

Übungsblatt 3

Abgabe bis 8. Dezember 2022

Aufgabe 1: Kontaktvermeidung

8 Punkte

Ein Virus geht um und muss dringend an der Ausbreitung gehindert werden. Laut Modellrechnungen kann dies bewerkstelligt werden, indem sich jeder nur noch mit (höchstens) d anderen Leuten trifft. Zum Glück können bis zu k Personen geimpft werden, was dazu führt, dass deren Kontakte sofort ignoriert werden können.

Es muss nun also entschieden werden, ob es möglich ist k Knoten aus einem gegebenen Graphen zu löschen, so dass anschließend der Maximalgrad höchstens d ist.

Gib sichere Reduktionsregeln an, die für dieses Problem einen Kern mit Größe polynomiell in $d + k$ berechnen.

Aufgabe 2: EDGE CLIQUE COVER

10 Punkte

Das parametrisierte Problem EDGE CLIQUE COVER ist wie folgt definiert. Gegeben ist ein Graph G sowie ein Parameter k . Gesucht ist eine Menge von maximal k Cliques, sodass jede Kante von G in mindestens einer der Cliques enthalten ist.

Gib sichere Reduktionsregeln an, die für EDGE CLIQUE COVER einen Kern mit maximal 2^k Knoten berechnen.

Hinweis: Zwei Knoten u und v sind *echte Zwillinge*, wenn $N(u) \cup \{u\} = N(v) \cup \{v\}$ (dabei bezeichnet $N(u)$ die Menge aller Nachbarn von u). Kannst du solche echten Zwillinge loswerden?

Aufgabe 3: Anwendung von Lenstra

4 + 8 Punkte

Erstelle eine geeignete ILP Formulierung um zu zeigen, dass folgende Probleme in FPT sind:

VARIETY SUBSET SUM: Gegeben eine Multimenge A von Zahlen in \mathbb{N} ("Multi" heißt, Zahlen können mehrfach in A auftauchen) und ein Wert $b \in \mathbb{N}$. Gibt es eine Teilmultimenge $X \subseteq A$ mit $\sum_{x \in X} x = b$? Betrachte als Parameter die Anzahl unterschiedlicher Zahlen in A .

MAKESPAN SCHEDULING: Gegeben $m \in \mathbb{N}$ Maschinen, n Jobs mit Bearbeitungszeiten $p_1, \dots, p_n \in \mathbb{N}$ und eine Schranke für die maximale Bearbeitungsdauer $k \in \mathbb{N}$. Gibt es eine Verteilung der Jobs auf die Maschinen, sodass keine Maschine länger als k Zeit benötigt? (Ganz formal: Gibt es eine Abbildung $f : \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, m\}$ sodass $\sum_{j: f(j)=i} p_j \leq k$ für alle $1 \leq i \leq m$?)

Betrachte als Parameter die Schranke k auf die Bearbeitungsdauer.

Hinweis: MAKESPAN SCHEDULING benötigt eine ähnliche Strategie wie das ILP für CLOSEST STRING aus der Vorlesung. Folgende Überlegung könnte nützlich sein: Welche Kosten können die Jobs haben und wie lassen sich die möglichen Jobzuweisungen auf eine Maschine mit einer Funktion in k beschränken?