range Trees

Problem: Wasserpegel

Gegeben: Koordinaten der Punkte einer triangulierten z-monotonen Insel
 Was ist von der Insel zu sehen, wenn der Wasserpegel auf Höhe z ist?



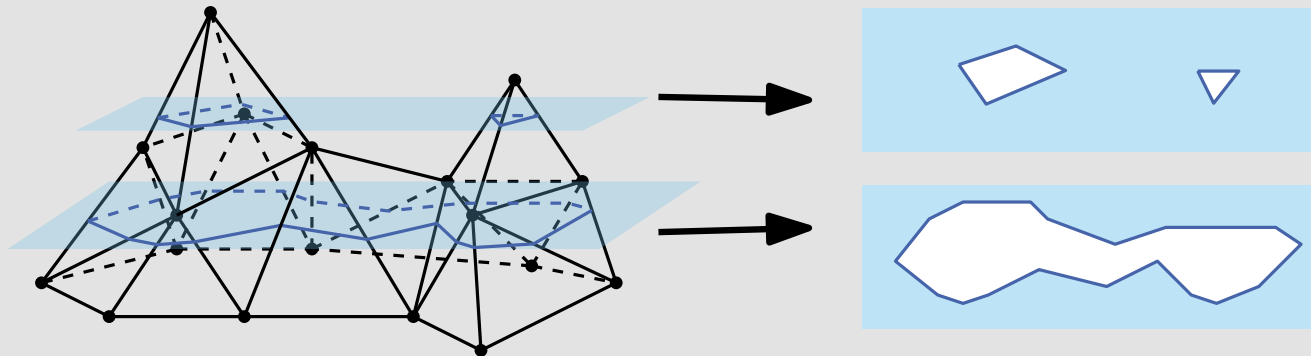
Range Tree?

Aufbau: $O(n \log(n))$, Speicher: $O(n)$, Anfrage: $O(\log(n) + k)$

Range Trees

Problem: Wasserpegel

Gegeben: Koordinaten der Punkte einer triangulierten z-monotonen Insel
 Was ist von der Insel zu sehen, wenn der Wasserpegel auf Höhe z ist?



Range Tree?

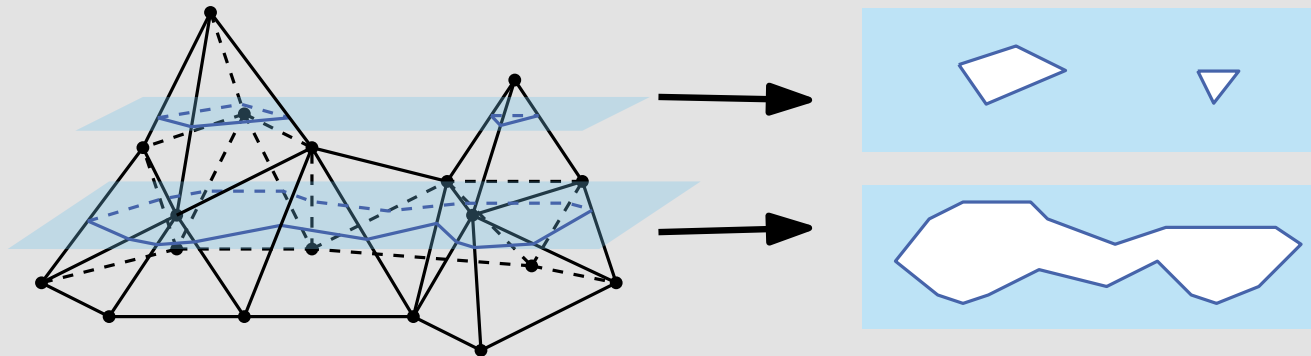
Persistenz?

Aufbau: $O(n \log(n))$, Speicher: $O(n)$, Anfrage: $O(\log(n) + k)$

Range Trees

Problem: Wasserpegel

Gegeben: Koordinaten der Punkte einer triangulierten z -monotonen Insel
 Was ist von der Insel zu sehen, wenn der Wasserpegel auf Höhe z ist?



Range Tree?

Persistenz?

Aufbau: $O(n \log(n))$, Speicher: $O(n)$, Anfrage: $O(\log(n) + k)$

Problem: Range Counting Query

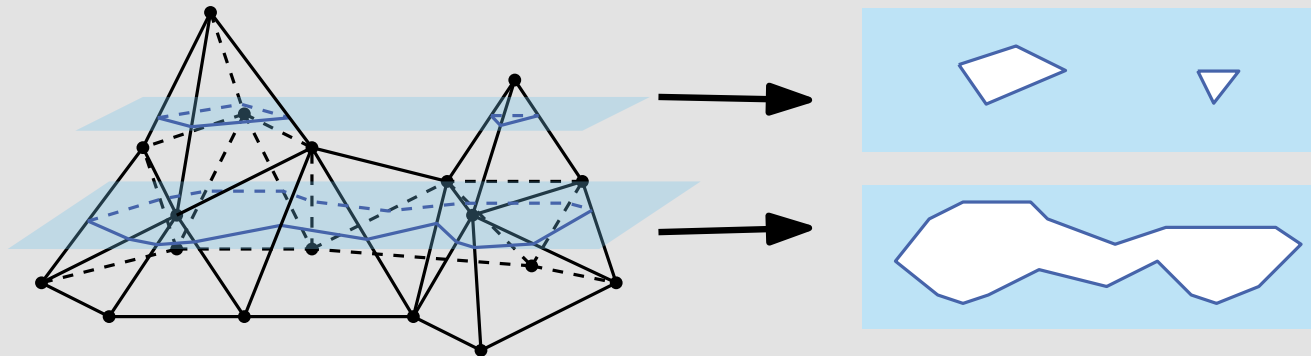
Gegeben: Punktemenge $P \subseteq \mathbb{R}^d$, Box $B = [a_1, b_1] \times \dots \times [a_d, b_d]$
 Wie viele Punkte aus P sind in B ?

- Wie geht das für $d = 1$? Laufzeit, Speicher? Verallgemeinern?

Range Trees

Problem: Wasserpegel

Gegeben: Koordinaten der Punkte einer triangulierten z -monotonen Insel
 Was ist von der Insel zu sehen, wenn der Wasserpegel auf Höhe z ist?



Range Tree?

Persistenz?

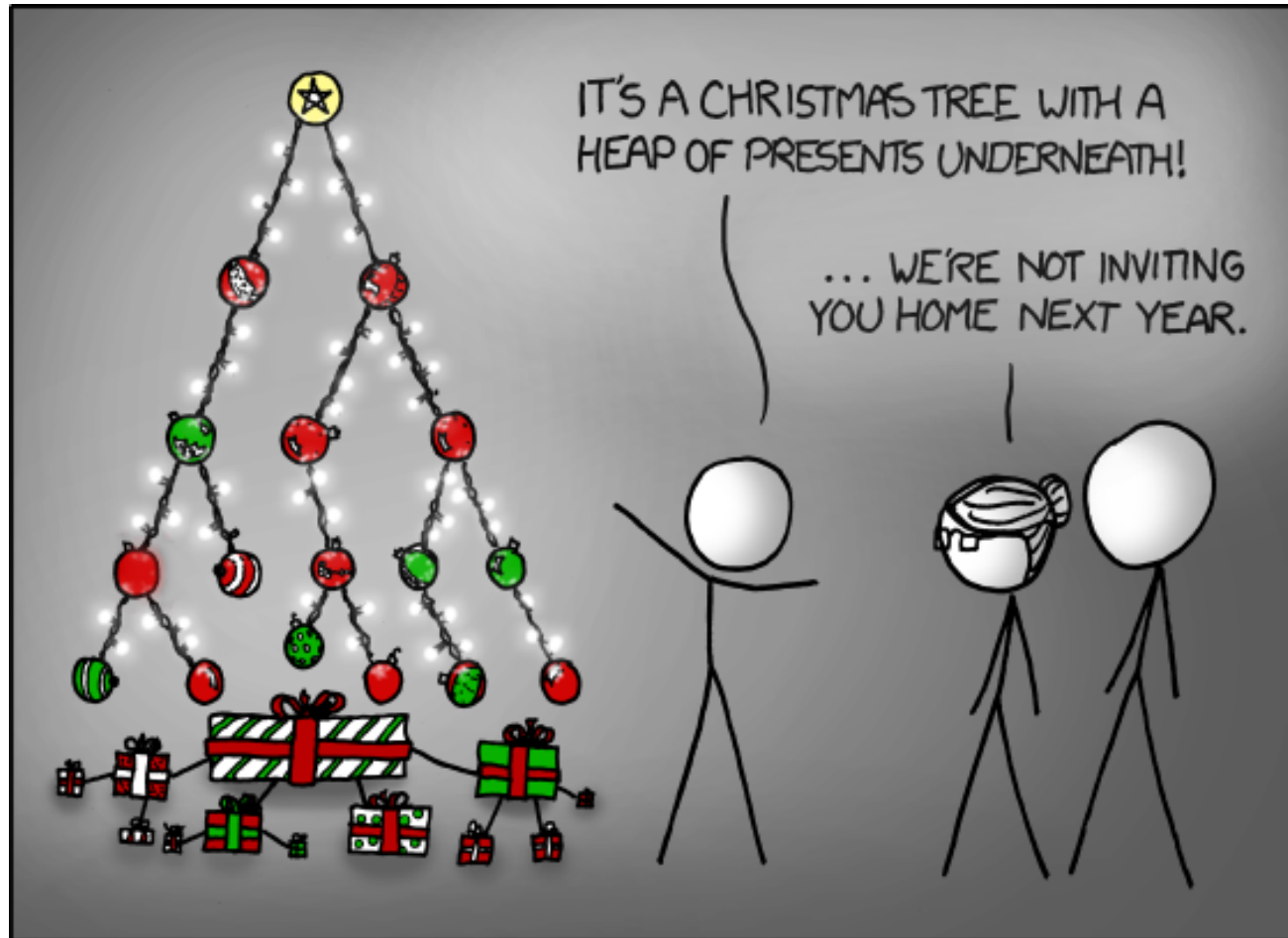
Aufbau: $O(n \log(n))$, Speicher: $O(n)$, Anfrage: $O(\log(n) + k)$

Problem: Range Counting Query

Gegeben: Punktemenge $P \subseteq \mathbb{R}^d$, Box $B = [a_1, b_1] \times \dots \times [a_d, b_d]$
 Wie viele Punkte aus P sind in B ?

- Wie geht das für $d = 1$? Laufzeit, Speicher? Verallgemeinern?
- Geht das für $d = 2$ besser? Und für $d = 3$? Für beliebige d ?

Frohe Weihnachten!



<https://xkcd.com/835>