

# Übungsblatt 1

Abgabe bis 10. November 2022

## Organisatorisches:

- Für das Lösen der Übungsaufgaben habt ihr *zwei Wochen* Zeit.
- Die Bearbeitung soll möglichst in Zweiergruppen erfolgen.
- Die Abgabe der Lösungen als *schönes* PDF erfolgt per Email an `paramalgo21_abgabe@lists.kit.edu`

## Aufgabe 1: Verschiedenes

3 · 2 = 6 Punkte

**Teilaufgabe (a)** Gibt es einen Unterschied zwischen  $\Theta(2^n)$  und  $2^{\Theta(n)}$ ? Wenn ja, welches der beiden wächst asymptotisch schneller?

**Teilaufgabe (b)** Sei  $T$  ein ungewurzelter Binärbaum, d.h.  $T$  enthält nur Knoten mit Grad 3 (innere Knoten) und mit Grad 1 (Blätter). Sei  $n_3$  die Anzahl der inneren Knoten und  $n_1$  die Anzahl der Blätter. Zeige, dass  $n_3 = n_1 - 2$  gilt.

**Teilaufgabe (c)** Gib zwei parametrisierte Probleme an, für die es genau dann einen FPT-Algorithmus gibt, wenn  $P = NP$ .

## Aufgabe 2: $k$ -DOMINATING SET auf Bäumen

8 Punkte

Sei  $G = (V, E)$  ein Graph. Eine  $k$ -dominierende Menge ist eine Teilmenge  $X \subseteq V$ , sodass für jeden Knoten  $v \in V$  ein Knoten mit Distanz höchstens  $k$  von  $v$  in  $X$  enthalten ist (oder auch  $v$  selbst). Das Problem  $k$ -DOMINATING SET besteht darin, eine minimale  $k$ -Dominierende Menge in einem gegebenen Graphen zu berechnen.

Gib einen polynomiellen Algorithmus an, der  $k$ -DOMINATING SET auf Bäumen löst. Gelingt es dir eine lineare Abhängigkeit der Laufzeit von der Graphgröße zu erhalten?

## Aufgabe 3: IS und Clique auf regulären Graphen

8 Punkte

Zeige, dass CLIQUE und INDEPENDENT SET auf  $r$ -regulären Graphen (für beliebiges konstantes  $r$ ) parametrisiert nach Lösungsgröße in FPT sind. Bonus: funktioniert dein Ansatz auch für den kombinierten Parameter  $k + r$ ?

#### **Aufgabe 4: Punkte und Geraden**

**8 Punkte**

Gegeben seien eine Menge von  $n$  Punkten  $P = \{p_1, \dots, p_n\}$  in der Ebene, sowie ein Parameter  $k$ . Das Problem GERADENÜBERDECKUNG besteht darin zu entscheiden, ob es  $k$  Geraden gibt, sodass jeder Punkt  $p_i \in P$  auf mindestens einer der Geraden liegt. Gib einen FPT-Algorithmus für dieses parametrisierte Problem an.