

Praktikum – Beating the Worst Case

Jean-Pierre von der Heydt und Marcus Wilhelm | 29.11.2023



Generierte Graphen

Wie gut funktionieren die Algorithmen auf den neuen Graphen?

Echtwelt-Graphen

Verhalten sich die Echtwelt-Graphen ähnlich wie die generierten Graphen?

Übungsblatt 2

Wie sieht es mit der Heterogenität und Lokalität der Graphen aus?

Wie sehen Graphen mit hoher Heterogenität und geringer Lokalität aus?

Könnt ihr herausfinden, wie wir die Graphen generiert haben?

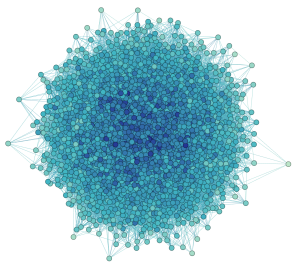
Modelle für komplexe Netzwerke

Ziel: Modellieren und Erklären der Eigenschaften

Drei Charakteristika:

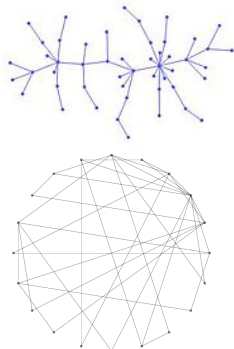
	ER 1959	Pref. Attach. / Barabási-Albert 1923 / 1999	Chung-Lu 2002	Watts-Strogatz model 1998	GRG	HRG 2010	GIRG 2019
■ heterogene Gradverteilung		✓	✓			✓	✓
■ kurze Wege / „small-world“	✓	✓	✓	✓		✓	✓
■ hohe Lokalität / Clustering				✓	✓	✓	✓

Erdős–Rényi model

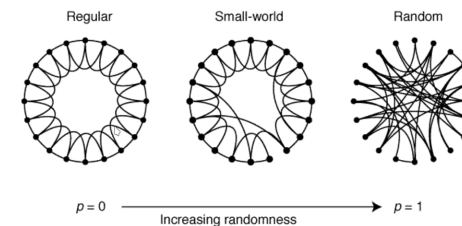


Preferential Attachment

iteratively add vertices, choose edges with probability proportional to current degree



Watts–Strogatz model



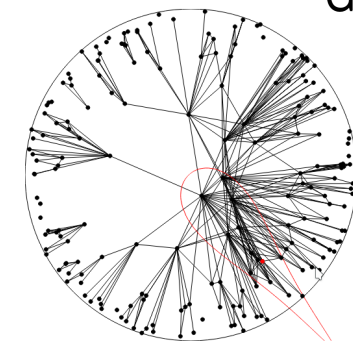
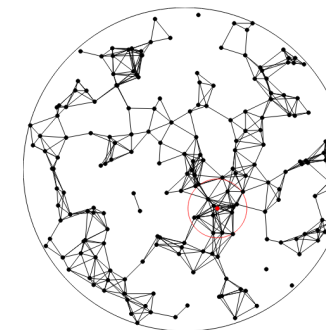
Chung-Lu / Configuration model / IRG

vertices with weights w_i (following power-law distribution);

$$\Pr [\{e_i, e_j\} \in E] \sim \frac{w_i \cdot w_j}{W}$$

Geometric Random Graph (Hyperbolic)

sample vertices uniformly in geometry, connect if distance below threshold



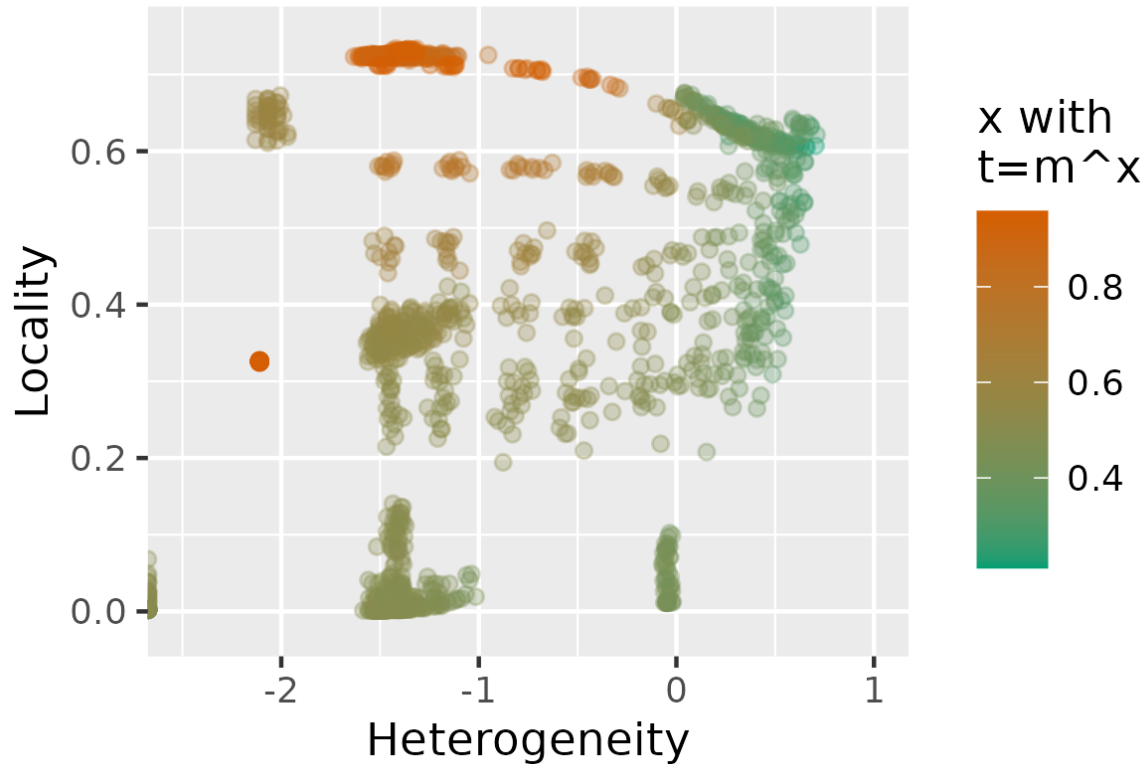
GIRG
GRG * IRG



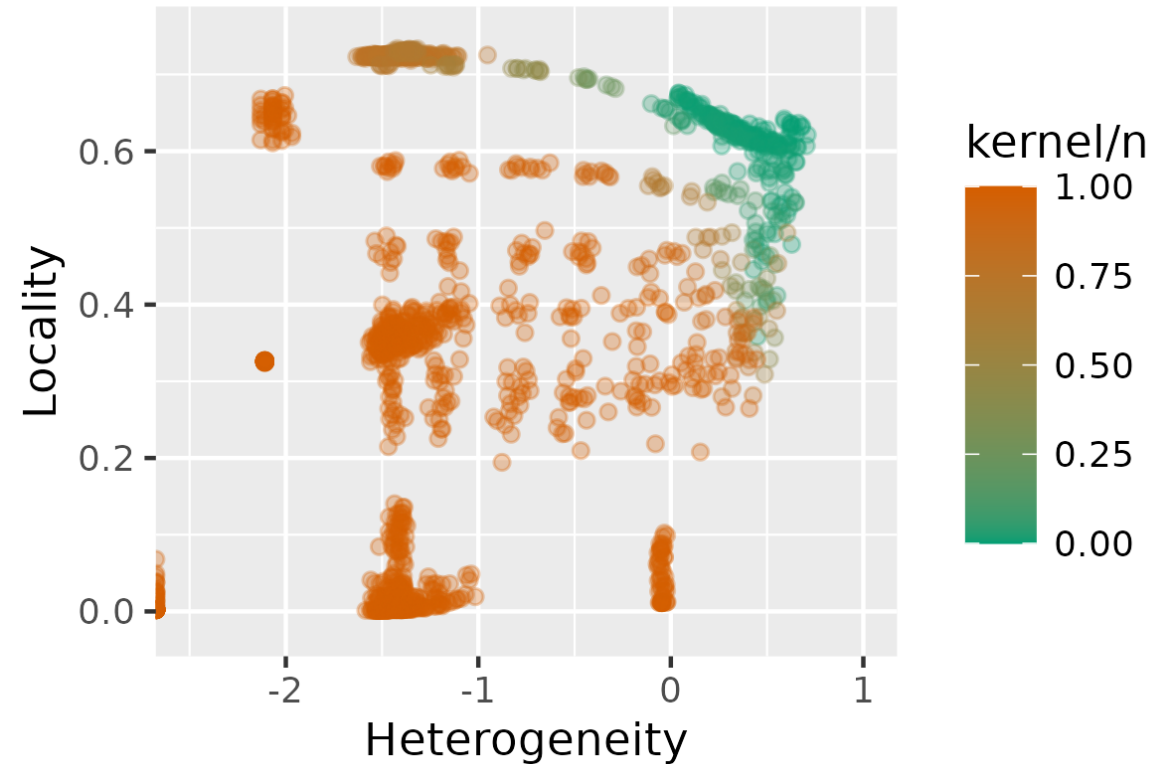
Auswertung von verschiedenen Graphen

- GIRGs?
- Hängt von den Parametern ab!

Bi-BFS



Vertex Cover



Overview: GIRGs and HRGs

Geometric inhomogeneous random graph (GIRG)

Geometric inhomogeneous random graphs
 [Bringmann, Keusch, Lengler, 2019]

- weights w_1, \dots, w_n (typically power-law distributed)
- random positions for the vertices (d -dimensional ground space)
- edge $\{u, v\}$ if $\text{dist}(u, v)^d \leq aw_uw_v/n$
 - connect if sufficiently close
 - connection probability proportional to w_uw_v

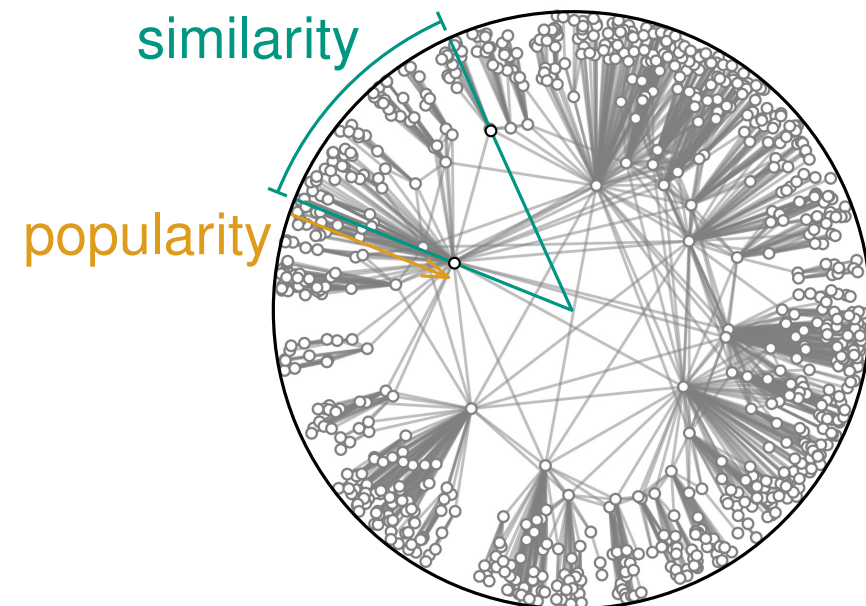
Popularity–similarity

Popularity versus similarity in growing networks
 [Papadopoulos, Kitsak, Serrano, Boguñá, Krioukov 2012]

Hyperbolic random graphs (HRG)

Hyperbolic geometry of complex networks
 [Krioukov, Papadopoulos, Kitsak, Vahdat, Boguñá 2010]

- random positions in hyperbolic space
- connect vertices that are sufficiently close
- more or less a special case of GIRG



Geometric inhomogeneous random graphs (GIRG) – Details

Weights and positions

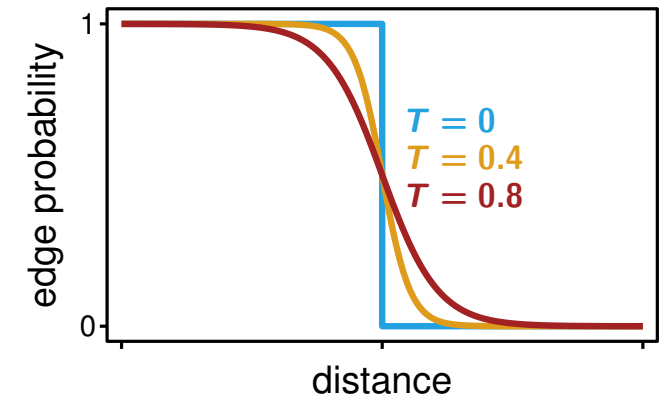
- random weights in $[1, \infty)$ with PDF $f(x) = cx^{-\tau}$ or deterministic power-law weights
- typical ground space: d -dimensional torus $[0, 1]^d$ with max-norm

Threshold case (temperature = 0)

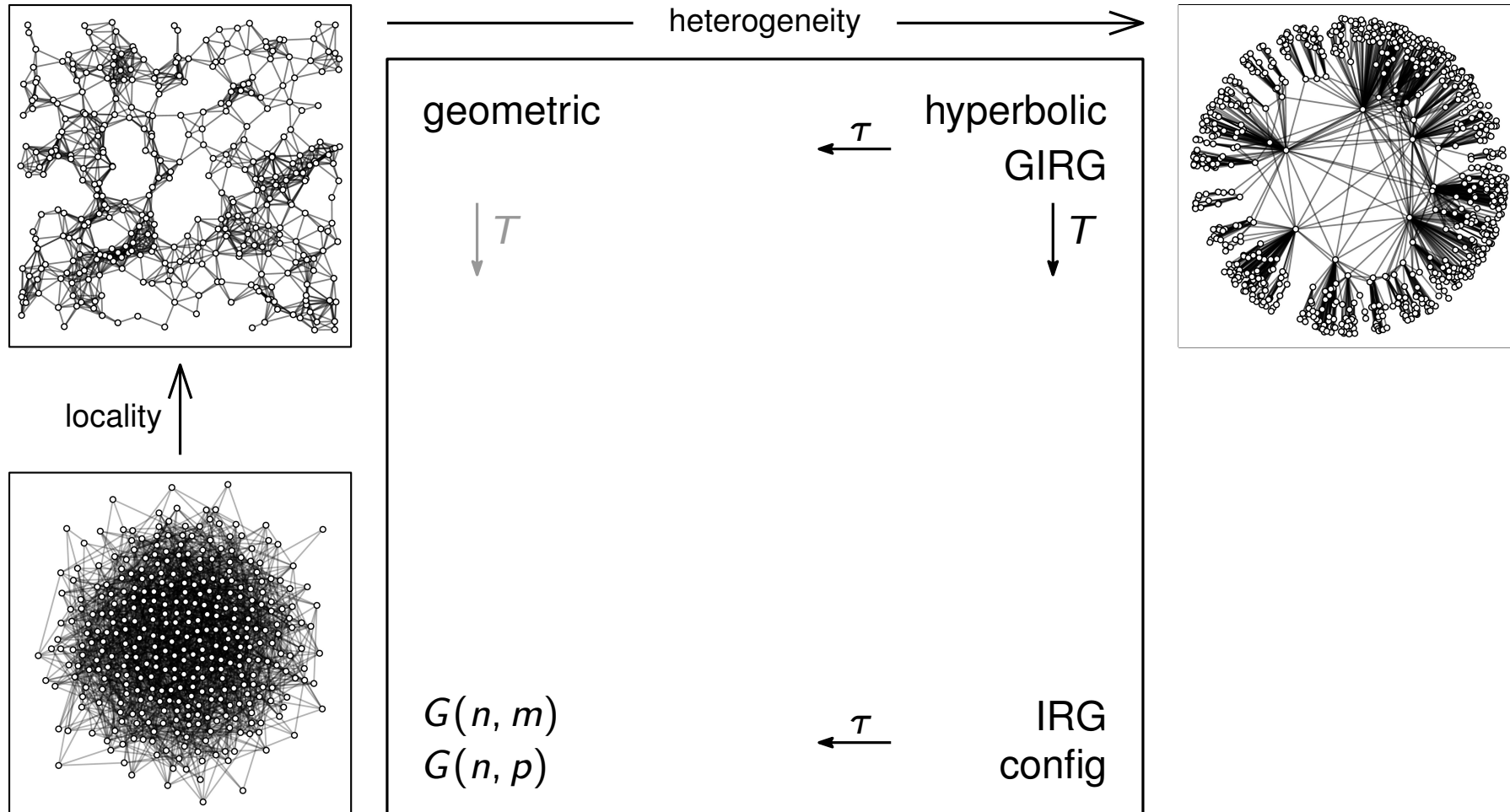
- $\{u, v\} \in E$ if $\text{dist}(u, v)^d \leq a \frac{w_u w_v}{n}$
- it follows: $\Pr[\{u, v\} \in E \mid w_u, w_v] = \Pr[\text{dist}(u, v) \leq \sqrt[d]{a \frac{w_u w_v}{n}}] \in \Theta\left(\frac{w_u w_v}{n}\right)$
- thus: $E[\text{deg}(v)] \in \Theta(w_v)$ (formal argument works as for IRGs)

Temperature > 0

- additional parameter $T \in (0, 1)$
- connection probability $p_{uv} = \min \left\{ 1, \left(\frac{1}{\text{dist}(u, v)^d} \cdot a \frac{w_u w_v}{n} \right)^{1/T} \right\}$
- interpolate between high locality ($T = 0$) and low locality ($T \rightarrow 1$)



GIRG Parameters



Wie geht's weiter?

Nächste Woche

- stellt eure Arbeit zu Übungsblatt 2 vor
- 5 Minuten, mit Slides (z.B. als PDF)
- Plots bitte mit Achsenbeschriftung!

Übungsblatt 3

- einen weiteren Algorithmus untersuchen
- Code und Workflow optimieren / aufräumen
- Zeitrahmen: nur *eine* Woche

Anschließend: Projekt

- Ziel: Forschungsfrage untersuchen und beantworten
- Präsentation und schriftl. Ausarbeitung