



# Praktikum – Beating the Worst Case

Jean-Pierre von der Heydt und Marcus Wilhelm | 22.11.2023



# Fragen zum Übungsblatt 1

## Gradverteilung

- Wie unterscheiden sich die Gradverteilungen?
  - Gib es hierfür ein Maß?
- [Wie] habt ihr die Verteilungen visualisiert?

## Lokalität

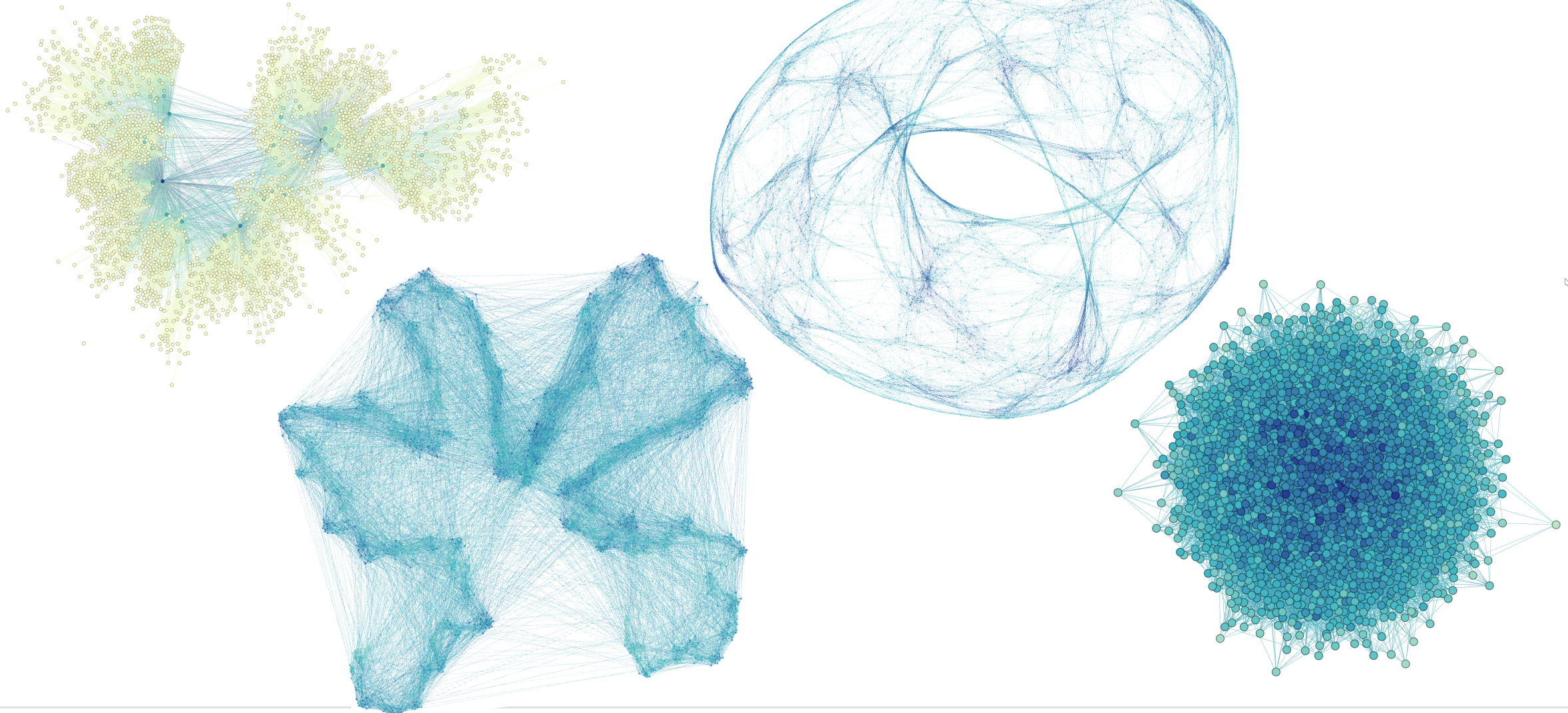
- Wie kann man Lokalität messen?
- Welche Maße habt ihr verwendet?

## Allgemein

- Mit welchen Maßen lassen sich die vier Netzwerkklassen unterscheiden?
- [Wo / Wie] habt ihr Recherchiert?
- Habt ihr eine Vermutung, wie die Graphen erzeugt wurden?

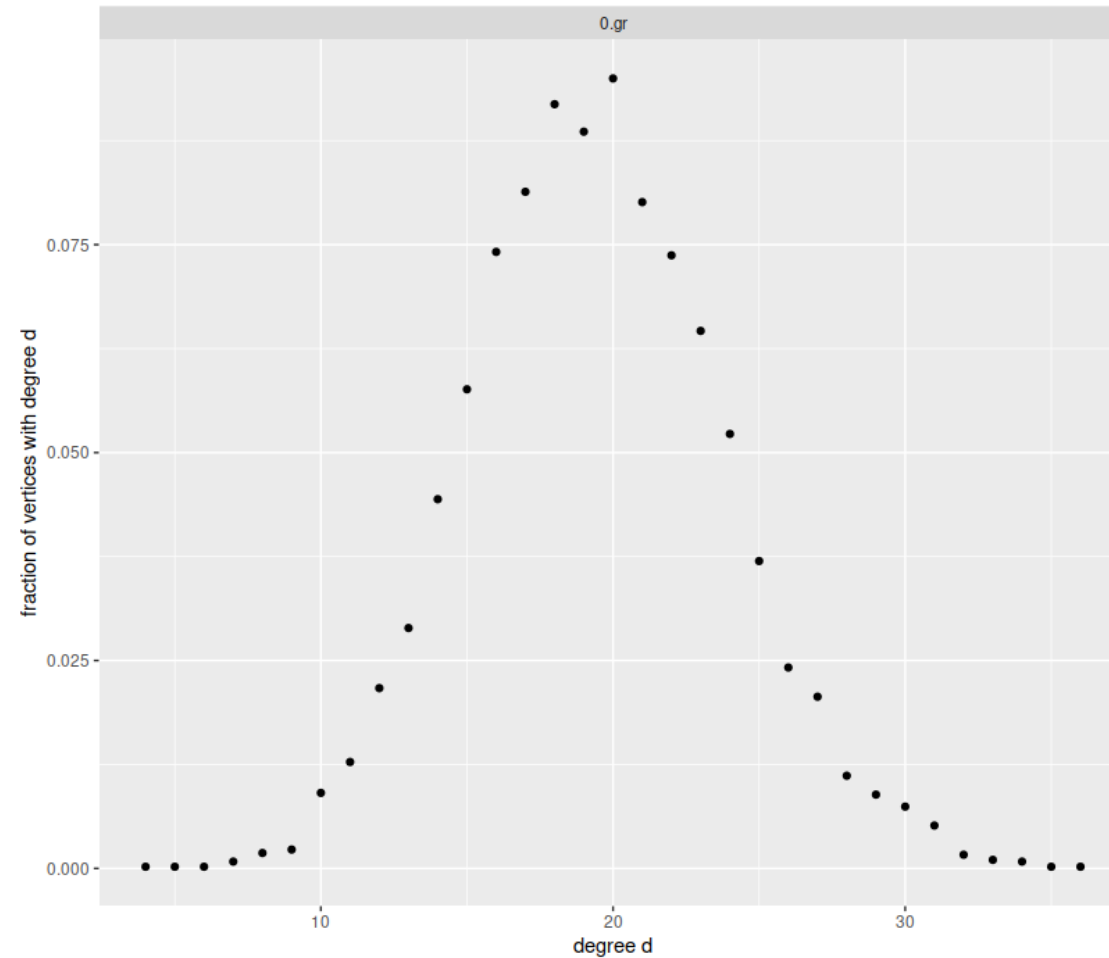


# Netzwerke aus Datensatz





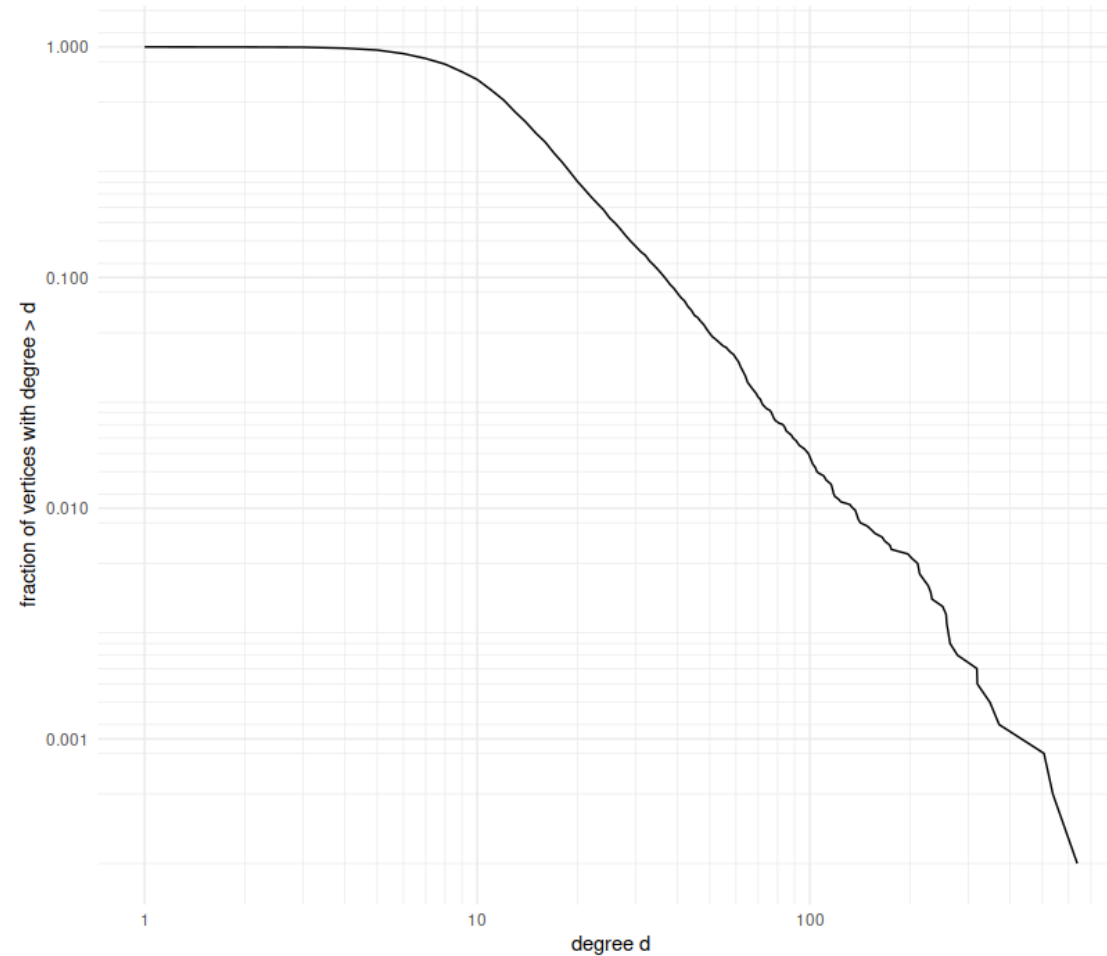
# Homogene Gradverteilung



n: 4843  
mean: 19.4  
variance: 18.7  
stdev: 4.33



# Heterogene Gradverteilung



n: 3472  
mean: 20.0  
variance: 891  
stdev: 29.8



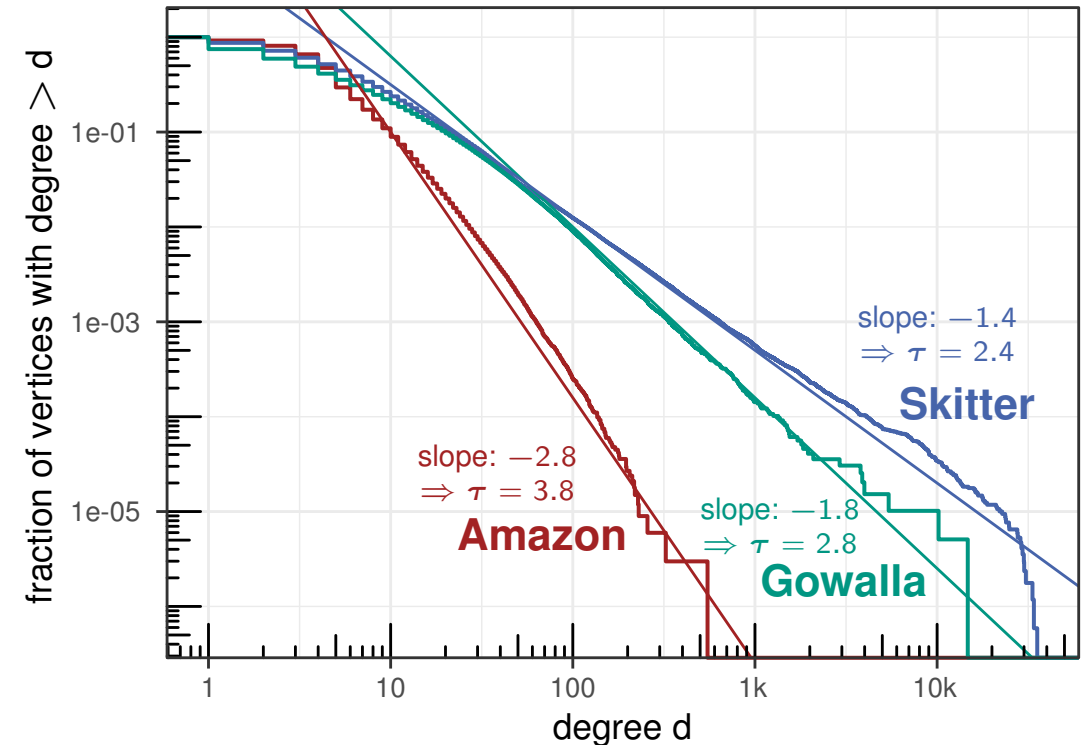
# Heterogene Gradverteilung – Details

## Gerade Linie im log-log plot

- gerade Linie:  $y' = b - ax'$
- log-log plot:  $\log y = b - a \log x$
- CCDF:  $y = \bar{F}_D(x) = \Pr(D > x) = e^b x^{-a}$
- PDF:  $f_D(x) = cx^{-\tau}$  mit  $\tau = a + 1$

## Definition: power-law distribution

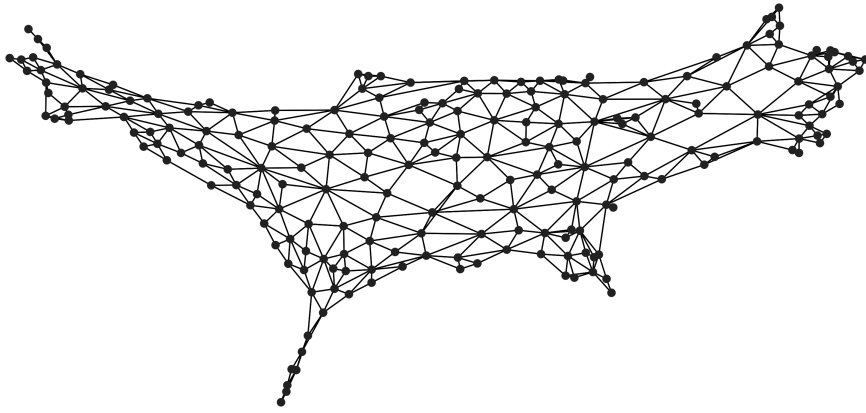
- Zufallsvariable  $D$  mit Dichte  $f_D(x) = cx^{-\tau}$
- $\tau$  heißt auch power-law exponent
- üblicherweise:  $\tau \in (2, 3)$ 
  - $\tau > 2 \rightarrow$  constant average degree
  - $\tau \in (2, 3] \rightarrow$  variance increases with  $n$
  - $\tau > 3 \rightarrow$  constant variance



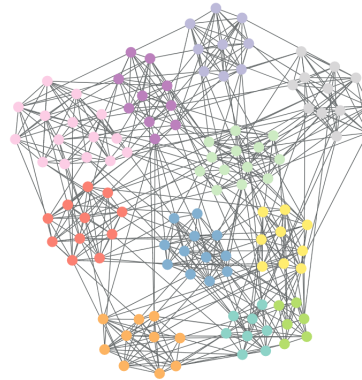
einfacheres Maß für Heterogenität:  
*coefficient of variaton*:  $\frac{\text{std. dev.}}{\text{mean}}$



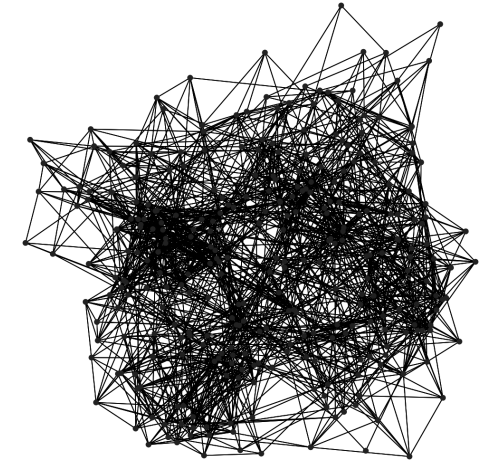
# Lokalität Wiederholung



- Teil des US-Straßennetzes
- Knoten mit gemeinsamen Nachbarn sind oft selbst benachbart



- Spiele von College football teams
- Kanten entsprechen community structure



- Erdős–Rényi Graph
- Jede mögliche Kante existiert mit Wahrscheinlichkeit  $p$  (unabhängig)

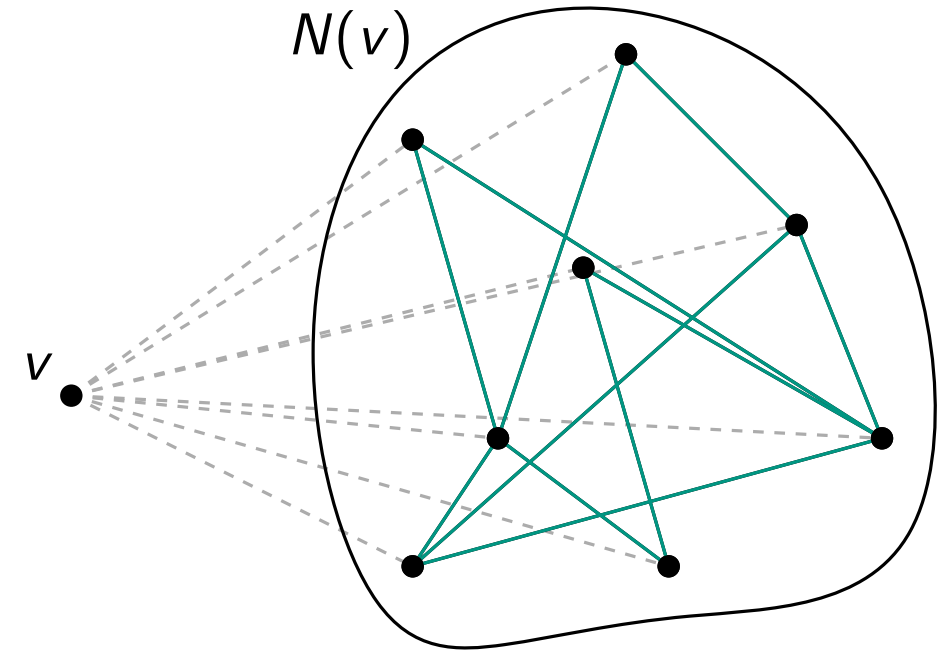
- „Lokalität“, „Clustering“, „Geometrie“
- In vielen Echtwelt Netzwerken beobachtet (z.B. Straßen-, soziale Netzwerke)

- keine „Lokalität“
- high „temperature“



# Local Clustering Coefficient

- Wie nah ist meiner Nachbarschaft an einer Clique dran?
- Wie viele Kanten kann es in  $N(v)$  geben?
  - $\binom{\deg(v)}{2}$
- Wie viele Kanten sind tatsächlich in  $N(v)$ ?
- Local Clustering von  $v$ :  $\frac{\#edges\ in\ N(v)}{\binom{\deg(v)}{2}}$
- $\Rightarrow$  Durchschnitt über alle Knoten bilden



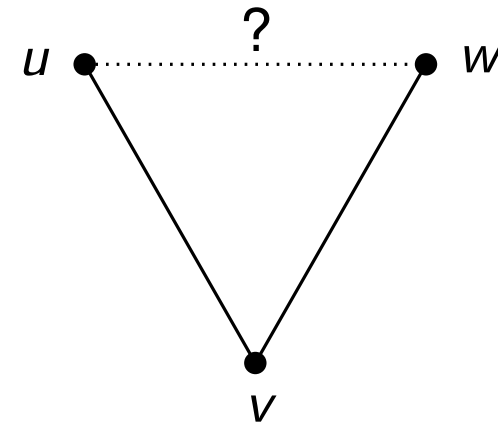
- Was ist der erwartete Local Clustering Coefficient von Erdős–Rényi Graphen?

- Jede Kante kommt with Wahrscheinlichkeit  $p$  vor  $\Rightarrow \frac{p \binom{\deg(v)}{2}}{\binom{\deg(v)}{2}} = p$



# Global Clustering Coefficient

- Betrachte  $\{u, v\}, \{v, w\} \in E$
- Ist dann auch  $\{u, w\} \in E$ ?
- Tripel: drei Knoten die mit mindestens 2 Kanten verbunden sind
  - offen:  $\{u, w\} \notin E$
  - geschlossen:  $\{u, w\} \in E$
- Global Clustering Coefficient:  $\frac{\# \text{ geschlossene Tripel}}{\# \text{ Tripel gesamt}}$
- Nicht über alle Tripel aus Knoten iterieren
- Lieber über Kanten und Nachbarschaften



- Was ist der erwartete Global Clustering Coefficient von Erdős–Rényi Graphen?
- Auch  $p$  aber nicht so leicht zu zeigen...

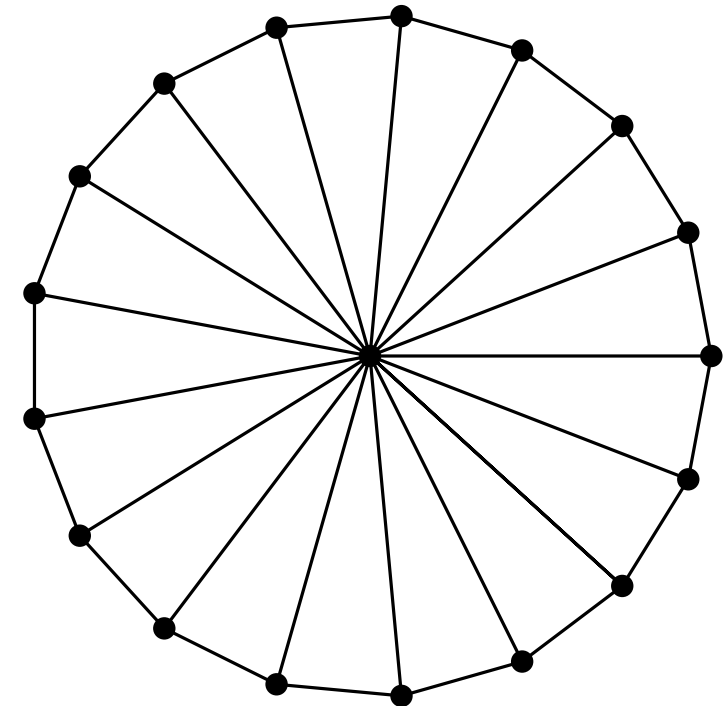
# Probleme mit den Clustering Coefficients

■ Was ist der Local / Global Clustering Coefficient von Grid Graphen?

- Beide sind 0, weil der Graph bipartit ist
- Eigentlich hat der Graph viel *Lokalität*

■ Was ist der Local / Global Clustering Coefficient von Wheel Graphen?

- Local: geht gegen  $2/3$  für  $n \rightarrow \infty$
- Global: geht gegen 0 für  $n \rightarrow \infty$



# Detour Distance

- Wie groß ist der Umweg, wenn die Straße vor mir gesperrt wird?
- Betrachte Verhältnis zwischen Umweg und durchschnittlicher Distanz zwischen nicht Nachbarn
- Für Kante  $e = \{u, v\} \in E$ :

$$C(e) = 1 - \frac{d_{G \setminus e}(u, v) - 2}{\text{avg. Distance of non neighbors} - 2}$$

- $C(e) = 1 \Leftrightarrow u, v$  haben gemeinsamen Nachbarn
- Bilde Durchschnitt über alle Kanten
- Aufpassen, dass man nicht durch 0 teilt
- Aufwändig zu berechnen  $\Rightarrow$  sampeln

- Was ist die Detour Distance Grid / Wheel Graphen?

