Parametrisierte Algorithmen
Wintersemester 2022/2023
Thomas Bläsius & Marcus Wilhelm

Übungsblatt 2

Abgabe bis 24. November 2022

- Die Abgabe der Lösungen als *schönes* PDF erfolgt per Email an `paramalgo_abgabe@lists.kit.edu`

Aufgabe 1: 3-Hitting Set **10 Punkte**

Eine Instanz von 3-Hitting Set besteht aus einer Familie von Mengen $\{S_1, \dots, S_n\}$ mit $|S_i| \leq 3$ über einer Grundmenge U (also $S_i \subseteq U$). Ziel ist es zu entscheiden, ob es eine Menge $H \subseteq U$ mit $|H| \leq k$ gibt, sodass $H \cap S_i \neq \emptyset$ für alle S_i. Gib einen beschränkten Suchbaum an, der einen Algorithmus mit Laufzeit $2{,}562^k \cdot n^{O(1)}$ für dieses Problem liefert.

Aufgabe 2: d-Hitting Set **10 Punkte**

Eine Instanz von d-Hitting Set besteht aus einer Familie von Mengen $\{S_1, \dots, S_n\}$ mit $|S_i| \leq d$ über einer Grundmenge U (also $S_i \subseteq U$). Ziel ist es zu entscheiden, ob es eine Menge $H \subseteq U$ mit $|H| \leq k$ gibt, sodass $H \cap S_i \neq \emptyset$ für alle S_i. Gib einen Algorithmus mit Laufzeit $(d - 0{,}658)^k \cdot n^{O(1)}$ für diese Problem an.

Hinweis: Benutze iterative Kompression, um zunächst einen Algorithmus mit Laufzeit $2{,}342^k \cdot n^{O(1)}$ für 3-Hitting Set zu erhalten.

Aufgabe 3: Minimum-Maximal Matching **10 Punkte**

Beim Minimum-Maximal Matching Problem soll für einen gegebenen Graphen G und einen Parameter k entschieden werden, ob G ein inklusions-maximales Matching mit höchstens k Kanten hat.

Teilaufgabe (a) Zeige, dass für ein inklusions-maximales Matching M der Größe k in G, die Menge der am Matching beteiligten Knoten $V(M)$ ein Vertex Cover der Größe $2k$ ergibt.

Teilaufgabe (b) Sei M ein inklusions-maximales Matching in G und sei $X \subseteq V(M)$ ein inklusions-minimales Vertex Cover in G. Sei außerdem M_1 ein größtmögliches matching von $G[X]$ und sei M_2 ein größtmögliches Matching von $G[V(G) \setminus V(M_1)]$. Zeige, dass $M_1 \cup M_2$ ein inklusions-maximales Matching der Größe höchstens $|M|$ in G ist.

Teilaufgabe (c) Gib einen Algorithmus mit Laufzeit $4^k n^{O(1)}$ für Minimum-Maximal Matching an.