

Übungsblatt 1

Algorithmen 1 - Sommersemester 2023

Abgabe im ILIAS bis 28.04.2023, 14:00 Uhr

Bitte beschrifte deine Abgabe gut sichtbar mit deinem Namen und deiner Matrikelnummer. Achte insbesondere bei handschriftlichen Abgaben auf Lesbarkeit und genügend Platz für Korrektur-Anmerkungen. Die Abgabe erfolgt über das Übungsmodul in der Gruppe deines Tutoriums im ILIAS. Gib deine Ausarbeitungen in *einer* Datei im PDF-Format ab.

Achte darauf, effiziente Algorithmen zu formulieren, also solche mit möglichst geringer asymptotischer Laufzeit! Wenn du die Korrektheit deines Algorithmus begründen oder dessen Laufzeit analysieren sollst, tue dies getrennt von der Beschreibung deines Algorithmus.

Gesamtpunktzahl: 20

Aufgabe 1 - O-Kalkül (3 Punkte)

Ordne die folgenden Funktionen so an, dass $f \in O(g)$ gilt, genau dann, wenn f links von g eingeordnet ist. Begründungen sind nicht notwendig.

$$\log_3(365\sqrt{n}), \quad n!, \quad \sqrt[12]{\log_3(n)}, \quad 3^{\log_2(n)}, \quad 3^n, \quad \sqrt[3]{27^{\log_3(n)}}$$

(Achtung $3^{\log_2(n)}$ hat eine andere Basis im Logarithmus)

Aufgabe 2 - Landau-Notation (4 Punkte)

Berechne n_0 und c aus der formalen Definition des jeweiligen Landau-Symbols, um zu zeigen, dass

a) $5^{37}n \in O(n^7)$ (1 Punkt)

b) $11^{13}n \in O(4^n)$ (1 Punkt)

c) $\sqrt[4]{n^3} \in \Omega(\log^9(n))$ (2 Punkte)

Begründe deine Antworten.

Aufgabe 3 - Summen im O-Kalkül (3 Punkte)

Gib für jede der folgenden Summen $f_j(n)$ eine Funktion $g_j(n)$ an, sodass $f_j(n) \in \Theta(g_j(n))$. Vereinfache dabei $g_j(n)$ soweit wie möglich. Begründe deine Antworten.

a) (1 Punkt)	b) (1 Punkt)	c) (1 Punkt)
$f_1(n) = \sum_{i=0}^{\log(n)} \frac{2^i}{9^4}$	$f_2(n) = \sum_{i=0}^{\log(n)} \frac{9^4}{2^i}$	$f_3(n) = \sum_{i=\log(n)}^{2\log(n)} \left(\frac{\log_3(3^n)}{n} \right)^i$

Aufgabe 4 - Beschäftigte Biber (10 Punkte)

Bernd und Berta die beschäftigten Biber sind die treuesten Untertanen von Dr. Meta. Um die Weltherrschaft an sich zu reißen, ist es besonders wichtig den besten und größten Damm der Welt zu bauen. Warum dies so ist, möchte uns Dr. Meta aber noch nicht verraten. Bernd und Berta schlagen beide eine Holzlegestrategie vor, die ihrer Meinung nach mit einer Anzahl Bibern eine größtmögliche Anzahl an Holz für den Damm verlegt. Eine Holzlegestrategie ist hierbei ein Algorithmus, der eine gewisse Anzahl Biber $b \in \mathbb{N}$ als Eingabe erhält und eine größtmögliche Anzahl 1en, die Holzstücke, ausgibt. Folgend sind nun die beiden vorgeschlagenen Holzlegestrategien von Bernd und Berta als Pseudocode angegeben.

Input:	Output:	Input:	Output:
b - Anzahl verfügbarer Biber	-	b - Anzahl verfügbarer Biber	-
Bernds-strategie($b: \mathbb{N}$)		Bertas-strategie($b: \mathbb{N}$)	
1 : if $b == 0$ then		1 : if $b == 0$ then	
2 : print(1)		2 : print(1)	
3 : else		3 : else	
4 : Bernds-strategie($\lfloor \frac{b}{2} \rfloor$)		4 : print(1)	
5 : print(1)		5 : Bertas-strategie($b-1$)	
6 : Bernds-strategie($\lfloor \frac{b}{2} \rfloor$)		6 : end	
7 : end		Bertas Holzlegestrategie	
Bernds Holzlegestrategie			

Wir runden bei Brüchen immer ab.

- a) Bestimme für $b = 14$ die Anzahl an verlegtem Holz, also die Anzahl ausgegebener 1en für beide Strategien. (2 Punkte)
- b) Bestimme Funktionen $f_{\text{Bernd}}(b)$ und $f_{\text{Berta}}(b)$ sodass die Anzahl ausgegebener 1en in Bernds Algorithmus in $\Theta(f_{\text{Bernd}}(b))$ und die Anzahl an 1en in Bertas Algorithmus in $\Theta(f_{\text{Berta}}(b))$ liegt. Begründe deine Antwort. (2 Punkte)


- c) Gib nun selbst Pseudocode für eine rekursive Holzlegestrategie und Funktion $g(b)$ an, sodass die Anzahl deiner ausgegebenen 1en $\Theta(g(b))$ liegt. Zusätzlich soll $g(b) \in \omega(f_{\text{Bernd}}(b))$ gelten. (2 Punkte)
- d) Wir nehmen nun an, dass bei aktueller Biberzahl b , das Ausgeben einer 1 genau b Zeit beansprucht. Funktionsaufrufe und Vergleiche sind in konstanter Zeit ausführbar. Gib sowohl für Bernds als auch für Bertas Strategie jeweils an, wie viele Lagen und wie viele Knoten pro Lage im Rekursionsbaum der Strategie liegen. Bestimme für Bernds und Bertas Holzlegestrategie jeweils die Laufzeit in Abhängigkeit von b in O -Notation. Begründe deine Antworten. (4 Punkte)

Lust auf Fachschaft? – Dann komm zum Semesterauftakttreffen!

- Alles über die Fachschaft und unsere Arbeit
- Dein Weg zur Fachschaft
- Tolle Gespräche und nette Leute
- Kostenloses Abendessen, Getränke und Snacks

**Foyer im
Infobau
(50.34)**

**25.04.
19 Uhr**



SAVE THE DATE