

Parametrisierte Algorithmen

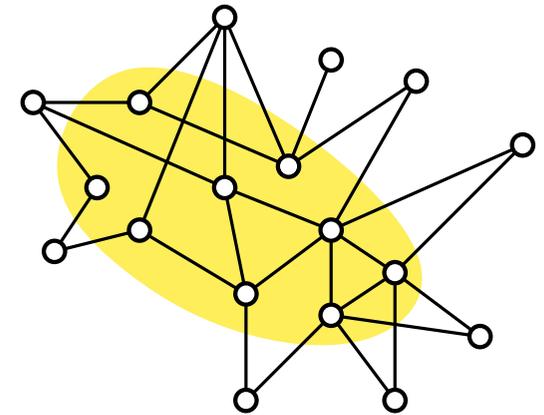
Beschränkte Suchbäume: bessere Verzweigung



Nachtrag: VERTEX COVER COMPRESSION

Problem: VERTEX COVER COMPRESSION

Gegeben sind ein Graph G , ein Parameter k und ein VC Z der Größe $k + 1$ in G . Gibt es ein VC der Größe k in G ?



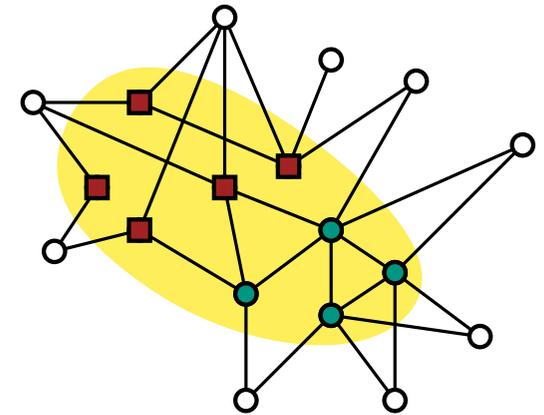
Nachtrag: VERTEX COVER COMPRESSION

Problem: VERTEX COVER COMPRESSION

Gegeben sind ein Graph G , ein Parameter k und ein VC Z der Größe $k + 1$ in G . Gibt es ein VC der Größe k in G ?

Idee

- rate eine Teilmenge $X \subseteq Z$; $Y = Z \setminus X$
- gibt es VC Z' mit $|Z'| \leq k$ und $Z' \cap Z = X$?



Nachtrag: VERTEX COVER COMPRESSION

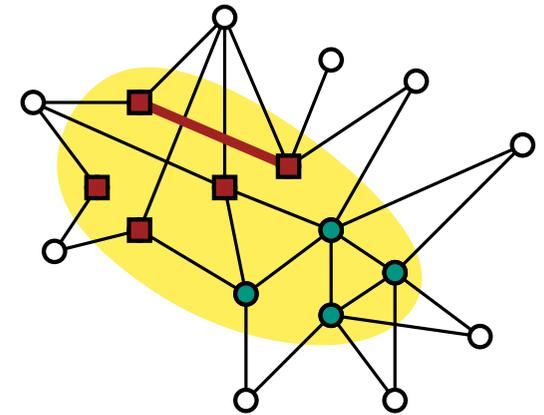
Problem: VERTEX COVER COMPRESSION

Gegeben sind ein Graph G , ein Parameter k und ein VC Z der Größe $k + 1$ in G . Gibt es ein VC der Größe k in G ?

Idee

- rate eine Teilmenge $X \subseteq Z$; $Y = Z \setminus X$
- gibt es VC Z' mit $|Z'| \leq k$ und $Z' \cap Z = X$?

Fall 1: $G[Y]$ enthält Kante $\Rightarrow Z'$ existiert nicht



Nachtrag: VERTEX COVER COMPRESSION

Problem: VERTEX COVER COMPRESSION

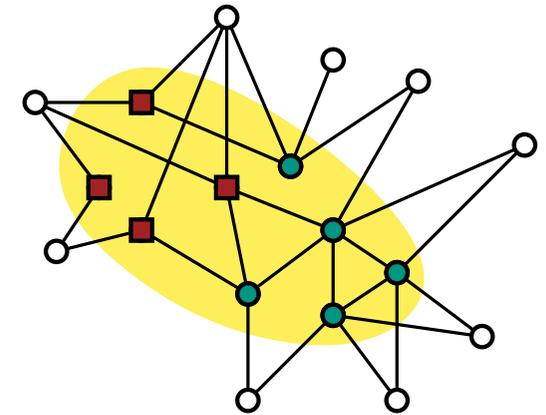
Gegeben sind ein Graph G , ein Parameter k und ein VC Z der Größe $k + 1$ in G . Gibt es ein VC der Größe k in G ?

Idee

- rate eine Teilmenge $X \subseteq Z$; $Y = Z \setminus X$
- gibt es VC Z' mit $|Z'| \leq k$ und $Z' \cap Z = X$?

Fall 1: $G[Y]$ enthält Kante $\Rightarrow Z'$ existiert nicht

Fall 2: sonst gilt:



Nachtrag: VERTEX COVER COMPRESSION

Problem: VERTEX COVER COMPRESSION

Gegeben sind ein Graph G , ein Parameter k und ein VC Z der Größe $k + 1$ in G . Gibt es ein VC der Größe k in G ?

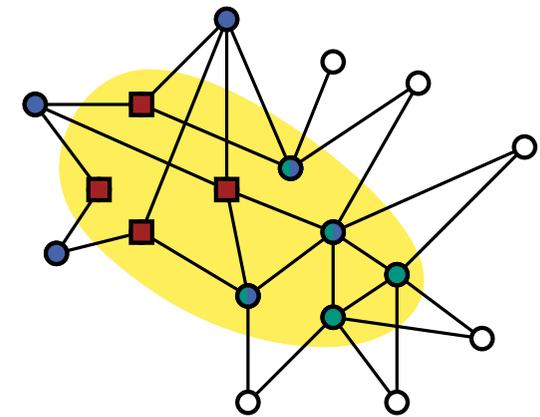
Idee

- rate eine Teilmenge $X \subseteq Z$; $Y = Z \setminus X$
- gibt es VC Z' mit $|Z'| \leq k$ und $Z' \cap Z = X$?

Fall 1: $G[Y]$ enthält Kante $\Rightarrow Z'$ existiert nicht

Fall 2: sonst gilt:

- Z' muss alle Nachbarn $N(Y)$ von Y enthalten



Nachtrag: VERTEX COVER COMPRESSION

Problem: VERTEX COVER COMPRESSION

Gegeben sind ein Graph G , ein Parameter k und ein VC Z der Größe $k + 1$ in G . Gibt es ein VC der Größe k in G ?

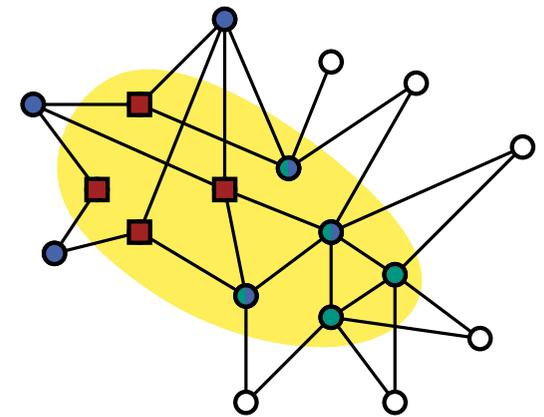
Idee

- rate eine Teilmenge $X \subseteq Z$; $Y = Z \setminus X$
- gibt es VC Z' mit $|Z'| \leq k$ und $Z' \cap Z = X$?

Fall 1: $G[Y]$ enthält Kante $\Rightarrow Z'$ existiert nicht

Fall 2: sonst gilt:

- Z' muss alle Nachbarn $N(Y)$ von Y enthalten
- $X \cup N(Y)$ ist ein VC



Nachtrag: VERTEX COVER COMPRESSION

Problem: VERTEX COVER COMPRESSION

Gegeben sind ein Graph G , ein Parameter k und ein VC Z der Größe $k + 1$ in G . Gibt es ein VC der Größe k in G ?

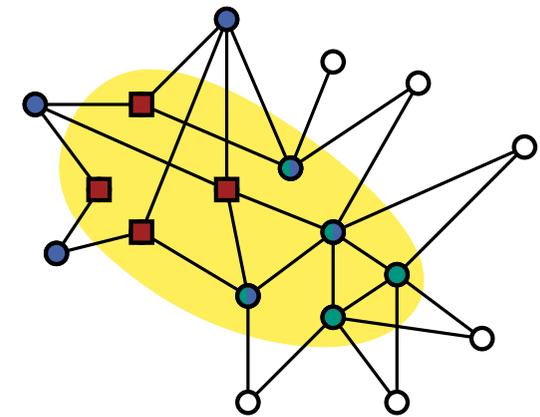
Idee

- rate eine Teilmenge $X \subseteq Z$; $Y = Z \setminus X$
- gibt es VC Z' mit $|Z'| \leq k$ und $Z' \cap Z = X$?

Fall 1: $G[Y]$ enthält Kante $\Rightarrow Z'$ existiert nicht

Fall 2: sonst gilt:

- Z' muss alle Nachbarn $N(Y)$ von Y enthalten
- $X \cup N(Y)$ ist ein VC
- es gibt das gewünschte VC $Z' \Leftrightarrow |X \cup N(Y)| \leq k$



Nachtrag: VERTEX COVER COMPRESSION

Problem: VERTEX COVER COMPRESSION

Gegeben sind ein Graph G , ein Parameter k und ein VC Z der Größe $k + 1$ in G . Gibt es ein VC der Größe k in G ?

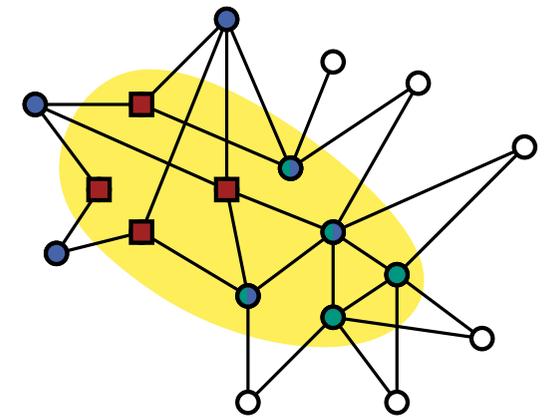
Idee

- wähle eine Teilmenge $X \subseteq Z$; $Y = Z \setminus X$
- gibt es VC Z' mit $|Z'| \leq k$ und $Z' \cap Z = X$?

Fall 1: $G[Y]$ enthält Kante $\Rightarrow Z'$ existiert nicht

Fall 2: sonst gilt:

- Z' muss alle Nachbarn $N(Y)$ von Y enthalten
- $X \cup N(Y)$ ist ein VC
- es gibt das gewünschte VC $Z' \Leftrightarrow |X \cup N(Y)| \leq k$



Algorithmus

- wende obige Prozedur auf jede Teilmenge $X \subseteq Z$ an

Nachtrag: VERTEX COVER COMPRESSION

Problem: VERTEX COVER COMPRESSION

Gegeben sind ein Graph G , ein Parameter k und ein VC Z der Größe $k + 1$ in G . Gibt es ein VC der Größe k in G ?

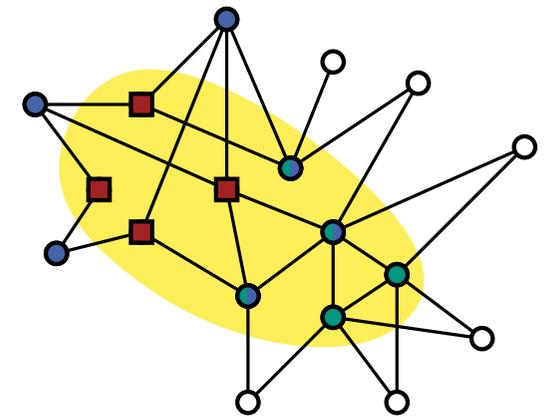
Idee

- rate eine Teilmenge $X \subseteq Z$; $Y = Z \setminus X$
- gibt es VC Z' mit $|Z'| \leq k$ und $Z' \cap Z = X$?

Fall 1: $G[Y]$ enthält Kante $\Rightarrow Z'$ existiert nicht

Fall 2: sonst gilt:

- Z' muss alle Nachbarn $N(Y)$ von Y enthalten
- $X \cup N(Y)$ ist ein VC
- es gibt das gewünschte VC $Z' \Leftrightarrow |X \cup N(Y)| \leq k$



Algorithmus

- wende obige Prozedur auf jede Teilmenge $X \subseteq Z$ an
- es gibt 2^{k+1} solche Teilmengen

Nachtrag: VERTEX COVER COMPRESSION

Problem: VERTEX COVER COMPRESSION

Gegeben sind ein Graph G , ein Parameter k und ein VC Z der Größe $k + 1$ in G . Gibt es ein VC der Größe k in G ?

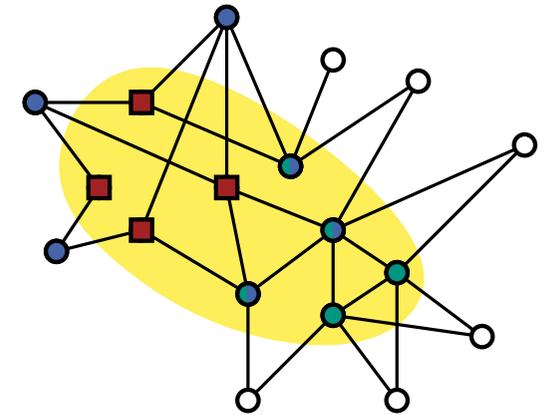
Idee

- wähle eine Teilmenge $X \subseteq Z$; $Y = Z \setminus X$
- gibt es VC Z' mit $|Z'| \leq k$ und $Z' \cap Z = X$?

Fall 1: $G[Y]$ enthält Kante $\Rightarrow Z'$ existiert nicht

Fall 2: sonst gilt:

- Z' muss alle Nachbarn $N(Y)$ von Y enthalten
- $X \cup N(Y)$ ist ein VC
- es gibt das gewünschte VC $Z' \Leftrightarrow |X \cup N(Y)| \leq k$



Algorithmus

- wende obige Prozedur auf jede Teilmenge $X \subseteq Z$ an
- es gibt 2^{k+1} solche Teilmengen
- Laufzeit $O(m)$ für jedes $X \Rightarrow$ insgesamt $O(2^{k+1}m)$

Nachtrag: Iterative Kompression

Problem: VERTEX COVER COMPRESSION

Gegeben sind ein Graph G , ein Parameter k und ein VC Z der Größe $k + 1$ in G . Gibt es ein VC der Größe k in G ?

Gerade gesehen: $O(2^k m)$ -Algorithmus für VERTEX COVER COMPRESSION

Nachtrag: Iterative Kompression

Problem: VERTEX COVER COMPRESSION

Gegeben sind ein Graph G , ein Parameter k und ein VC Z der Größe $k + 1$ in G . Gibt es ein VC der Größe k in G ?

Gerade gesehen: $O(2^k m)$ -Algorithmus für VERTEX COVER COMPRESSION

Algorithmus für VERTEX COVER

- iteriere über die Subgraphen G_i bestehend aus den Knoten v_1, \dots, v_i

Nachtrag: Iterative Kompression

Problem: VERTEX COVER COMPRESSION

Gegeben sind ein Graph G , ein Parameter k und ein VC Z der Größe $k + 1$ in G . Gibt es ein VC der Größe k in G ?

Gerade gesehen: $O(2^k m)$ -Algorithmus für VERTEX COVER COMPRESSION

Algorithmus für VERTEX COVER

- iteriere über die Subgraphen G_i bestehend aus den Knoten v_1, \dots, v_i
- Initialisierung: in G_k bilden alle Knoten ein VC der Größe k

Nachtrag: Iterative Kompression

Problem: VERTEX COVER COMPRESSION

Gegeben sind ein Graph G , ein Parameter k und ein VC Z der Größe $k + 1$ in G . Gibt es ein VC der Größe k in G ?

Gerade gesehen: $O(2^k m)$ -Algorithmus für VERTEX COVER COMPRESSION

Algorithmus für VERTEX COVER

- iteriere über die Subgraphen G_i bestehend aus den Knoten v_1, \dots, v_i
- Initialisierung: in G_k bilden alle Knoten ein VC der Größe k
- Annahme für $i > k$: für G_{i-1} kennen wir ein VC X_{i-1} der Größe k

Nachtrag: Iterative Kompression

Problem: VERTEX COVER COMPRESSION

Gegeben sind ein Graph G , ein Parameter k und ein VC Z der Größe $k + 1$ in G . Gibt es ein VC der Größe k in G ?

Gerade gesehen: $O(2^k m)$ -Algorithmus für VERTEX COVER COMPRESSION

Algorithmus für VERTEX COVER

- iteriere über die Subgraphen G_i bestehend aus den Knoten v_1, \dots, v_i
- Initialisierung: in G_k bilden alle Knoten ein VC der Größe k
- Annahme für $i > k$: für G_{i-1} kennen wir ein VC X_{i-1} der Größe k
- $\Rightarrow X_{i-1} \cup \{v_i\}$ ist ein VC der Größe $k + 1$ in G_i

Nachtrag: Iterative Kompression

Problem: VERTEX COVER COMPRESSION

Gegeben sind ein Graph G , ein Parameter k und ein VC Z der Größe $k + 1$ in G . Gibt es ein VC der Größe k in G ?

Gerade gesehen: $O(2^k m)$ -Algorithmus für VERTEX COVER COMPRESSION

Algorithmus für VERTEX COVER

- iteriere über die Subgraphen G_i bestehend aus den Knoten v_1, \dots, v_i
- Initialisierung: in G_k bilden alle Knoten ein VC der Größe k
- Annahme für $i > k$: für G_{i-1} kennen wir ein VC X_{i-1} der Größe k
- $\Rightarrow X_{i-1} \cup \{v_i\}$ ist ein VC der Größe $k + 1$ in G_i
- verwende Algo für VERTEX COVER COMPRESSION:
 - **Fall 1:** G_i hat ein VC der Größe $k \Rightarrow$ weiter mit G_{i+1}
 - **Fall 2:** G_i hat kein VC der Größe $k \Rightarrow G$ hat kein VC der Größe $k \Rightarrow$ Abbruch

Nachtrag: Iterative Kompression

Problem: VERTEX COVER COMPRESSION

Gegeben sind ein Graph G , ein Parameter k und ein VC Z der Größe $k + 1$ in G . Gibt es ein VC der Größe k in G ?

Gerade gesehen: $O(2^k m)$ -Algorithmus für VERTEX COVER COMPRESSION

Algorithmus für VERTEX COVER

- iteriere über die Subgraphen G_i bestehend aus den Knoten v_1, \dots, v_i
- Initialisierung: in G_k bilden alle Knoten ein VC der Größe k
- Annahme für $i > k$: für G_{i-1} kennen wir ein VC X_{i-1} der Größe k
- $\Rightarrow X_{i-1} \cup \{v_i\}$ ist ein VC der Größe $k + 1$ in G_i
- verwende Algo für VERTEX COVER COMPRESSION:
 - **Fall 1:** G_i hat ein VC der Größe $k \Rightarrow$ weiter mit G_{i+1}
 - **Fall 2:** G_i hat kein VC der Größe $k \Rightarrow G$ hat kein VC der Größe $k \Rightarrow$ Abbruch

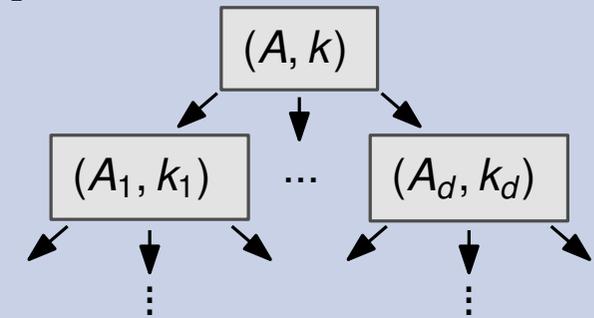
\Rightarrow Algo für VERTEX COVER mit Laufzeit $O(2^k nm)$

Nachtrag: Grundlegende Techniken

Beschränkter Suchbaum

(Bounded Search Tree)

- für eine Instanz (A, k) bilde, in Zeit n^c , $(A_1, k_1), \dots, (A_d, k_d)$, sodass:
 (A, k) ist lösbar $\Leftrightarrow (A_i, k_i)$ ist lösbar für ein $i \in [1, d]$
- beschränke d durch eine Funktion $f_1(k)$
- beschränke Verzweigungstiefe durch $f_2(k)$
 (Beispiel: Parameter wird in jedem Schritt kleiner)
- \Rightarrow FPT-Algo mit Laufzeit $O(f_1(k)^{f_2(k)} n^c)$



Kernbildung

(Kernelization)

- wende sukzessive sichere Reduktionsregeln an
- zeige: übrig bleibt ein Kern, dessen Größe nur von k abhängt

Iterative Kompression

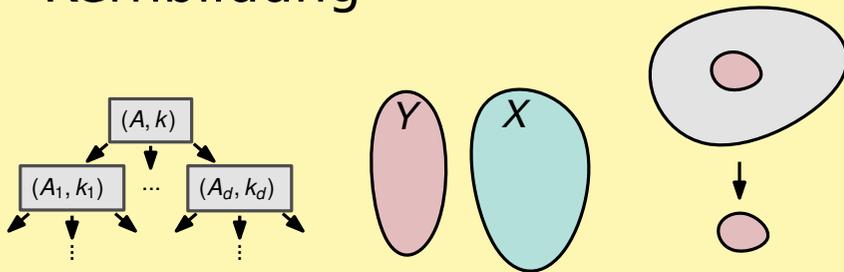
(Iterative Compression)

- Kompressionsalgo: löst das Problem unter der Annahme eine etwas zu große Lösung zu kennen
- vergrößere Instanz schrittweise und halte initiale Lösung durch wiederholte Kompression klein

Inhalt

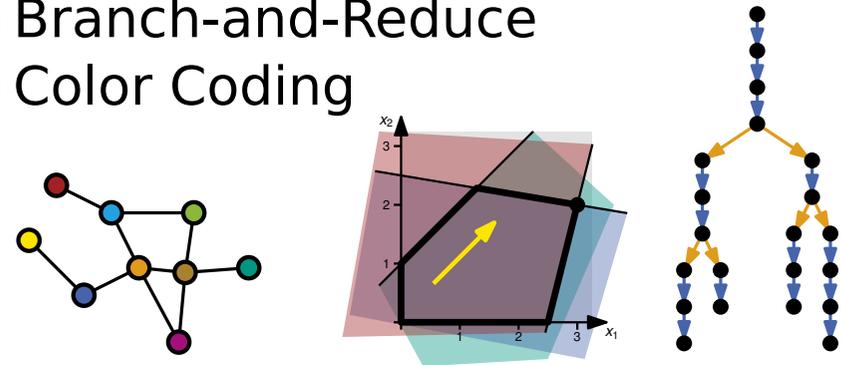
Basic Toolbox

- beschränkte Suchbäume
- iterative Kompression
- Kernbildung



Erweiterte Toolbox

- lineare Programme
- Branch-and-Reduce
- Color Coding



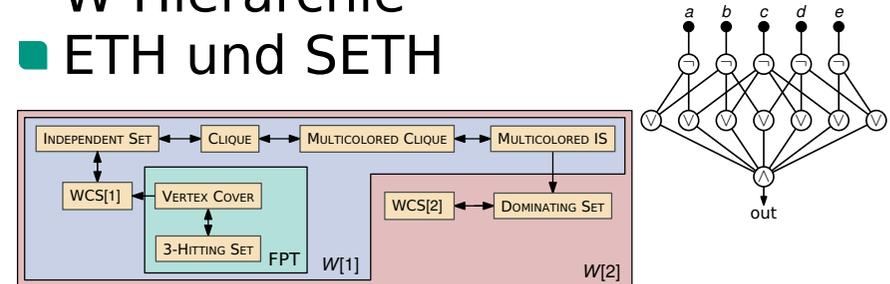
Baumweite

- dynamische Programme
- chordale & planare Graphen
- Courcelles Theorem



Untere Schranken

- parametrisierte Reduktionen
- boolesche Schaltkreise und die W-Hierarchie
- ETH und SETH



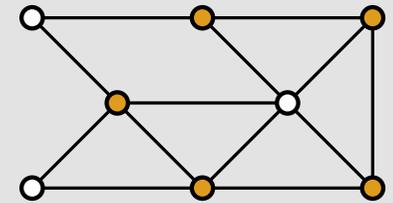
Wiederholung: Beschränkter Suchbaum

Problem: VERTEX COVER

Gegeben sind ein Graph $G = (V, E)$ und ein Parameter k .

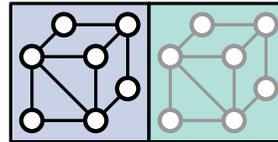
Gibt es ein Vertex Cover der Größe k ?

(Knotenmenge $V' \subseteq V$ mit $e \cap V' \neq \emptyset$ für alle $e \in E$)



noch zu überdeckender Teilgraph

gewählte Knoten & überdeckte Kanten



Gibt es ein Vertex Cover mit maximal $k = 3$ Knoten?

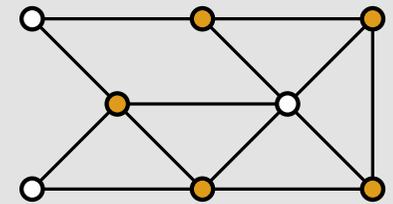
Wiederholung: Beschränkter Suchbaum

Problem: VERTEX COVER

Gegeben sind ein Graph $G = (V, E)$ und ein Parameter k .

Gibt es ein Vertex Cover der Größe k ?

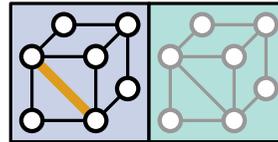
(Knotenmenge $V' \subseteq V$ mit $e \cap V' \neq \emptyset$ für alle $e \in E$)



noch zu überdeckender Teilgraph

gewählte Knoten & überdeckte Kanten

Jede Kante muss noch überdeckt werden \rightarrow wähle eine beliebige

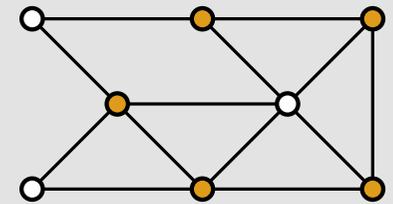


Gibt es ein Vertex Cover mit maximal $k = 3$ Knoten?

Wiederholung: Beschränkter Suchbaum

Problem: VERTEX COVER

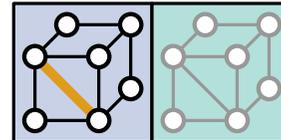
Gegeben sind ein Graph $G = (V, E)$ und ein Parameter k .
 Gibt es ein Vertex Cover der Größe k ?
 (Knotenmenge $V' \subseteq V$ mit $e \cap V' \neq \emptyset$ für alle $e \in E$)



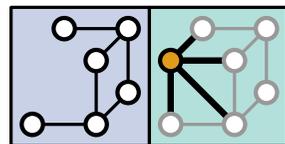
noch zu überdeckender Teilgraph

gewählte Knoten & überdeckte Kanten

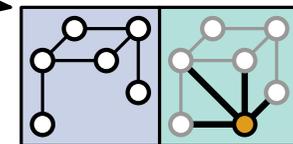
Jede Kante muss noch überdeckt werden \rightarrow wähle eine beliebige



Gibt es ein Vertex Cover mit maximal $k = 3$ Knoten?



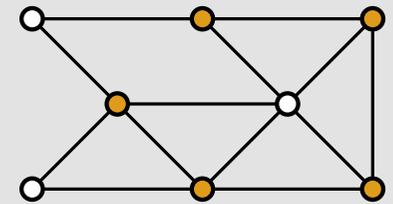
für Kante $\{u, v\}$ muss u oder v enthalten sein
 \rightarrow binäre Entscheidung



Wiederholung: Beschränkter Suchbaum

Problem: VERTEX COVER

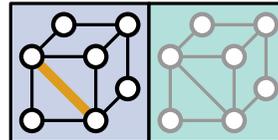
Gegeben sind ein Graph $G = (V, E)$ und ein Parameter k .
 Gibt es ein Vertex Cover der Größe k ?
 (Knotenmenge $V' \subseteq V$ mit $e \cap V' \neq \emptyset$ für alle $e \in E$)



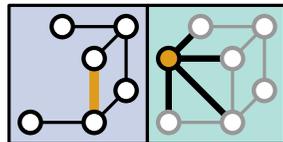
noch zu überdeckender Teilgraph

gewählte Knoten & überdeckte Kanten

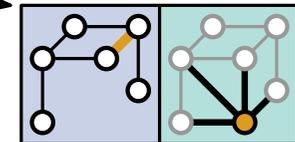
Jede Kante muss noch überdeckt werden \rightarrow wähle eine beliebige



Gibt es ein Vertex Cover mit maximal $k = 3$ Knoten?



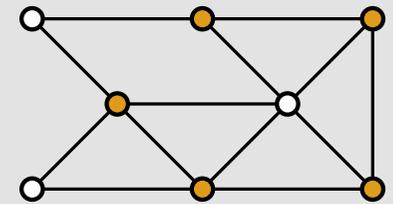
für Kante $\{u, v\}$ muss u oder v enthalten sein
 \rightarrow binäre Entscheidung



Wiederholung: Beschränkter Suchbaum

Problem: VERTEX COVER

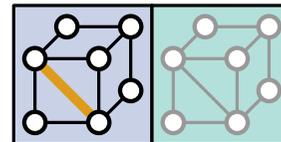
Gegeben sind ein Graph $G = (V, E)$ und ein Parameter k .
 Gibt es ein Vertex Cover der Größe k ?
 (Knotenmenge $V' \subseteq V$ mit $e \cap V' \neq \emptyset$ für alle $e \in E$)



noch zu überdeckender Teilgraph

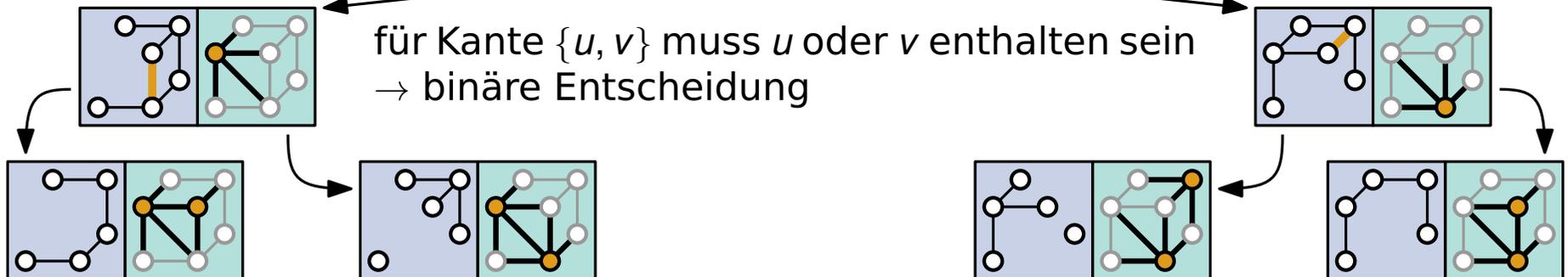
gewählte Knoten & überdeckte Kanten

Jede Kante muss noch überdeckt werden \rightarrow wähle eine beliebige



Gibt es ein Vertex Cover mit maximal $k = 3$ Knoten?

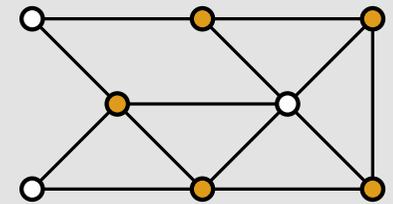
für Kante $\{u, v\}$ muss u oder v enthalten sein \rightarrow binäre Entscheidung



Wiederholung: Beschränkter Suchbaum

Problem: VERTEX COVER

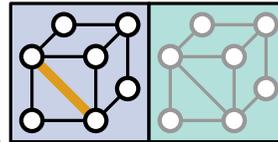
Gegeben sind ein Graph $G = (V, E)$ und ein Parameter k .
 Gibt es ein Vertex Cover der Größe k ?
 (Knotenmenge $V' \subseteq V$ mit $e \cap V' \neq \emptyset$ für alle $e \in E$)



noch zu überdeckender Teilgraph

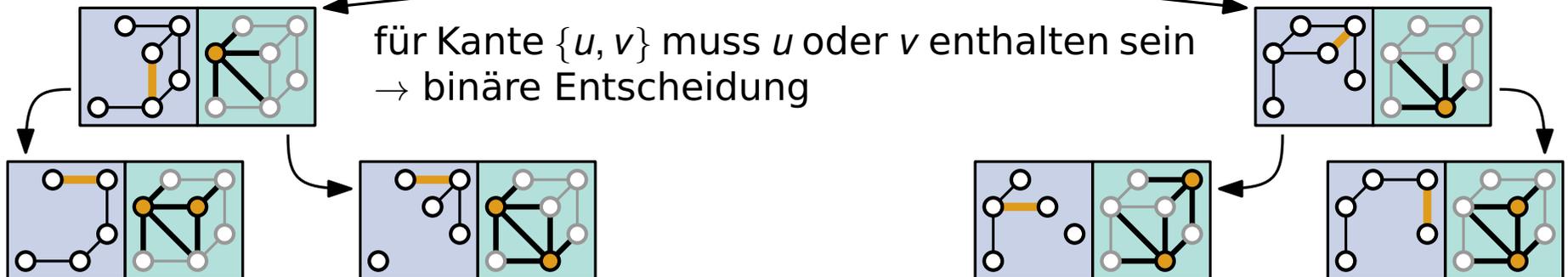
gewählte Knoten & überdeckte Kanten

Jede Kante muss noch überdeckt werden \rightarrow wähle eine beliebige



Gibt es ein Vertex Cover mit maximal $k = 3$ Knoten?

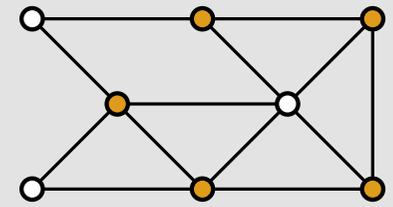
für Kante $\{u, v\}$ muss u oder v enthalten sein \rightarrow binäre Entscheidung



Wiederholung: Beschränkter Suchbaum

Problem: VERTEX COVER

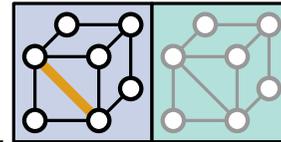
Gegeben sind ein Graph $G = (V, E)$ und ein Parameter k .
 Gibt es ein Vertex Cover der Größe k ?
 (Knotenmenge $V' \subseteq V$ mit $e \cap V' \neq \emptyset$ für alle $e \in E$)



noch zu überdeckender Teilgraph

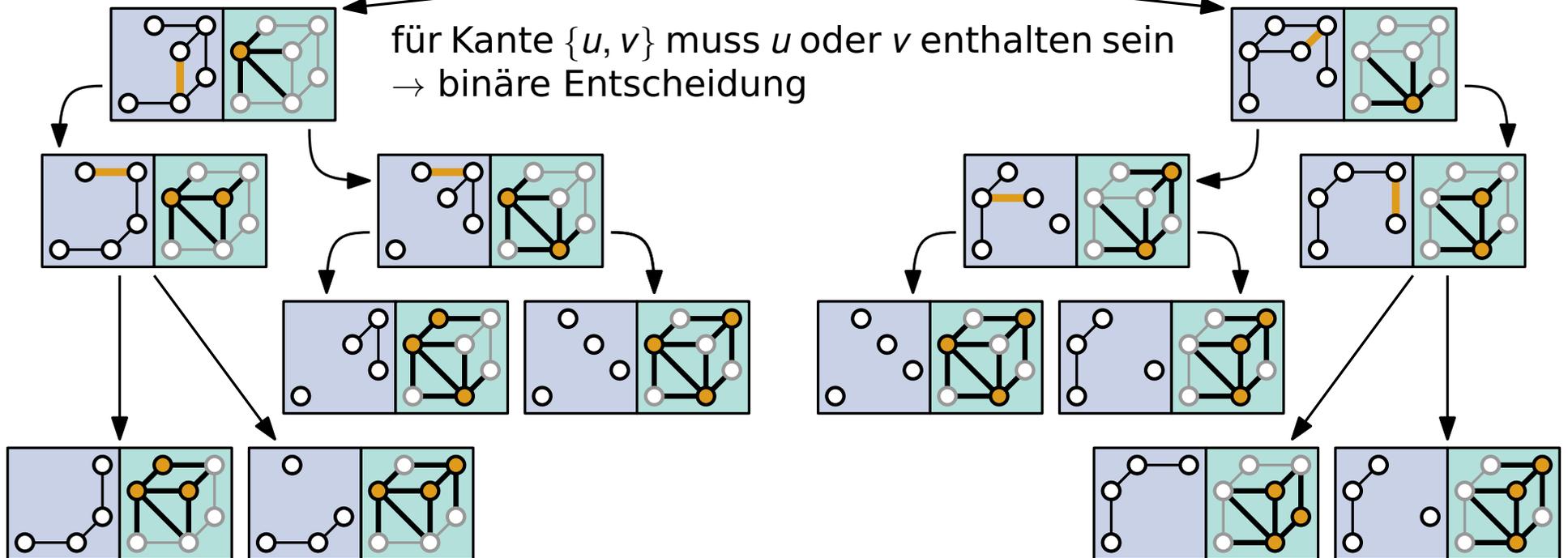
gewählte Knoten & überdeckte Kanten

Jede Kante muss noch überdeckt werden \rightarrow wähle eine beliebige



Gibt es ein Vertex Cover mit maximal $k = 3$ Knoten?

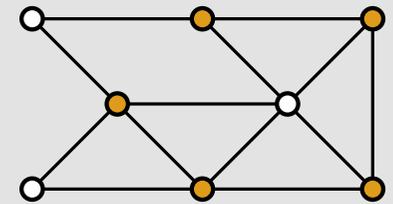
für Kante $\{u, v\}$ muss u oder v enthalten sein \rightarrow binäre Entscheidung



Wiederholung: Beschränkter Suchbaum

Problem: VERTEX COVER

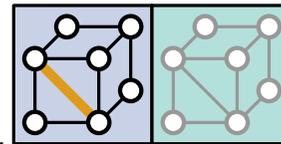
Gegeben sind ein Graph $G = (V, E)$ und ein Parameter k .
 Gibt es ein Vertex Cover der Größe k ?
 (Knotenmenge $V' \subseteq V$ mit $e \cap V' \neq \emptyset$ für alle $e \in E$)



noch zu überdeckender Teilgraph

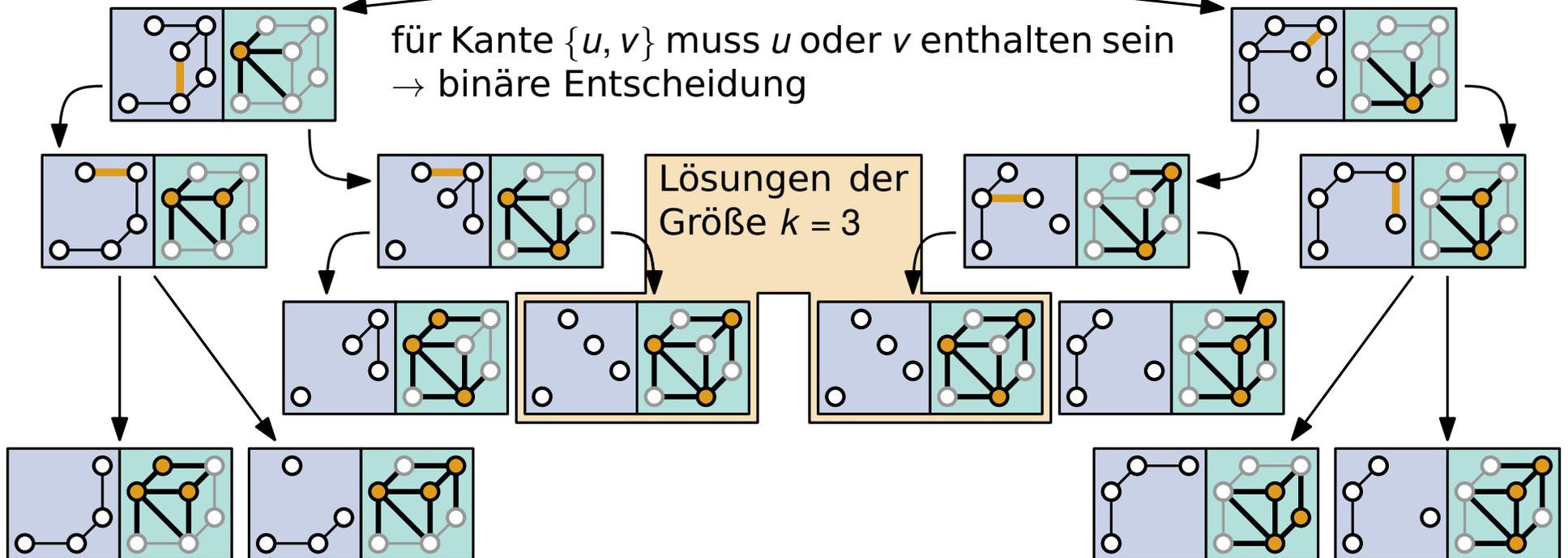
gewählte Knoten & überdeckte Kanten

Jede Kante muss noch überdeckt werden \rightarrow wähle eine beliebige



Gibt es ein Vertex Cover mit maximal $k = 3$ Knoten?

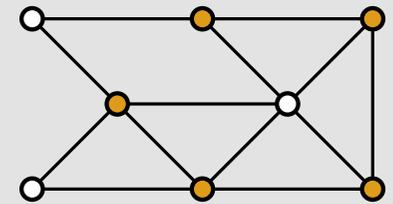
für Kante $\{u, v\}$ muss u oder v enthalten sein \rightarrow binäre Entscheidung



Wiederholung: Beschränkter Suchbaum

Problem: VERTEX COVER

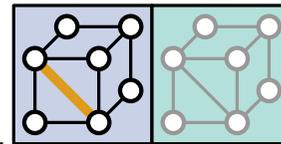
Gegeben sind ein Graph $G = (V, E)$ und ein Parameter k .
 Gibt es ein Vertex Cover der Größe k ?
 (Knotenmenge $V' \subseteq V$ mit $e \cap V' \neq \emptyset$ für alle $e \in E$)



noch zu überdeckender Teilgraph

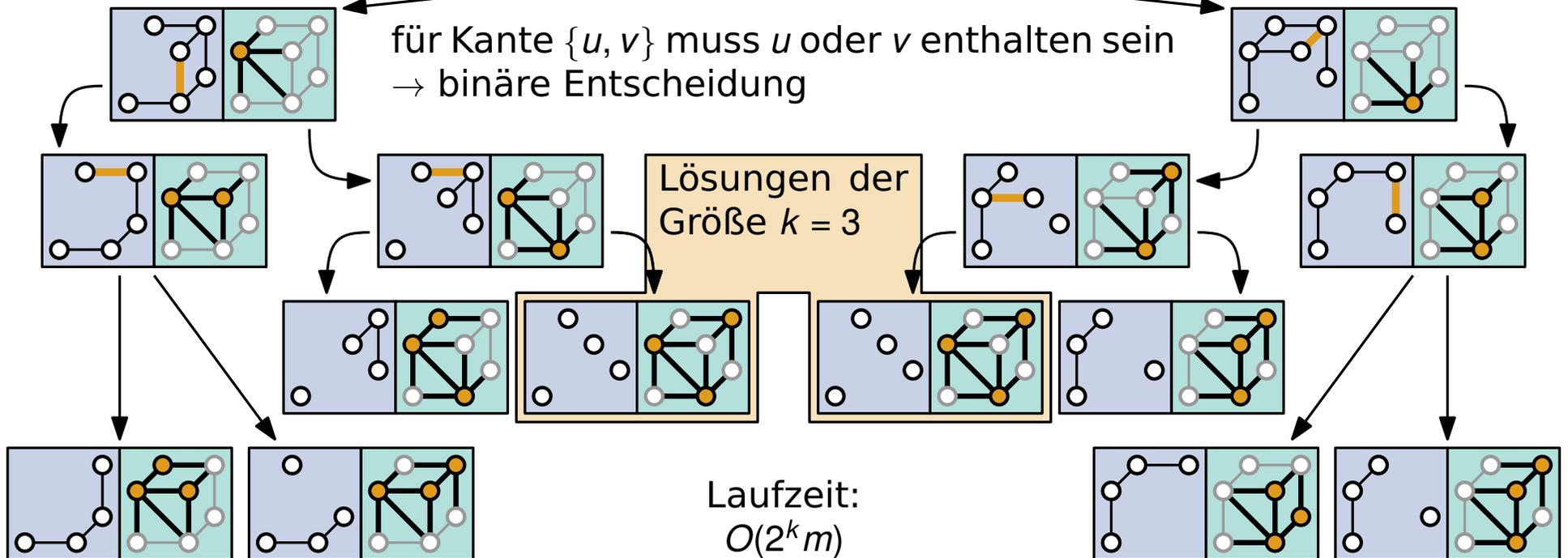
gewählte Knoten & überdeckte Kanten

Jede Kante muss noch überdeckt werden \rightarrow wähle eine beliebige



Gibt es ein Vertex Cover mit maximal $k = 3$ Knoten?

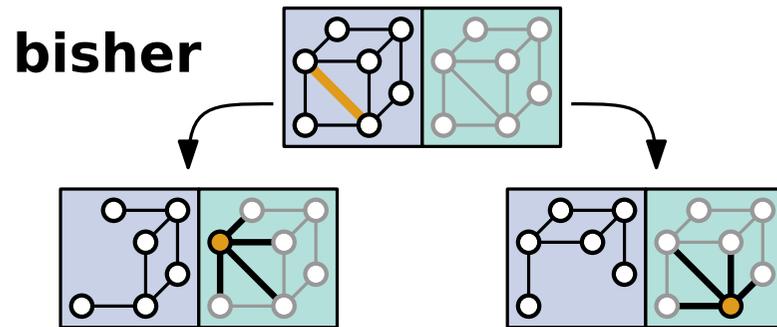
für Kante $\{u, v\}$ muss u oder v enthalten sein \rightarrow binäre Entscheidung



Wiederholung: Beschränkterer Suchbaum

Geht es schneller?

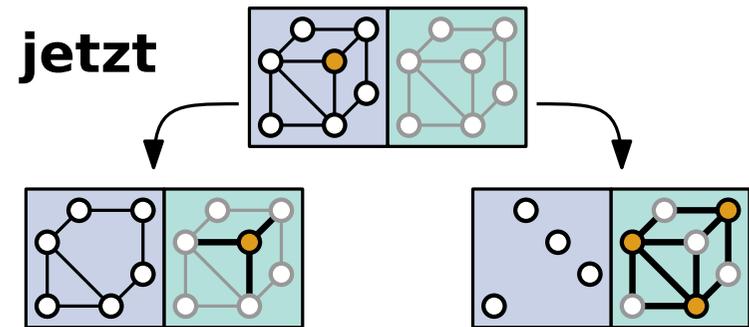
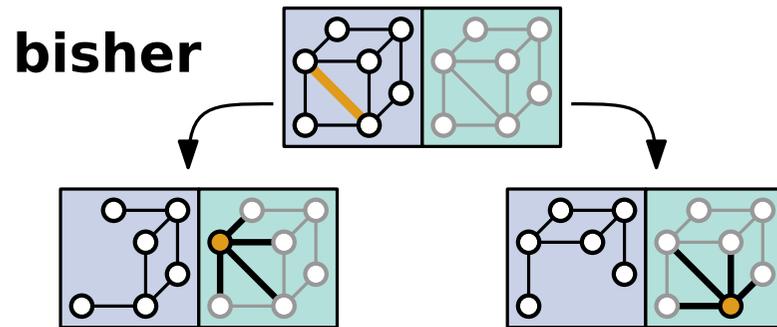
- Ziel: reduziere die Größe des Suchbaums (bisher: 2^k Blätter)
- Verzweigungsregel bisher: für Kante $\{u, v\}$ wähle entweder u oder v



Wiederholung: Beschränkterer Suchbaum

Geht es schneller?

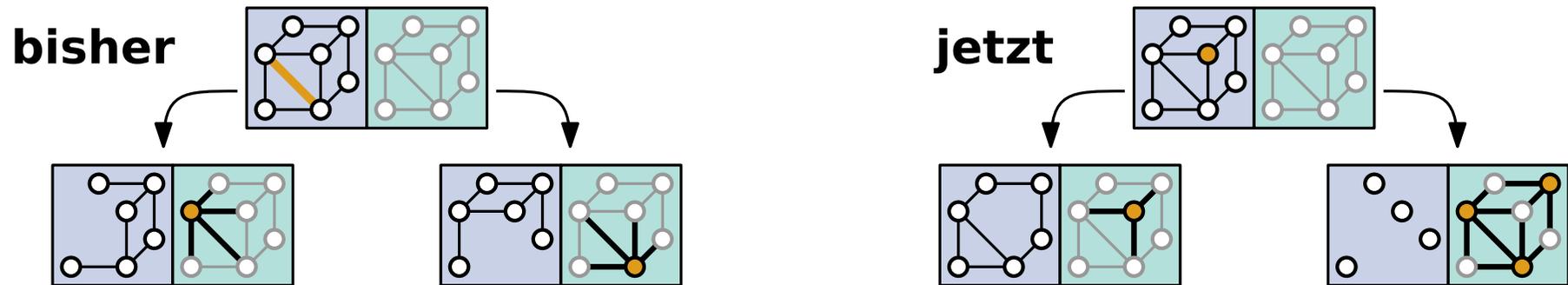
- Ziel: reduziere die Größe des Suchbaums (bisher: 2^k Blätter)
- Verzweigungsregel bisher: für Kante $\{u, v\}$ wähle entweder u oder v
- neue Verzweigungsregel: für Knoten v wähle entweder v oder $N(v)$



Wiederholung: Beschränkterer Suchbaum

Geht es schneller?

- Ziel: reduziere die Größe des Suchbaums (bisher: 2^k Blätter)
- Verzweigungsregel bisher: für Kante $\{u, v\}$ wähle entweder u oder v
- neue Verzweigungsregel: für Knoten v wähle entweder v oder $N(v)$

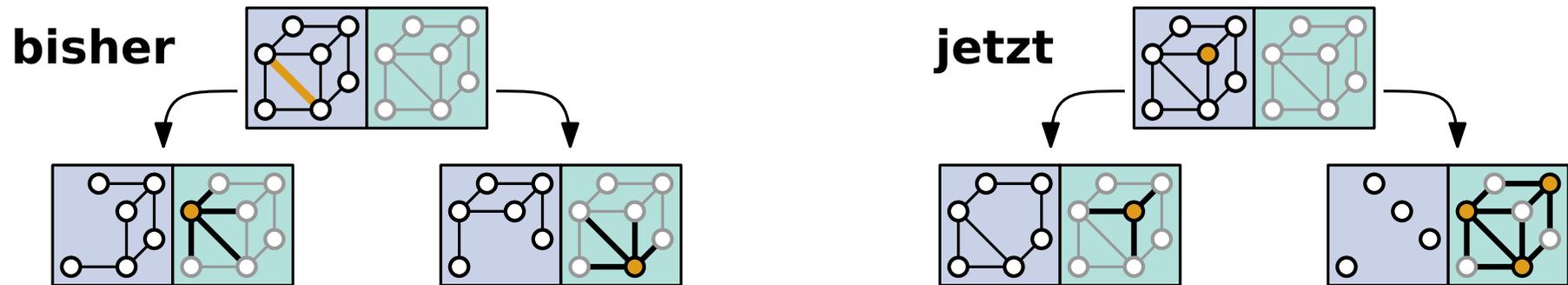


Wie viele Blätter hat der resultierende Baum abhängig von k ?

Wiederholung: Beschränkterer Suchbaum

Geht es schneller?

- Ziel: reduziere die Größe des Suchbaums (bisher: 2^k Blätter)
- Verzweigungsregel bisher: für Kante $\{u, v\}$ wähle entweder u oder v
- neue Verzweigungsregel: für Knoten v wähle entweder v oder $N(v)$



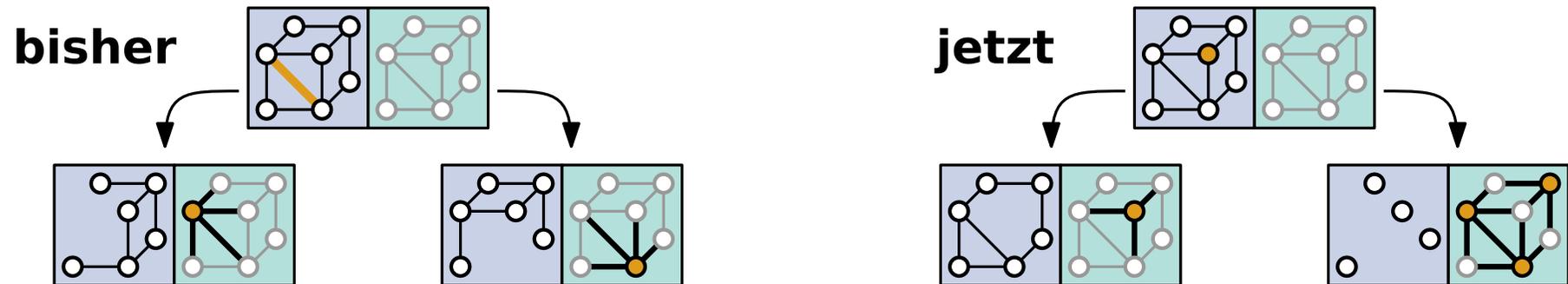
Wie viele Blätter hat der resultierende Baum abhängig von k ?

- wähle für v immer einen Knoten mit $\text{Grad} \geq 2$

Wiederholung: Beschränkterer Suchbaum

Geht es schneller?

- Ziel: reduziere die Größe des Suchbaums (bisher: 2^k Blätter)
- Verzweigungsregel bisher: für Kante $\{u, v\}$ wähle entweder u oder v
- neue Verzweigungsregel: für Knoten v wähle entweder v oder $N(v)$



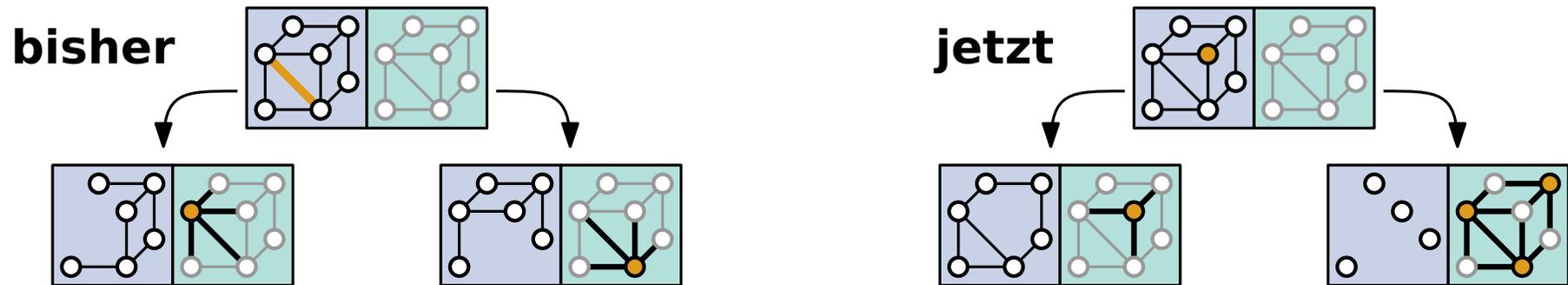
Wie viele Blätter hat der resultierende Baum abhängig von k ?

- wähle für v immer einen Knoten mit $\text{Grad} \geq 2$
- obere Schranke für #Blätter:
$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

Wiederholung: Beschränkterer Suchbaum

Geht es schneller?

- Ziel: reduziere die Größe des Suchbaums (bisher: 2^k Blätter)
- Verzweigungsregel bisher: für Kante $\{u, v\}$ wähle entweder u oder v
- neue Verzweigungsregel: für Knoten v wähle entweder v oder $N(v)$



Wie viele Blätter hat der resultierende Baum abhängig von k ?

- wähle für v immer einen Knoten mit $\text{Grad} \geq 2$

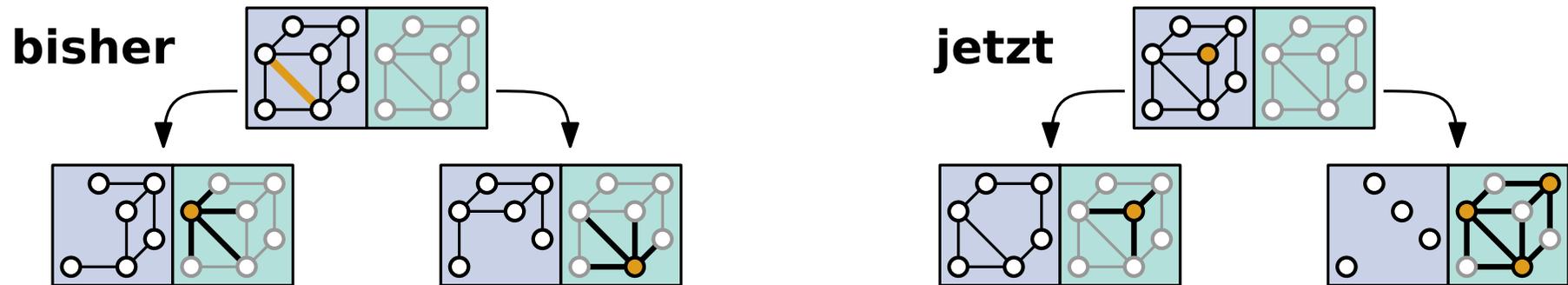
- obere Schranke für #Blätter:
$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

- wir erhalten: $T(k) \leq 1,6181^k$

Wiederholung: Beschränkterer Suchbaum

Geht es schneller?

- Ziel: reduziere die Größe des Suchbaums (bisher: 2^k Blätter)
- Verzweigungsregel bisher: für Kante $\{u, v\}$ wähle entweder u oder v
- neue Verzweigungsregel: für Knoten v wähle entweder v oder $N(v)$



Wie viele Blätter hat der resultierende Baum abhängig von k ?

- wähle für v immer einen Knoten mit $\text{Grad} \geq 2$
- obere Schranke für #Blätter:
$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$
- wir erhalten: $T(k) \leq 1,6181^k$
- Wie kommt man auf 1,6181? Geht es besser? \longrightarrow ~~nächste Vorlesung~~ ^{heute}

Verzweigungsvektoren

Allgemeine Verzweigung

- für Instanz (G, k) erzeuge ℓ Kind-Instanzen $(G_1, k_1), \dots, (G_\ell, k_\ell)$
- (G, k) lösbar \Leftrightarrow mindestens eine der Instanzen (G_i, k_i) lösbar

Verzweigungsvektoren

Allgemeine Verzweigung

- für Instanz (G, k) erzeuge ℓ Kind-Instanzen $(G_1, k_1), \dots, (G_\ell, k_\ell)$
- (G, k) lösbar \Leftrightarrow mindestens eine der Instanzen (G_i, k_i) lösbar
- sei $d_i = k - k_i$ (Parameter wird in Kind-Instanz G_i um d_i kleiner)

Verzweigungsvektoren

Allgemeine Verzweigung

- für Instanz (G, k) erzeuge ℓ Kind-Instanzen $(G_1, k_1), \dots, (G_\ell, k_\ell)$
- (G, k) lösbar \Leftrightarrow mindestens eine der Instanzen (G_i, k_i) lösbar
- sei $d_i = k - k_i$ (Parameter wird in Kind-Instanz G_i um d_i kleiner)
- Verzweigungsvektor: (d_1, \dots, d_ℓ)

Verzweigungsvektoren

Allgemeine Verzweigung

- für Instanz (G, k) erzeuge ℓ Kind-Instanzen $(G_1, k_1), \dots, (G_\ell, k_\ell)$
- (G, k) lösbar \Leftrightarrow mindestens eine der Instanzen (G_i, k_i) lösbar
- sei $d_i = k - k_i$ (Parameter wird in Kind-Instanz G_i um d_i kleiner)
- Verzweigungsvektor: (d_1, \dots, d_ℓ)

Bisher gesehen

- Verzweigungsvektor $(1, 1) \Rightarrow$ Baumgröße 2^k
- Verzweigungsvektor $(1, 2) \Rightarrow$ Baumgröße $1,6181^k$

Verzweigungsvektoren

Allgemeine Verzweigung

- für Instanz (G, k) erzeuge ℓ Kind-Instanzen $(G_1, k_1), \dots, (G_\ell, k_\ell)$
- (G, k) lösbar \Leftrightarrow mindestens eine der Instanzen (G_i, k_i) lösbar
- sei $d_i = k - k_i$ (Parameter wird in Kind-Instanz G_i um d_i kleiner)
- Verzweigungsvektor: (d_1, \dots, d_ℓ)

Bisher gesehen

- Verzweigungsvektor $(1, 1) \Rightarrow$ Baumgröße 2^k
- Verzweigungsvektor $(1, 2) \Rightarrow$ Baumgröße $1,6181^k$

Wie beweist man die Baumgröße?

Verzweigungsvektoren

Allgemeine Verzweigung

- für Instanz (G, k) erzeuge ℓ Kind-Instanzen $(G_1, k_1), \dots, (G_\ell, k_\ell)$
- (G, k) lösbar \Leftrightarrow mindestens eine der Instanzen (G_i, k_i) lösbar
- sei $d_i = k - k_i$ (Parameter wird in Kind-Instanz G_i um d_i kleiner)
- Verzweigungsvektor: (d_1, \dots, d_ℓ)

Bisher gesehen

- Verzweigungsvektor $(1, 1) \Rightarrow$ Baumgröße 2^k
- Verzweigungsvektor $(1, 2) \Rightarrow$ Baumgröße $1,6181^k$

Wie beweist man die Baumgröße?

- rate Basis λ
- zeige $T(k) \leq c \cdot \lambda^k$ mittels Induktion (gleich mehr)

Verzweigungsvektoren

Allgemeine Verzweigung

- für Instanz (G, k) erzeuge ℓ Kind-Instanzen $(G_1, k_1), \dots, (G_\ell, k_\ell)$
- (G, k) lösbar \Leftrightarrow mindestens eine der Instanzen (G_i, k_i) lösbar
- sei $d_i = k - k_i$ (Parameter wird in Kind-Instanz G_i um d_i kleiner)
- Verzweigungsvektor: (d_1, \dots, d_ℓ)

Bisher gesehen

- Verzweigungsvektor $(1, 1) \Rightarrow$ Baumgröße 2^k
- Verzweigungsvektor $(1, 2) \Rightarrow$ Baumgröße $1,6181^k$

Wie beweist man die Baumgröße?

- rate Basis λ
- zeige $T(k) \leq c \cdot \lambda^k$ mittels Induktion (gleich mehr)

Wie rät man die Basis?

- finde Nullstelle eines Polynoms (gleich mehr)
- WolframAlpha hilft beim Lösen

Baumgröße

Beispiel: Verzweigungsvektor (1, 2)

- Rekurrenz:

$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

- Behauptung: $T(k) \leq 1,6181^k$

Beweis

Baumgröße

Beispiel: Verzweigungsvektor (1, 2)

- Rekurrenz:

$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

- Behauptung: $T(k) \leq 1,6181^k$

Beweis

- I.A.: $k < 2 \Rightarrow T(k) = 1 \leq 1,6181^k$

Baumgröße

Beispiel: Verzweigungsvektor (1, 2)

- Rekurrenz:
$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$
- Behauptung: $T(k) \leq 1,6181^k$

Beweis

- I.A.: $k < 2 \Rightarrow T(k) = 1 \leq 1,6181^k$
- I.S.: $T(k) = T(k-1) + T(k-2)$

Baumgröße

Beispiel: Verzweigungsvektor (1, 2)

- Rekurrenz:
$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$
- Behauptung: $T(k) \leq 1,6181^k$

Beweis

- I.A.: $k < 2 \Rightarrow T(k) = 1 \leq 1,6181^k$
- I.S.:
$$\begin{aligned} T(k) &= T(k-1) + T(k-2) \\ &\leq 1,6181^{k-1} + 1,6181^{k-2} \end{aligned}$$

Baumgröße

Beispiel: Verzweigungsvektor (1, 2)

- Rekurrenz:
$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$
- Behauptung: $T(k) \leq 1,6181^k$

Beweis

- I.A.: $k < 2 \Rightarrow T(k) = 1 \leq 1,6181^k$
- I.S.:
$$\begin{aligned} T(k) &= T(k-1) + T(k-2) \\ &\leq 1,6181^{k-1} + 1,6181^{k-2} \\ &= 1,6181^{k-2} \cdot (1,6181 + 1) \end{aligned}$$

Baumgröße

Beispiel: Verzweigungsvektor (1, 2)

- Rekurrenz:
$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$
- Behauptung: $T(k) \leq 1,6181^k$

Beweis

- I.A.: $k < 2 \Rightarrow T(k) = 1 \leq 1,6181^k$
- I.S.:
$$\begin{aligned} T(k) &= T(k-1) + T(k-2) \\ &\leq 1,6181^{k-1} + 1,6181^{k-2} \\ &= 1,6181^{k-2} \cdot \underbrace{(1,6181 + 1)}_{\leq 1,6181^2 \approx 2,6182} \end{aligned}$$

Baumgröße

Beispiel: Verzweigungsvektor (1, 2)

- Rekurrenz:
$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$
- Behauptung: $T(k) \leq 1,6181^k$

Beweis

- I.A.: $k < 2 \Rightarrow T(k) = 1 \leq 1,6181^k$
- I.S.:
$$\begin{aligned} T(k) &= T(k-1) + T(k-2) \\ &\leq 1,6181^{k-1} + 1,6181^{k-2} \\ &= 1,6181^{k-2} \cdot \underbrace{(1,6181 + 1)}_{\leq 1,6181^2 \approx 2,6182} \leq 1,6181^k \end{aligned}$$

Basis raten

Beispiel: Verzweigungsvektor (1, 2)

- Rekurrenz:

$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

- finde möglichst kleines $\lambda > 0$, sodass: $T(k) \leq c \cdot \lambda^k$

Basis raten

Beispiel: Verzweigungsvektor (1, 2)

- Rekurrenz:

$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

- finde möglichst kleines $\lambda > 0$, sodass: $T(k) \leq c \cdot \lambda^k$
- wähle λ , sodass: $c \cdot \lambda^k \geq c \cdot \lambda^{k-1} + c \cdot \lambda^{k-2}$

Basis raten

Beispiel: Verzweigungsvektor (1, 2)

- Rekurrenz:

$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

- finde möglichst kleines $\lambda > 0$, sodass: $T(k) \leq c \cdot \lambda^k$
- wähle λ , sodass: $c \cdot \lambda^k \geq c \cdot \lambda^{k-1} + c \cdot \lambda^{k-2}$
(dann gilt: $T(k) = T(k-1) + T(k-2) \leq c \cdot \lambda^{k-1} + c \cdot \lambda^{k-2} \leq c \cdot \lambda^k$)

Basis raten

Beispiel: Verzweigungsvektor (1, 2)

- Rekurrenz:
$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$
- finde möglichst kleines $\lambda > 0$, sodass: $T(k) \leq c \cdot \lambda^k$
- wähle λ , sodass: $c \cdot \lambda^k \geq c \cdot \lambda^{k-1} + c \cdot \lambda^{k-2}$
(dann gilt: $T(k) = T(k-1) + T(k-2) \leq c \cdot \lambda^{k-1} + c \cdot \lambda^{k-2} \leq c \cdot \lambda^k$)
- löse: $\lambda^2 - \lambda - 1 = 0$

Basis raten

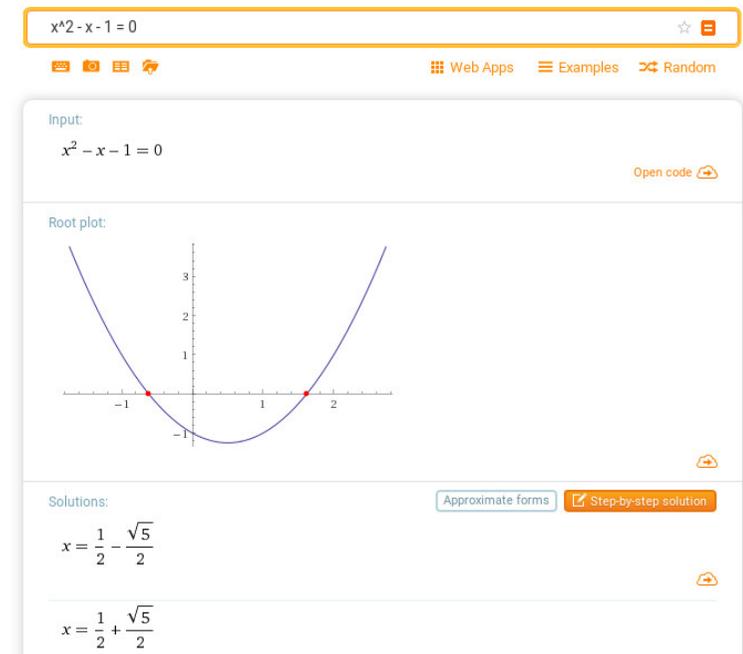
Beispiel: Verzweigungsvektor (1, 2)

- Rekurrenz:

$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

- finde möglichst kleines $\lambda > 0$, sodass: $T(k) \leq c \cdot \lambda^k$
- wähle λ , sodass: $c \cdot \lambda^k \geq c \cdot \lambda^{k-1} + c \cdot \lambda^{k-2}$
(dann gilt: $T(k) = T(k-1) + T(k-2) \leq c \cdot \lambda^{k-1} + c \cdot \lambda^{k-2} \leq c \cdot \lambda^k$)
- löse: $\lambda^2 - \lambda - 1 = 0$
- „geratene“ Lösung: $\lambda = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \leq 1,6181$

 **WolframAlpha** computational knowledge engine.



Basis raten

Beispiel: Verzweigungsvektor (1, 2)

- Rekurrenz:

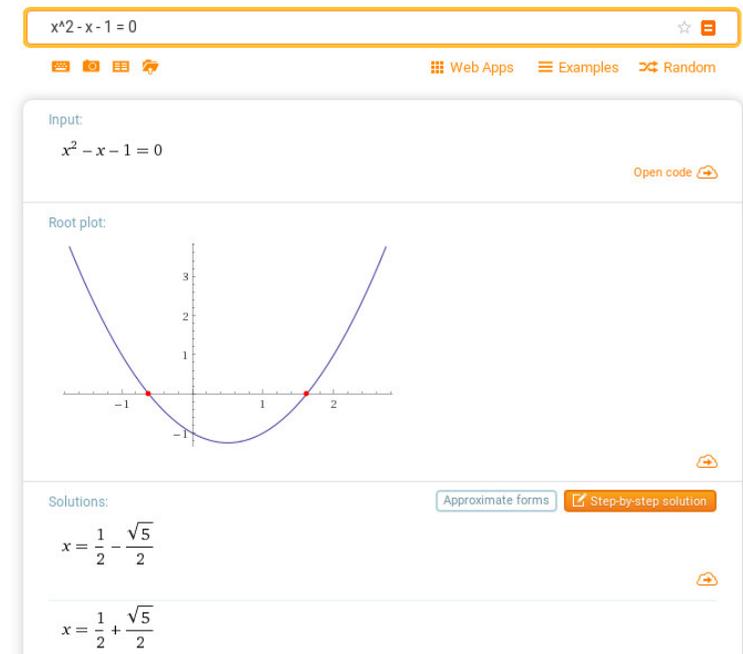
$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

- finde möglichst kleines $\lambda > 0$, sodass: $T(k) \leq c \cdot \lambda^k$
- wähle λ , sodass: $c \cdot \lambda^k \geq c \cdot \lambda^{k-1} + c \cdot \lambda^{k-2}$
(dann gilt: $T(k) = T(k-1) + T(k-2) \leq c \cdot \lambda^{k-1} + c \cdot \lambda^{k-2} \leq c \cdot \lambda^k$)
- löse: $\lambda^2 - \lambda - 1 = 0$
- „geratene“ Lösung: $\lambda = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \leq 1,6181$

Allgemein

- Verzweigungsvektor: (d_1, \dots, d_ℓ)
- $d = \text{Maximum der } d_i$

 **WolframAlpha** computational knowledge engine.



Basis raten

Beispiel: Verzweigungsvektor (1, 2)

- Rekurrenz:

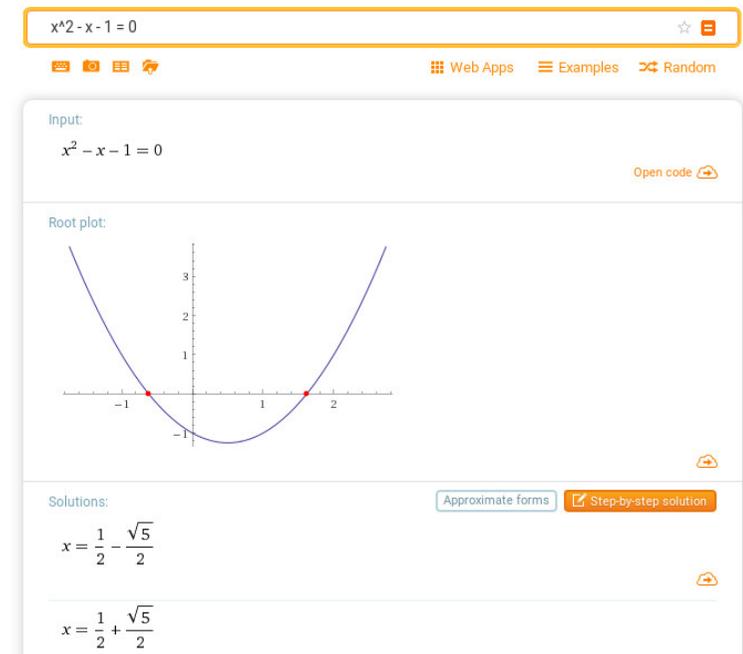
$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

- finde möglichst kleines $\lambda > 0$, sodass: $T(k) \leq c \cdot \lambda^k$
- wähle λ , sodass: $c \cdot \lambda^k \geq c \cdot \lambda^{k-1} + c \cdot \lambda^{k-2}$
(dann gilt: $T(k) = T(k-1) + T(k-2) \leq c \cdot \lambda^{k-1} + c \cdot \lambda^{k-2} \leq c \cdot \lambda^k$)
- löse: $\lambda^2 - \lambda - 1 = 0$
- „geratene“ Lösung: $\lambda = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \leq 1,6181$

Allgemein

- Verzweigungsvektor: (d_1, \dots, d_ℓ)
- $d = \text{Maximum der } d_i$
- löse: $0 = \lambda^d - \lambda^{d-d_1} - \dots - \lambda^{d-d_\ell}$

 **WolframAlpha** computational knowledge engine.



Basis raten

Beispiel: Verzweigungsvektor (1, 2)

- Rekurrenz:

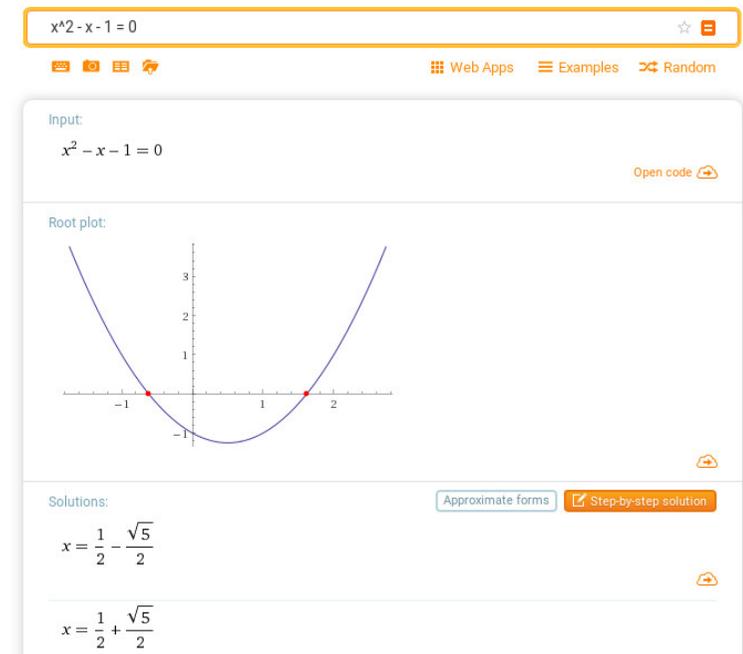
$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

- finde möglichst kleines $\lambda > 0$, sodass: $T(k) \leq c \cdot \lambda^k$
- wähle λ , sodass: $c \cdot \lambda^k \geq c \cdot \lambda^{k-1} + c \cdot \lambda^{k-2}$
(dann gilt: $T(k) = T(k-1) + T(k-2) \leq c \cdot \lambda^{k-1} + c \cdot \lambda^{k-2} \leq c \cdot \lambda^k$)
- löse: $\lambda^2 - \lambda - 1 = 0$
- „geratene“ Lösung: $\lambda = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \leq 1,6181$

Allgemein

- Verzweigungsvektor: (d_1, \dots, d_ℓ)
- $d = \text{Maximum der } d_i$
- löse: $0 = \lambda^d - \lambda^{d-d_1} - \dots - \lambda^{d-d_\ell}$
- Beispiel: Verzweigungsvektor (3, 4, 6)

 **WolframAlpha** computational knowledge engine.



Basis raten

Beispiel: Verzweigungsvektor (1, 2)

- Rekurrenz:

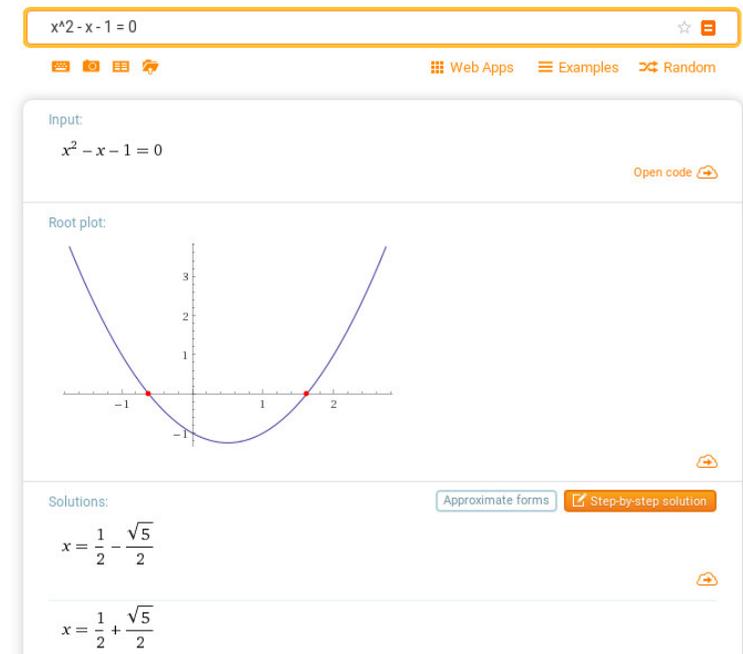
$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

- finde möglichst kleines $\lambda > 0$, sodass: $T(k) \leq c \cdot \lambda^k$
- wähle λ , sodass: $c \cdot \lambda^k \geq c \cdot \lambda^{k-1} + c \cdot \lambda^{k-2}$
(dann gilt: $T(k) = T(k-1) + T(k-2) \leq c \cdot \lambda^{k-1} + c \cdot \lambda^{k-2} \leq c \cdot \lambda^k$)
- löse: $\lambda^2 - \lambda - 1 = 0$
- „geratene“ Lösung: $\lambda = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \leq 1,6181$

Allgemein

- Verzweigungsvektor: (d_1, \dots, d_ℓ)
- $d = \text{Maximum der } d_i$
- löse: $0 = \lambda^d - \lambda^{d-d_1} - \dots - \lambda^{d-d_\ell}$
- Beispiel: Verzweigungsvektor (3, 4, 6)
- löse: $0 = \lambda^6 - \lambda^3 - \lambda^2 - 1$

 **WolframAlpha** computational knowledge engine.



Basis raten

Beispiel: Verzweigungsvektor (1, 2)

- Rekurrenz:

$$T(k) = \begin{cases} T(k-1) + T(k-2), & \text{für } k \geq 2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

- finde möglichst kleines $\lambda > 0$, sodass: $T(k) \leq c \cdot \lambda^k$

- wähle λ , sodass: $c \cdot \lambda^k \geq c \cdot \lambda^{k-1} + c \cdot \lambda^{k-2}$

(dann gilt: $T(k) = T(k-1) + T(k-2) \leq c \cdot \lambda^{k-1} + c \cdot \lambda^{k-2} \leq c \cdot \lambda^k$)

- löse: $\lambda^2 - \lambda - 1 = 0$

- „geratene“ Lösung: $\lambda = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \leq 1,6181$

Allgemein

- Verzweigungsvektor: (d_1, \dots, d_ℓ)

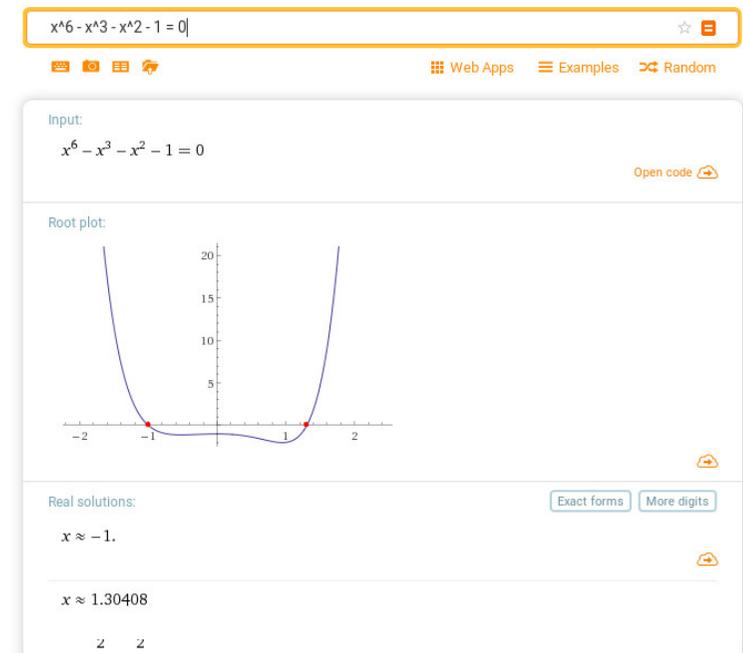
- $d = \text{Maximum der } d_i$

- löse: $0 = \lambda^d - \lambda^{d-d_1} - \dots - \lambda^{d-d_\ell}$

- Beispiel: Verzweigungsvektor (3, 4, 6)

- löse: $0 = \lambda^6 - \lambda^3 - \lambda^2 - 1$

 **WolframAlpha** computational knowledge engine.



Zurück zu VERTEX COVER

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Zurück zu VERTEX COVER

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Bisher gesehen

- für eine Kante uv , wähle u oder $v \rightarrow$ Verzweigungsvektor $(1, 1)$

Zurück zu VERTEX COVER

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Bisher gesehen

- für eine Kante uv , wähle u oder $v \rightarrow$ Verzweigungsvektor $(1, 1)$
- für Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$, wähle v oder $N(v) \rightarrow$ Vektor $(1, 2)$

Zurück zu VERTEX COVER

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Bisher gesehen

- für eine Kante uv , wähle u oder $v \rightarrow$ Verzweigungsvektor $(1, 1)$
- für Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$, wähle v oder $N(v) \rightarrow$ Vektor $(1, 2)$

Warum gibt es immer einen Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$?

Zurück zu VERTEX COVER

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Bisher gesehen

- für eine Kante uv , wähle u oder $v \rightarrow$ Verzweigungsvektor $(1, 1)$
- für Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$, wähle v oder $N(v) \rightarrow$ Vektor $(1, 2)$

Warum gibt es immer einen Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$?

Geht es besser?

Zurück zu VERTEX COVER

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Bisher gesehen

- für eine Kante uv , wähle u oder $v \rightarrow$ Verzweigungsvektor $(1, 1)$
- für Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$, wähle v oder $N(v) \rightarrow$ Vektor $(1, 2)$

Warum gibt es immer einen Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$?

Geht es besser?

- gibt es auch immer ein $v \in V$ mit $\deg(v) \geq 3$?

Zurück zu VERTEX COVER

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

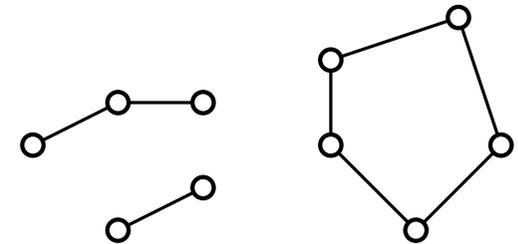
Bisher gesehen

- für eine Kante uv , wähle u oder $v \rightarrow$ Verzweigungsvektor $(1, 1)$
- für Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$, wähle v oder $N(v) \rightarrow$ Vektor $(1, 2)$

Warum gibt es immer einen Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$?

Geht es besser?

- gibt es auch immer ein $v \in V$ mit $\deg(v) \geq 3$?
- falls nicht: G besteht aus Pfaden und Kreisen



Zurück zu VERTEX COVER

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

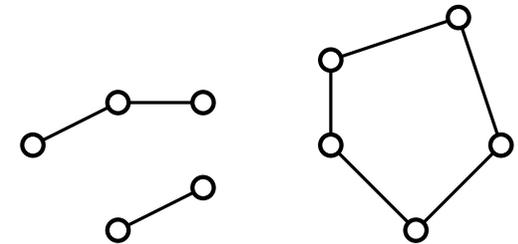
Bisher gesehen

- für eine Kante uv , wähle u oder $v \rightarrow$ Verzweigungsvektor (1, 1)
- für Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$, wähle v oder $N(v) \rightarrow$ Vektor (1, 2)

Warum gibt es immer einen Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$?

Geht es besser?

- gibt es auch immer ein $v \in V$ mit $\deg(v) \geq 3$?
- falls nicht: G besteht aus Pfaden und Kreisen
- $\deg(v) \leq 2$ für alle $v \in V \Rightarrow$ in poly-Zeit lösbar



Zurück zu VERTEX COVER

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

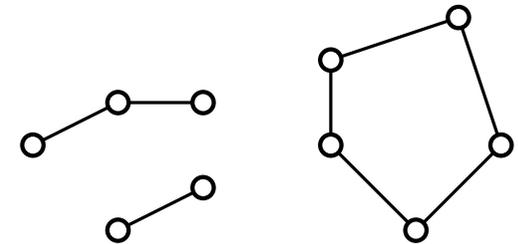
Bisher gesehen

- für eine Kante uv , wähle u oder $v \rightarrow$ Verzweigungsvektor $(1, 1)$
- für Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$, wähle v oder $N(v) \rightarrow$ Vektor $(1, 2)$

Warum gibt es immer einen Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$?

Geht es besser?

- gibt es auch immer ein $v \in V$ mit $\deg(v) \geq 3$?
- falls nicht: G besteht aus Pfaden und Kreisen
- $\deg(v) \leq 2$ für alle $v \in V \Rightarrow$ in poly-Zeit lösbar
- also: für Knoten v mit $\deg(v) \geq 3$, wähle v oder $N(v) \rightarrow$ Vektor $(1, 3)$



Zurück zu VERTEX COVER

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

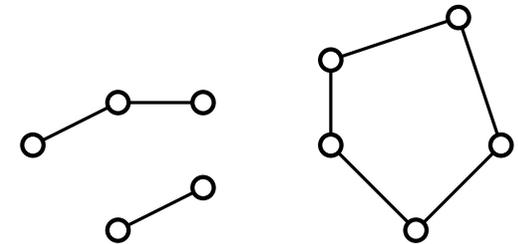
Bisher gesehen

- für eine Kante uv , wähle u oder $v \rightarrow$ Verzweigungsvektor $(1, 1)$
- für Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$, wähle v oder $N(v) \rightarrow$ Vektor $(1, 2)$

Warum gibt es immer einen Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$?

Geht es besser?

- gibt es auch immer ein $v \in V$ mit $\deg(v) \geq 3$?
- falls nicht: G besteht aus Pfaden und Kreisen
- $\deg(v) \leq 2$ für alle $v \in V \Rightarrow$ in poly-Zeit lösbar
- also: für Knoten v mit $\deg(v) \geq 3$, wähle v oder $N(v) \rightarrow$ Vektor $(1, 3)$



Geht es noch besser?

Zurück zu VERTEX COVER

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

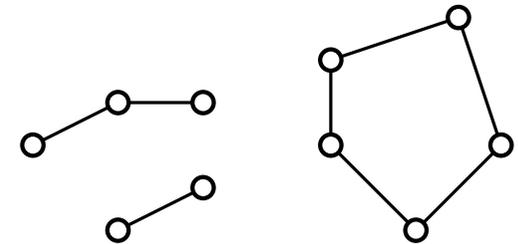
Bisher gesehen

- für eine Kante uv , wähle u oder $v \rightarrow$ Verzweigungsvektor $(1, 1)$
- für Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$, wähle v oder $N(v) \rightarrow$ Vektor $(1, 2)$

Warum gibt es immer einen Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$?

Geht es besser?

- gibt es auch immer ein $v \in V$ mit $\deg(v) \geq 3$?
- falls nicht: G besteht aus Pfaden und Kreisen
- $\deg(v) \leq 2$ für alle $v \in V \Rightarrow$ in poly-Zeit lösbar
- also: für Knoten v mit $\deg(v) \geq 3$, wähle v oder $N(v) \rightarrow$ Vektor $(1, 3)$



Geht es noch besser?

- VERTEX COVER ist NP-schwer für Graphen mit Maximalgrad 3

Zurück zu VERTEX COVER

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

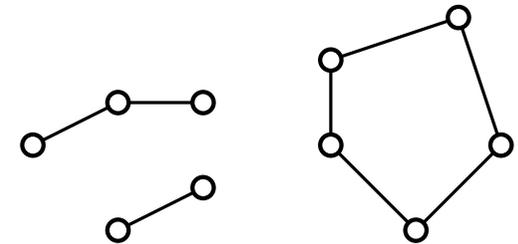
Bisher gesehen

- für eine Kante uv , wähle u oder $v \rightarrow$ Verzweigungsvektor (1, 1)
- für Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$, wähle v oder $N(v) \rightarrow$ Vektor (1, 2)

Warum gibt es immer einen Knoten v mit $\deg(v) \geq 2$?

Geht es besser?

- gibt es auch immer ein $v \in V$ mit $\deg(v) \geq 3$?
- falls nicht: G besteht aus Pfaden und Kreisen
- $\deg(v) \leq 2$ für alle $v \in V \Rightarrow$ in poly-Zeit lösbar
- also: für Knoten v mit $\deg(v) \geq 3$, wähle v oder $N(v) \rightarrow$ Vektor (1, 3)

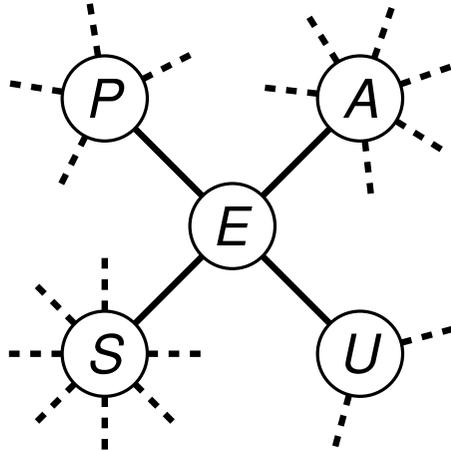


Geht es noch besser?

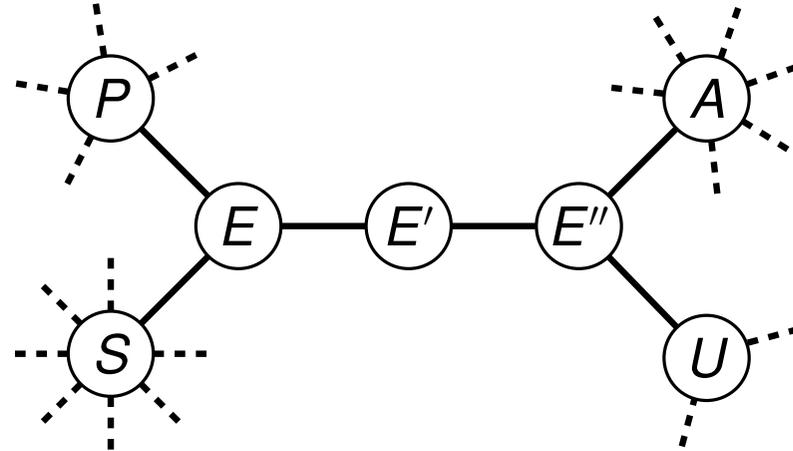
- VERTEX COVER ist NP-schwer für Graphen mit Maximalgrad 3
- Verzweigungsvektor (1, 4) erhält man nicht genauso leicht

Was passiert hier?

Was erreicht man mit der folgenden Konstruktion?



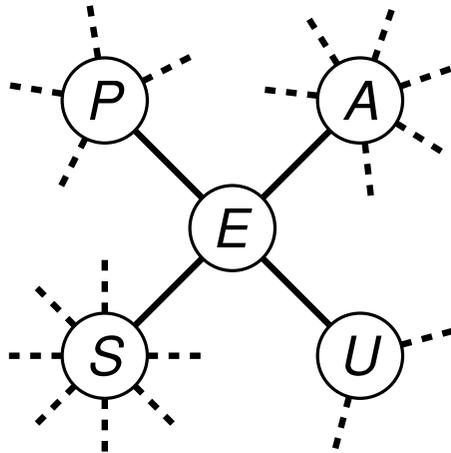
G



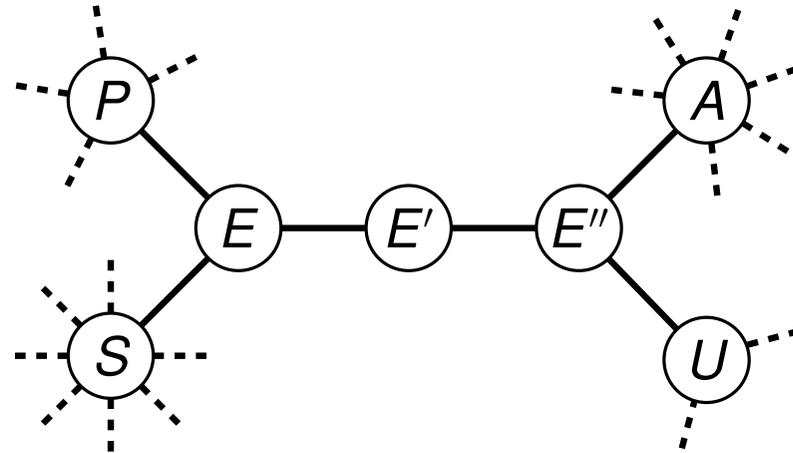
G'

Was passiert hier?

Was erreicht man mit der folgenden Konstruktion?



G



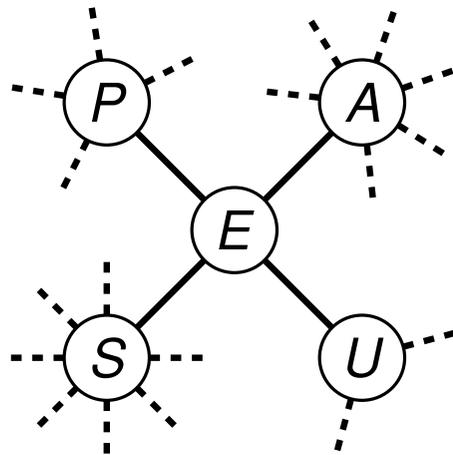
G'

Antwort

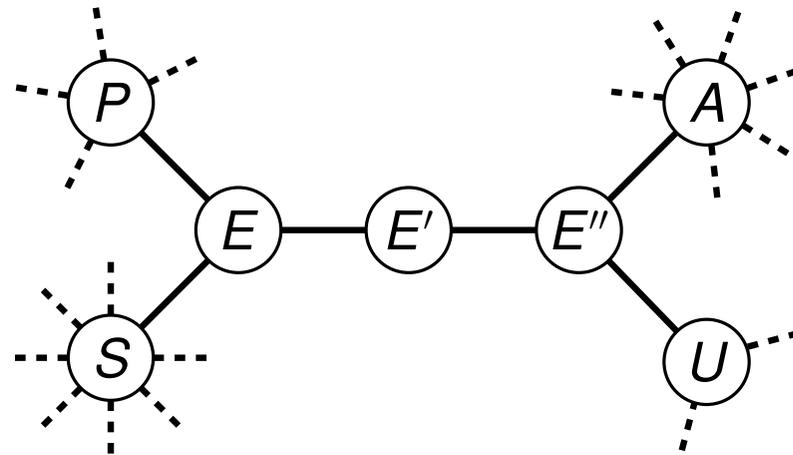
- G hat VC der Größe $k \Leftrightarrow G'$ hat VC der Größe $k + 1$

Was passiert hier?

Was erreicht man mit der folgenden Konstruktion?



G



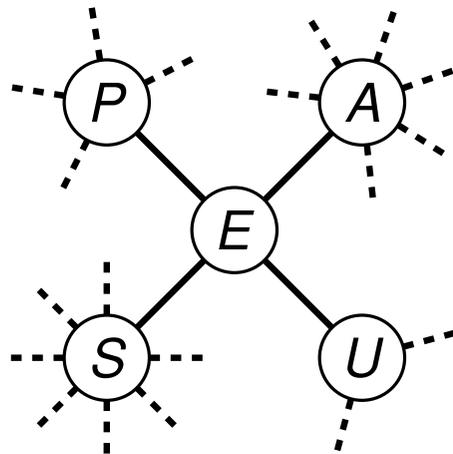
G'

Antwort

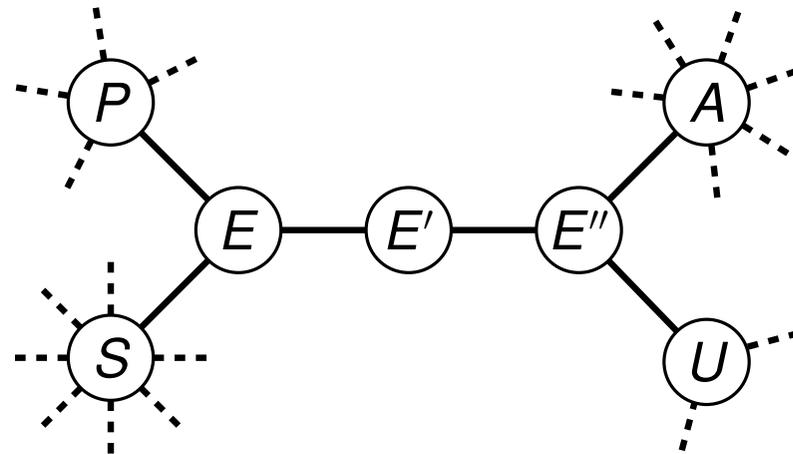
- G hat VC der Größe $k \Leftrightarrow G'$ hat VC der Größe $k + 1$
- Grad von E wurde von 4 auf 3 reduziert

Was passiert hier?

Was erreicht man mit der folgenden Konstruktion?



G



G'

Antwort

- G hat VC der Größe $k \Leftrightarrow G'$ hat VC der Größe $k + 1$
- Grad von E wurde von 4 auf 3 reduziert
- lässt sich auf höhere Grade verallgemeinern
- man kann so also zeigen, dass VERTEX COVER für Graphen mit Maximalgrad 3 NP-schwer ist

Lieber eliminieren als ignorieren

Knoten mit kleinem Grad

- eben: ignoriere Knoten v wenn $\deg(v) = 1$ bzw. $\deg(v) = 2$
- jetzt: eliminiere solche Knoten

Lieber eliminieren als ignorieren

Knoten mit kleinem Grad

- eben: ignoriere Knoten v wenn $\deg(v) = 1$ bzw. $\deg(v) = 2$
- jetzt: eliminiere solche Knoten

Warum sollte das besser sein?

Lieber eliminieren als ignorieren

Knoten mit kleinem Grad

- eben: ignoriere Knoten v wenn $\deg(v) = 1$ bzw. $\deg(v) = 2$
- jetzt: eliminiere solche Knoten

Warum sollte das besser sein?

- Instanz verkleinern ist immer gut

Lieber eliminieren als ignorieren

Knoten mit kleinem Grad

- eben: ignoriere Knoten v wenn $\deg(v) = 1$ bzw. $\deg(v) = 2$
- jetzt: eliminiere solche Knoten

Warum sollte das besser sein?

- Instanz verkleinern ist immer gut
- schränkt im weiteren Verlauf die Klasse der möglichen Instanzen ein
(für $v \in V$ gilt $\deg(v) \geq 3$)

Lieber eliminieren als ignorieren

Knoten mit kleinem Grad

- eben: ignoriere Knoten v wenn $\deg(v) = 1$ bzw. $\deg(v) = 2$
- jetzt: eliminiere solche Knoten

Warum sollte das besser sein?

- Instanz verkleinern ist immer gut
- schränkt im weiteren Verlauf die Klasse der möglichen Instanzen ein
- hilft bei der Argumentation für spätere Fälle (für $v \in V$ gilt $\deg(v) \geq 3$)

Lieber eliminieren als ignorieren

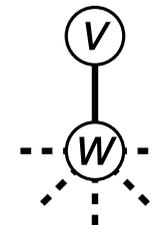
Knoten mit kleinem Grad

- eben: ignoriere Knoten v wenn $\deg(v) = 1$ bzw. $\deg(v) = 2$
- jetzt: eliminiere solche Knoten

Warum sollte das besser sein?

- Instanz verkleinern ist immer gut
- schränkt im weiteren Verlauf die Klasse der möglichen Instanzen ein
- hilft bei der Argumentation für spätere Fälle (für $v \in V$ gilt $\deg(v) \geq 3$)

Regel 1: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 1$



Lieber eliminieren als ignorieren

Knoten mit kleinem Grad

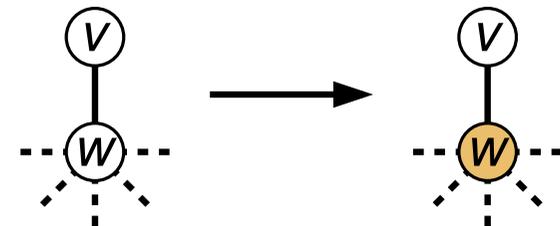
- eben: ignoriere Knoten v wenn $\deg(v) = 1$ bzw. $\deg(v) = 2$
- jetzt: eliminiere solche Knoten

Warum sollte das besser sein?

- Instanz verkleinern ist immer gut
- schränkt im weiteren Verlauf die Klasse der möglichen Instanzen ein
- hilft bei der Argumentation für spätere Fälle (für $v \in V$ gilt $\deg(v) \geq 3$)

Regel 1: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 1$

- es ist nie sinnvoll v zu wählen
- wähle also Nachbarn w von v



Lieber eliminieren als ignorieren

Knoten mit kleinem Grad

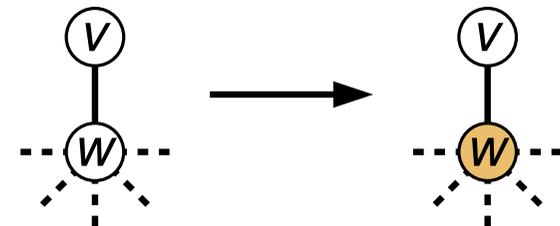
- eben: ignoriere Knoten v wenn $\deg(v) = 1$ bzw. $\deg(v) = 2$
- jetzt: eliminiere solche Knoten

Warum sollte das besser sein?

- Instanz verkleinern ist immer gut
- schränkt im weiteren Verlauf die Klasse der möglichen Instanzen ein
- hilft bei der Argumentation für spätere Fälle (für $v \in V$ gilt $\deg(v) \geq 3$)

Regel 1: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 1$

- es ist nie sinnvoll v zu wählen
- wähle also Nachbarn w von v



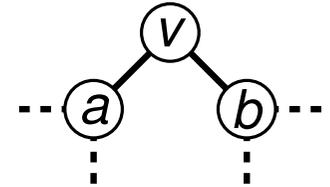
Beachte

- das ist nicht wirklich eine Verzweigungsregel, sondern eine Reduktionsregel (bzw. Verzweigung mit Vektor (1))
- verschlechtert die Basis in der Laufzeit aber sicher nicht

Knoten mit Grad 2

Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$

(sei $N(v) = \{a, b\}$)

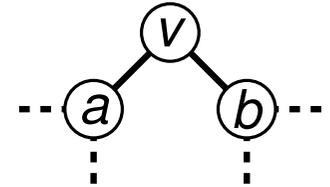


Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 2

Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$ (sei $N(v) = \{a, b\}$)

- falls a gewählt wird, macht es keinen Sinn v zu wählen

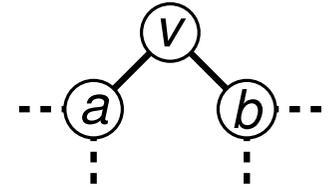


Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 2

Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$ (sei $N(v) = \{a, b\}$)

- falls a gewählt wird, macht es keinen Sinn v zu wählen
- wähle entweder a und b oder keinen der beiden

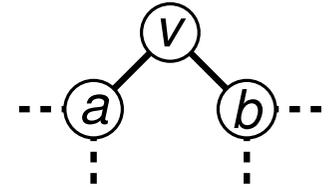


Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 2

Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$ (sei $N(v) = \{a, b\}$)

- falls a gewählt wird, macht es keinen Sinn v zu wählen
- wähle entweder a und b oder keinen der beiden
- keinen der beiden ist problematisch, wenn $ab \in E$

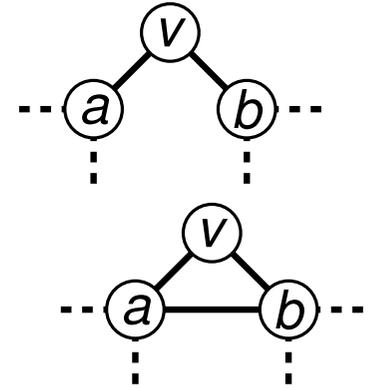


Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 2

Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$ (sei $N(v) = \{a, b\}$)

- falls a gewählt wird, macht es keinen Sinn v zu wählen
- wähle entweder a und b oder keinen der beiden
- keinen der beiden ist problematisch, wenn $ab \in E$



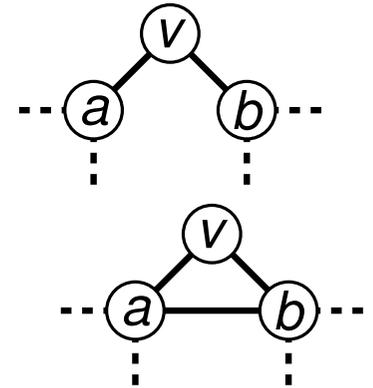
Fall 2.1: $ab \in E$

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 2

Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$ (sei $N(v) = \{a, b\}$)

- falls a gewählt wird, macht es keinen Sinn v zu wählen
- wähle entweder a und b oder keinen der beiden
- keinen der beiden ist problematisch, wenn $ab \in E$



Fall 2.1: $ab \in E$

- zwei der drei Knoten müssen gewählt werden

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

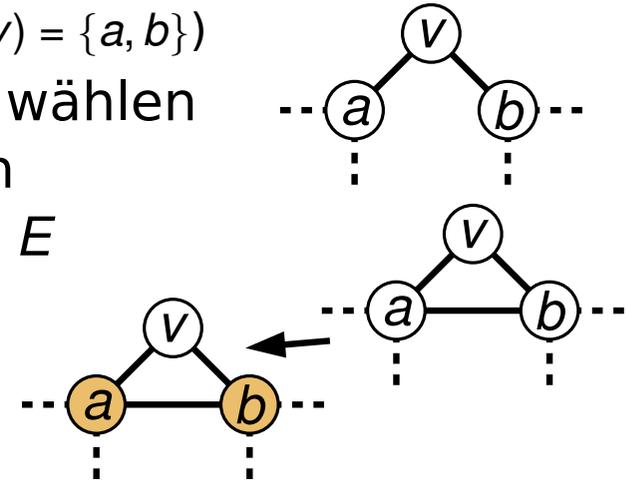
Knoten mit Grad 2

Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$ (sei $N(v) = \{a, b\}$)

- falls a gewählt wird, macht es keinen Sinn v zu wählen
- wähle entweder a und b oder keinen der beiden
- keinen der beiden ist problematisch, wenn $ab \in E$

Fall 2.1: $ab \in E$

- zwei der drei Knoten müssen gewählt werden
- es ist immer besser a und b zu wählen

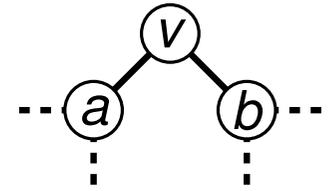


Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 2

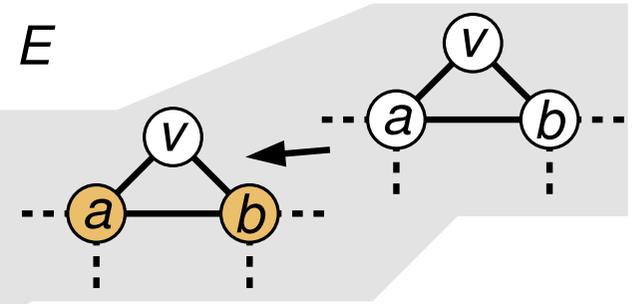
Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$ (sei $N(v) = \{a, b\}$)

- falls a gewählt wird, macht es keinen Sinn v zu wählen
- wähle entweder a und b oder keinen der beiden
- keinen der beiden ist problematisch, wenn $ab \in E$



Fall 2.1: $ab \in E$

- zwei der drei Knoten müssen gewählt werden
- es ist immer besser a und b zu wählen
- keine Verzweigung nötig

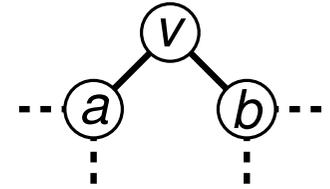


Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 2

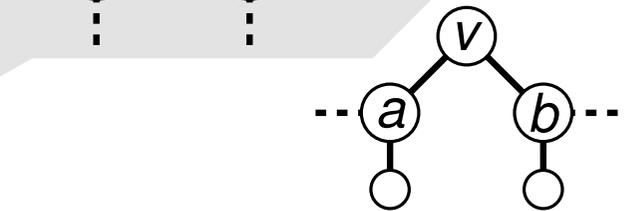
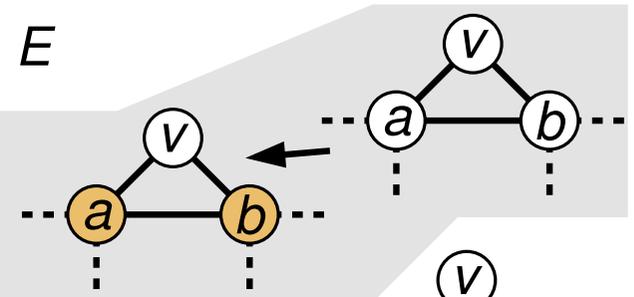
Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$ (sei $N(v) = \{a, b\}$)

- falls a gewählt wird, macht es keinen Sinn v zu wählen
- wähle entweder a und b oder keinen der beiden
- keinen der beiden ist problematisch, wenn $ab \in E$



Fall 2.1: $ab \in E$

- zwei der drei Knoten müssen gewählt werden
- es ist immer besser a und b zu wählen
- keine Verzweigung nötig



Fall 2.2: $|N(a) \cup N(b)| \geq 3$

- Bsp: a und b haben je einen anderen Nachbarn

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 2

Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$ (sei $N(v) = \{a, b\}$)

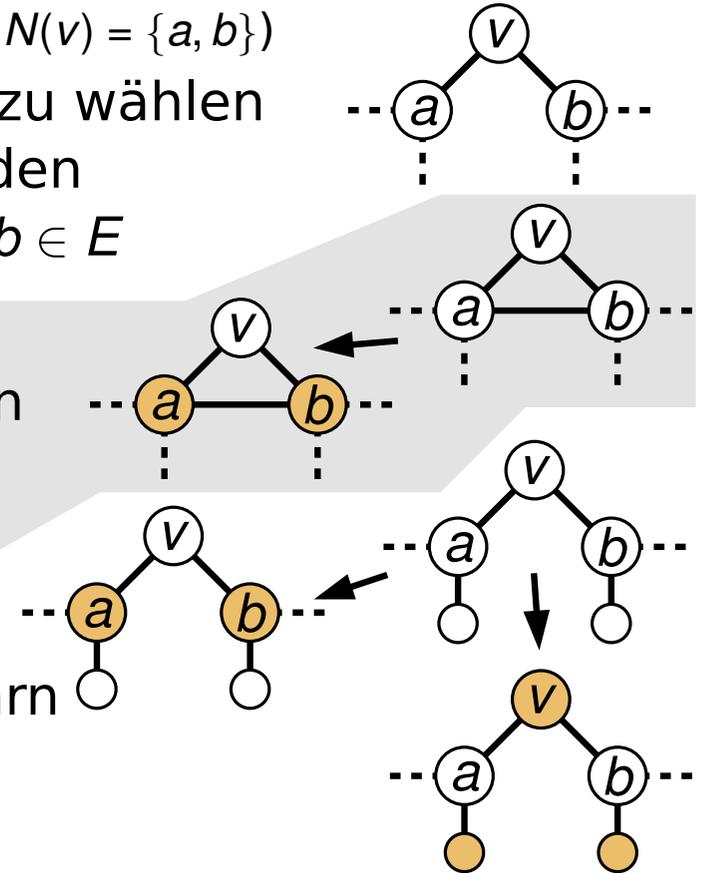
- falls a gewählt wird, macht es keinen Sinn v zu wählen
- wähle entweder a und b oder keinen der beiden
- keinen der beiden ist problematisch, wenn $ab \in E$

Fall 2.1: $ab \in E$

- zwei der drei Knoten müssen gewählt werden
- es ist immer besser a und b zu wählen
- keine Verzweigung nötig

Fall 2.2: $|N(a) \cup N(b)| \geq 3$

- Bsp: a und b haben je einen anderen Nachbarn
- wähle $\{a, b\}$ oder $N(a) \cup N(b) \rightarrow$ Vektor $(2, 3)$



Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 2

Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$ (sei $N(v) = \{a, b\}$)

- falls a gewählt wird, macht es keinen Sinn v zu wählen
- wähle entweder a und b oder keinen der beiden
- keinen der beiden ist problematisch, wenn $ab \in E$

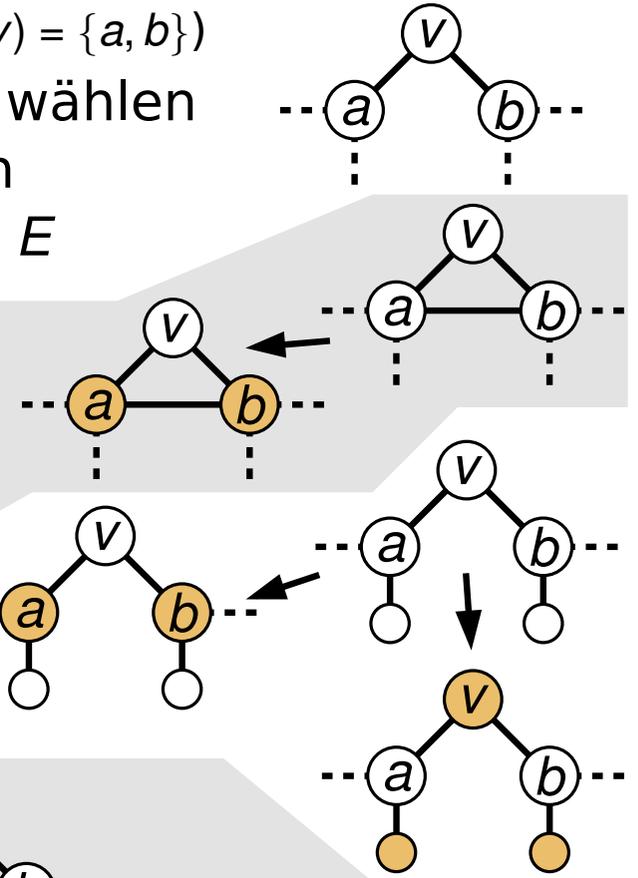
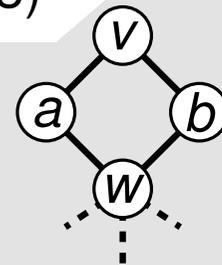
Fall 2.1: $ab \in E$

- zwei der drei Knoten müssen gewählt werden
- es ist immer besser a und b zu wählen
- keine Verzweigung nötig

Fall 2.2: $|N(a) \cup N(b)| \geq 3$

- Bsp: a und b haben je einen anderen Nachbarn
- wähle $\{a, b\}$ oder $N(a) \cup N(b) \rightarrow$ Vektor $(2, 3)$

Fall 2.3: $N(a) \cup N(b) = \{v, w\}$

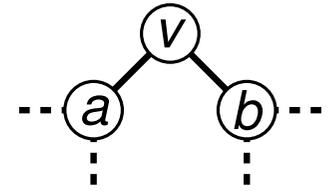


Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 2

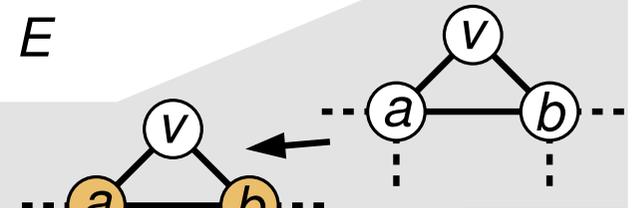
Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$ (sei $N(v) = \{a, b\}$)

- falls a gewählt wird, macht es keinen Sinn v zu wählen
- wähle entweder a und b oder keinen der beiden
- keinen der beiden ist problematisch, wenn $ab \in E$



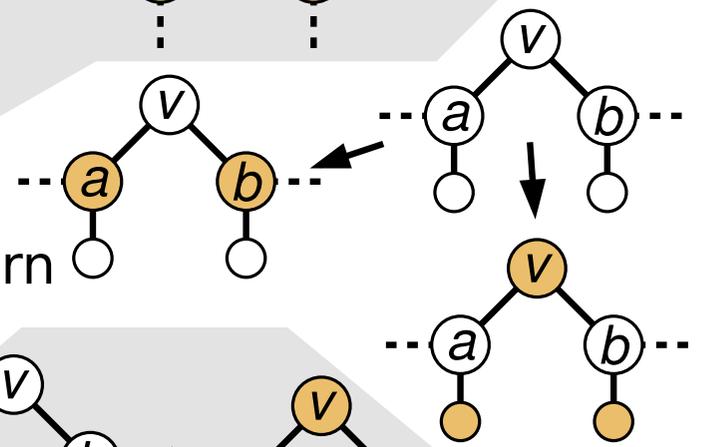
Fall 2.1: $ab \in E$

- zwei der drei Knoten müssen gewählt werden
- es ist immer besser a und b zu wählen
- keine Verzweigung nötig



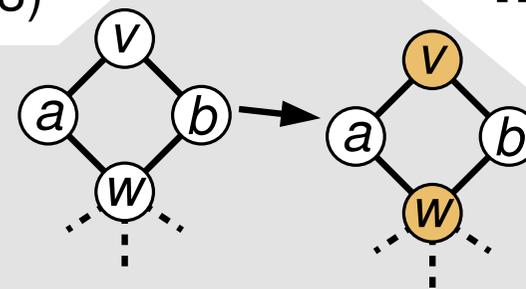
Fall 2.2: $|N(a) \cup N(b)| \geq 3$

- Bsp: a und b haben je einen anderen Nachbarn
- wähle $\{a, b\}$ oder $N(a) \cup N(b) \rightarrow$ Vektor $(2, 3)$



Fall 2.3: $N(a) \cup N(b) = \{v, w\}$

- es ist immer besser v und w zu wählen

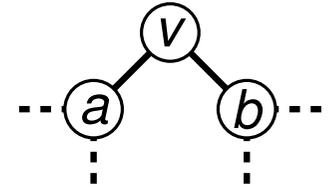


Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 2

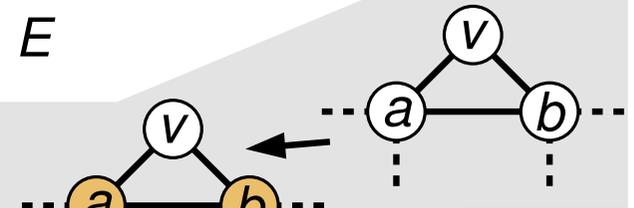
Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$ (sei $N(v) = \{a, b\}$)

- falls a gewählt wird, macht es keinen Sinn v zu wählen
- wähle entweder a und b oder keinen der beiden
- keinen der beiden ist problematisch, wenn $ab \in E$



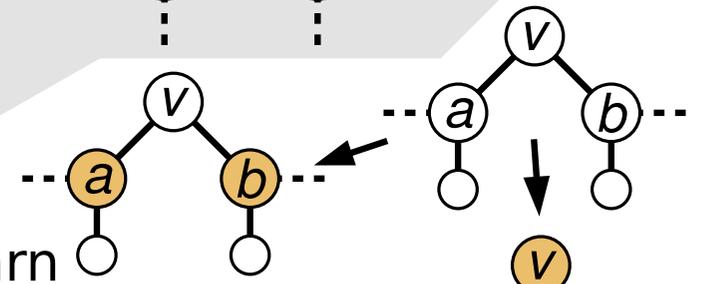
Fall 2.1: $ab \in E$

- zwei der drei Knoten müssen gewählt werden
- es ist immer besser a und b zu wählen
- keine Verzweigung nötig



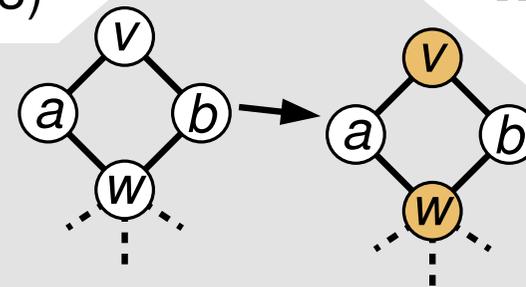
Fall 2.2: $|N(a) \cup N(b)| \geq 3$

- Bsp: a und b haben je einen anderen Nachbarn
- wähle $\{a, b\}$ oder $N(a) \cup N(b) \rightarrow$ Vektor $(2, 3)$



Fall 2.3: $N(a) \cup N(b) = \{v, w\}$

- es ist immer besser v und w zu wählen
- keine Verzweigung nötig



Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 2

Grobe Strategie bei Knoten mit Grad 2

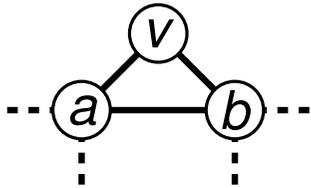
- Fallunterscheidung, wie „unabhängig“ die Nachbarschaft von v ist

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 2

Grobe Strategie bei Knoten mit Grad 2

- Fallunterscheidung, wie „unabhängig“ die Nachbarschaft von v ist
- Fall 2.1: Nachbarn sind direkt verbunden

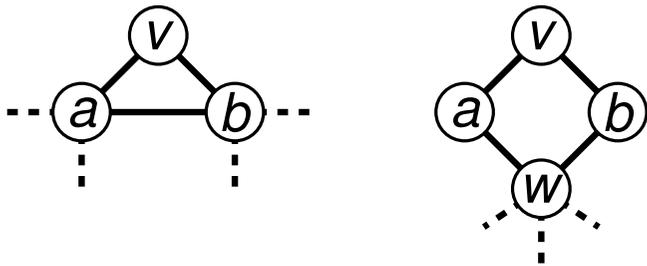


Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 2

Grobe Strategie bei Knoten mit Grad 2

- Fallunterscheidung, wie „unabhängig“ die Nachbarschaft von v ist
- Fall 2.1: Nachbarn sind direkt verbunden
- Fall 2.3: Nachbarn teilen sich Nachbarn

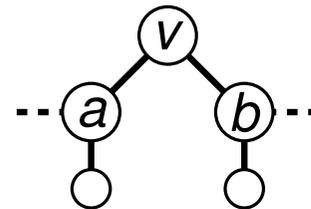
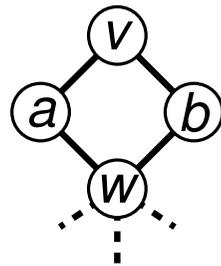
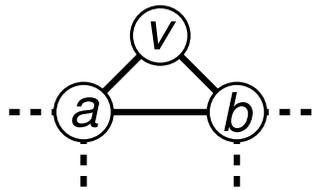


Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 2

Grobe Strategie bei Knoten mit Grad 2

- Fallunterscheidung, wie „unabhängig“ die Nachbarschaft von v ist
- Fall 2.1: Nachbarn sind direkt verbunden
- Fall 2.3: Nachbarn teilen sich Nachbarn
- Fall 2.2: halbwegs unabhängige Nachbarschaften

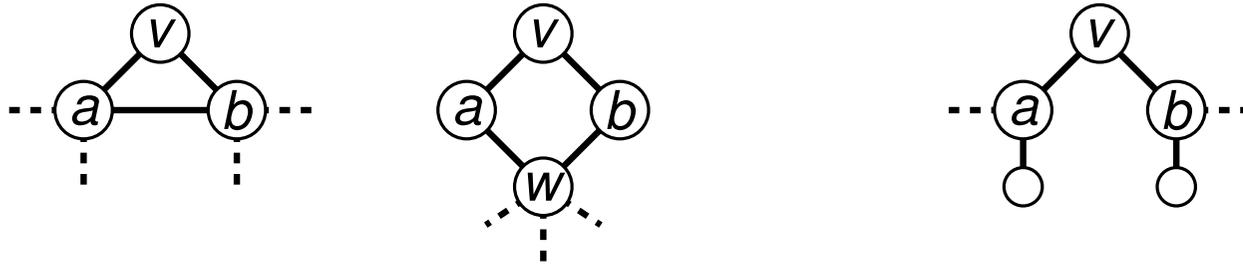


Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 2

Grobe Strategie bei Knoten mit Grad 2

- Fallunterscheidung, wie „unabhängig“ die Nachbarschaft von v ist
- Fall 2.1: Nachbarn sind direkt verbunden
- Fall 2.3: Nachbarn teilen sich Nachbarn
- Fall 2.2: halbwegs unabhängige Nachbarschaften



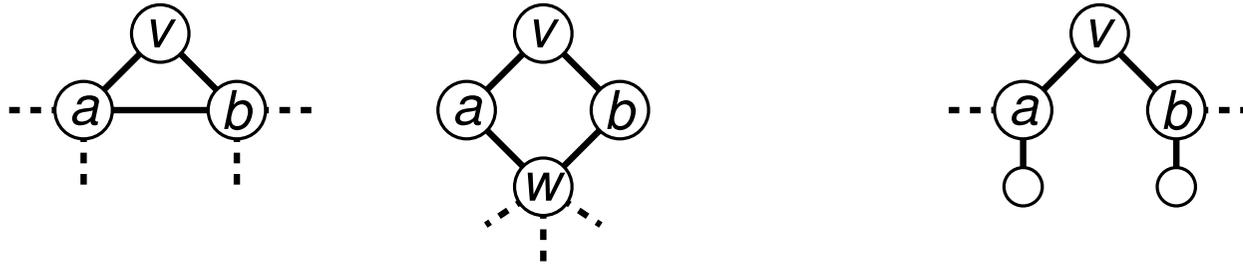
- unabhängige Nachbarschaften \Rightarrow große Vereinigungen von Nachbarschaften \Rightarrow gute Verzweigungsvektoren

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 2

Grobe Strategie bei Knoten mit Grad 2

- Fallunterscheidung, wie „unabhängig“ die Nachbarschaft von v ist
- Fall 2.1: Nachbarn sind direkt verbunden
- Fall 2.3: Nachbarn teilen sich Nachbarn
- Fall 2.2: halbwegs unabhängige Nachbarschaften



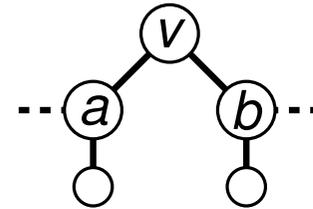
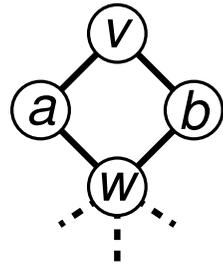
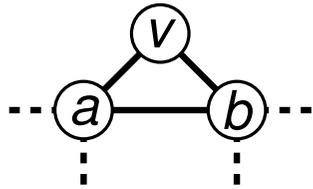
- unabhängige Nachbarschaften \Rightarrow große Vereinigungen von Nachbarschaften \Rightarrow gute Verzweigungsvektoren
- abhängige Nachbarschaften \Rightarrow wegdiskutierbar (mittels Reduktion)

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 2

Grobe Strategie bei Knoten mit Grad 2

- Fallunterscheidung, wie „unabhängig“ die Nachbarschaft von v ist
- Fall 2.1: Nachbarn sind direkt verbunden
- Fall 2.3: Nachbarn teilen sich Nachbarn
- Fall 2.2: halbwegs unabhängige Nachbarschaften



- unabhängige Nachbarschaften \Rightarrow große Vereinigungen von Nachbarschaften \Rightarrow gute Verzweigungsvektoren
- abhängige Nachbarschaften \Rightarrow wegdiskutierbar (mittels Reduktion)

Ziel im Folgenden

- ähnliches Vorgehen für $\deg(v) = 3$
- nutze, dass $\deg(u) \geq 3$ für alle $u \in V$

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 3

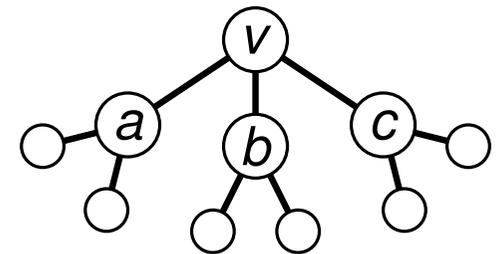
Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$ (sei $N(v) = \{a, b, c\}$)

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$ (sei $N(v) = \{a, b, c\}$)

Fall 3.1: paarweise disjunkte Nachbarschaften $N(a), N(b), N(c), N(v)$



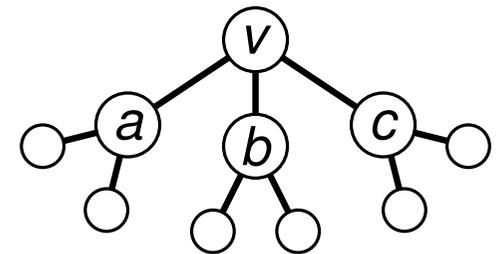
Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$ (sei $N(v) = \{a, b, c\}$)

Fall 3.1: paarweise disjunkte Nachbarschaften $N(a), N(b), N(c), N(v)$

- Möglichkeit 1: wähle a nicht



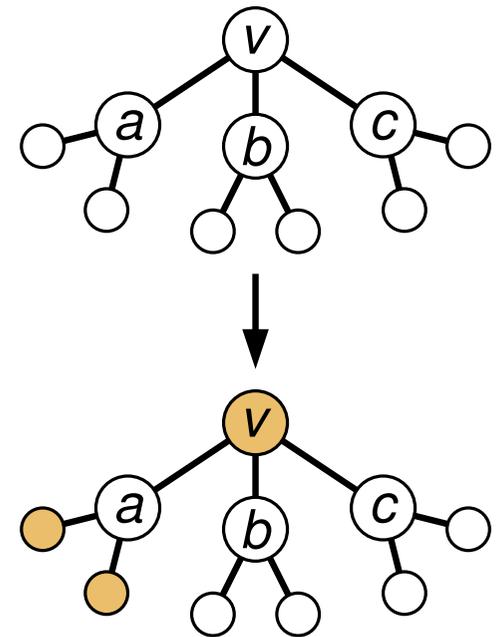
Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$ (sei $N(v) = \{a, b, c\}$)

Fall 3.1: paarweise disjunkte Nachbarschaften $N(a), N(b), N(c), N(v)$

- Möglichkeit 1: wähle a nicht
 $\Rightarrow N(a)$ muss gewählt werden



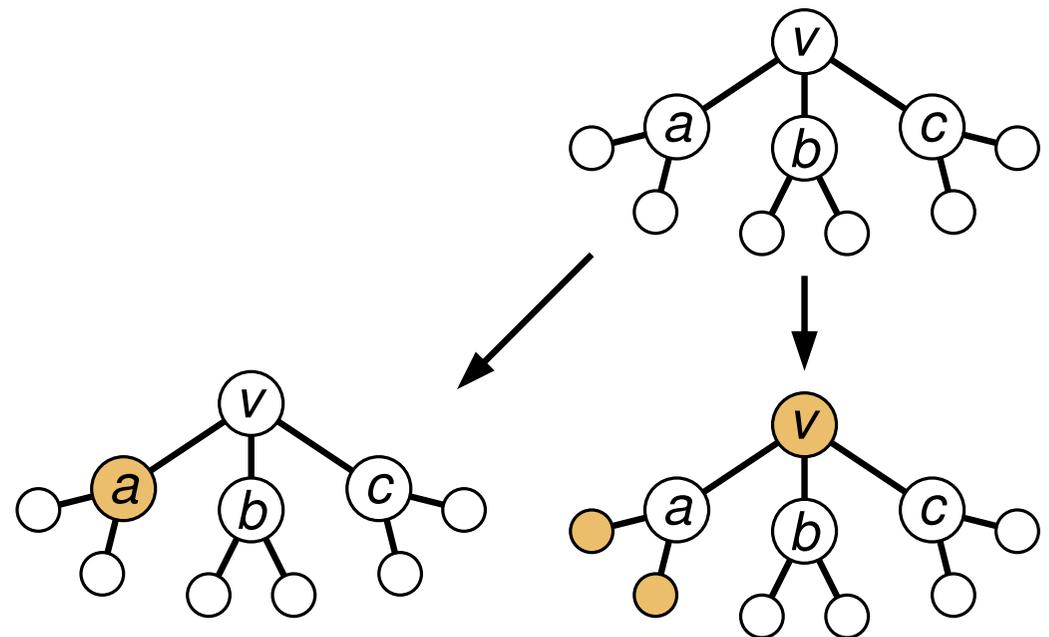
Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$ (sei $N(v) = \{a, b, c\}$)

Fall 3.1: paarweise disjunkte Nachbarschaften $N(a), N(b), N(c), N(v)$

- Möglichkeit 1: wähle a nicht
 $\Rightarrow N(a)$ muss gewählt werden
- Möglichkeit 2: wähle a



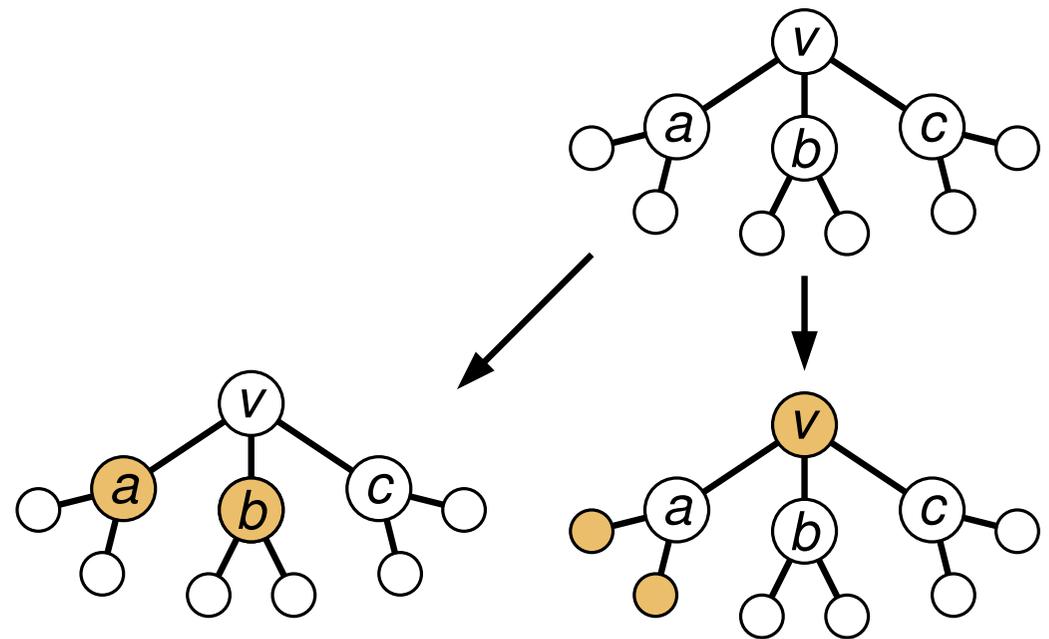
Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$ (sei $N(v) = \{a, b, c\}$)

Fall 3.1: paarweise disjunkte Nachbarschaften $N(a), N(b), N(c), N(v)$

- Möglichkeit 1: wähle a nicht
 - $\Rightarrow N(a)$ muss gewählt werden
- Möglichkeit 2: wähle a
 - Möglichkeit 2.1: wähle zusätzlich b



Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$ (sei $N(v) = \{a, b, c\}$)

Fall 3.1: paarweise disjunkte Nachbarschaften $N(a), N(b), N(c), N(v)$

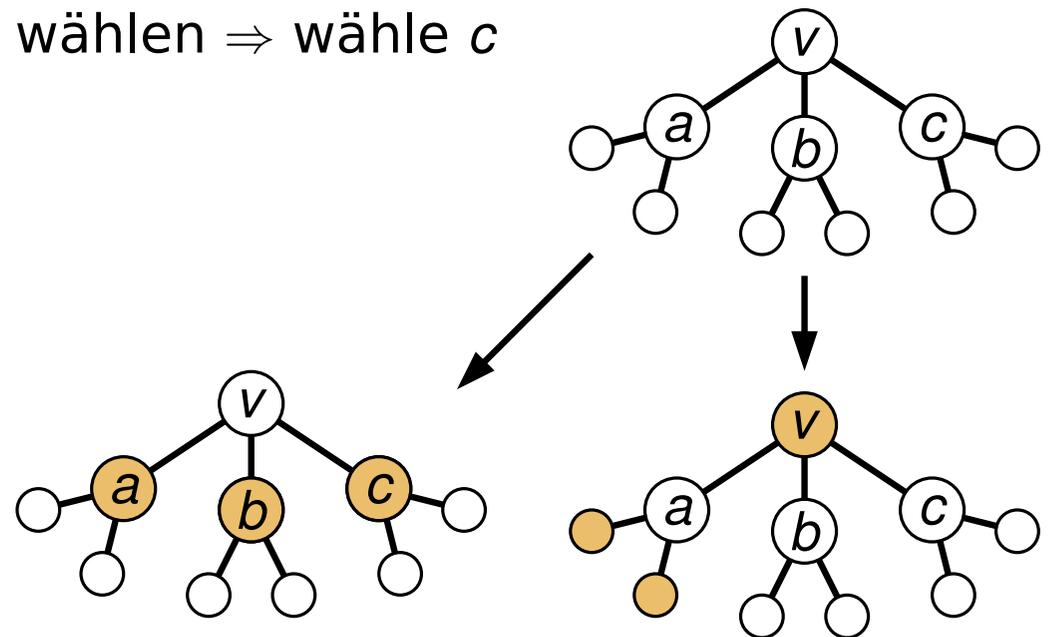
- Möglichkeit 1: wähle a nicht

- $\Rightarrow N(a)$ muss gewählt werden

- Möglichkeit 2: wähle a

- Möglichkeit 2.1: wähle zusätzlich b

- \Rightarrow es macht keinen Sinn v zu wählen \Rightarrow wähle c



Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$ (sei $N(v) = \{a, b, c\}$)

Fall 3.1: paarweise disjunkte Nachbarschaften $N(a), N(b), N(c), N(v)$

- Möglichkeit 1: wähle a nicht

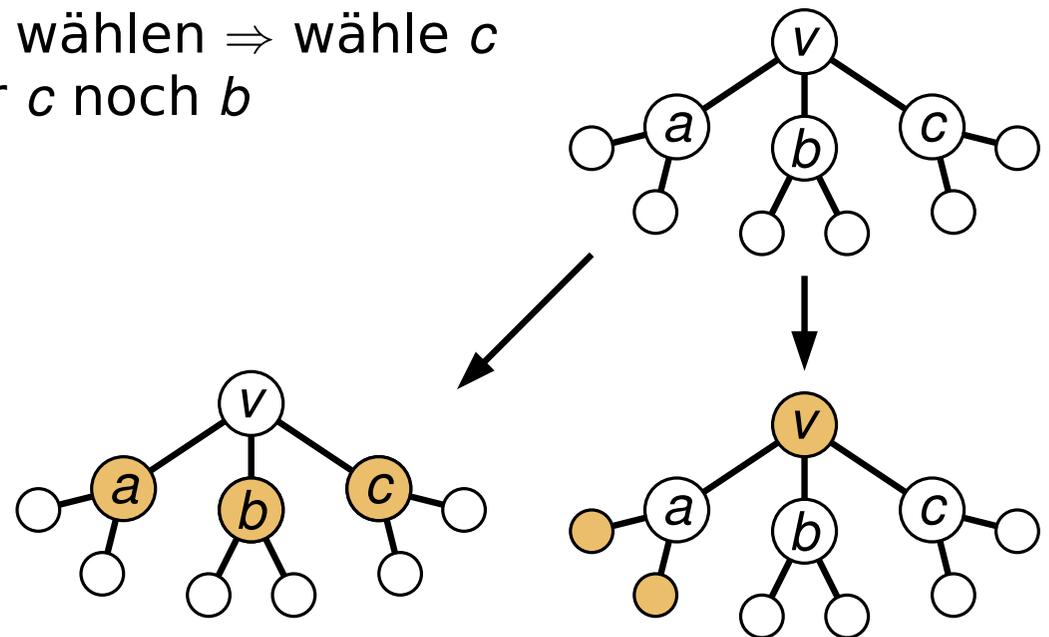
⇒ $N(a)$ muss gewählt werden

- Möglichkeit 2: wähle a

- Möglichkeit 2.1: wähle zusätzlich b

⇒ es macht keinen Sinn v zu wählen ⇒ wähle c

- Möglichkeit 2.2: wähle weder c noch b



Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$ (sei $N(v) = \{a, b, c\}$)

Fall 3.1: paarweise disjunkte Nachbarschaften $N(a), N(b), N(c), N(v)$

- Möglichkeit 1: wähle a nicht

⇒ $N(a)$ muss gewählt werden

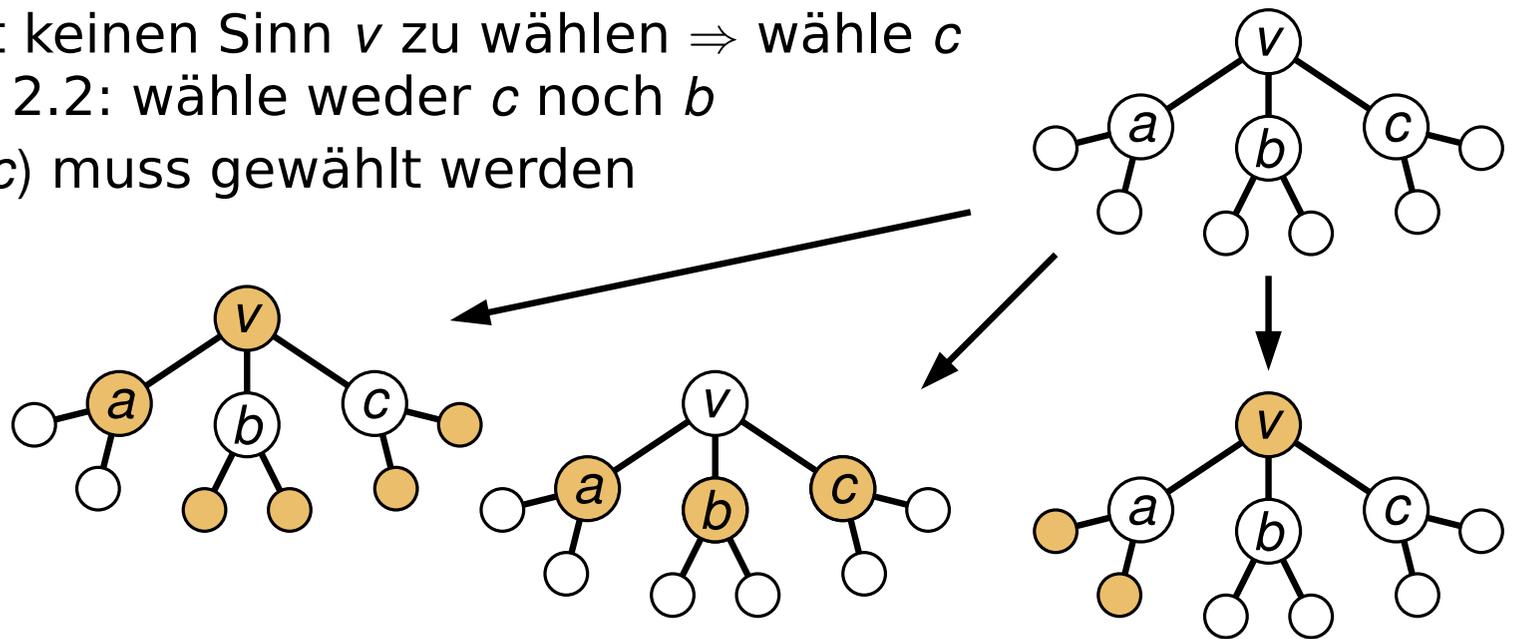
- Möglichkeit 2: wähle a

- Möglichkeit 2.1: wähle zusätzlich b

⇒ es macht keinen Sinn v zu wählen ⇒ wähle c

- Möglichkeit 2.2: wähle weder c noch b

⇒ $N(b) \cup N(c)$ muss gewählt werden



Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$ (sei $N(v) = \{a, b, c\}$)

Fall 3.1: paarweise disjunkte Nachbarschaften $N(a), N(b), N(c), N(v)$

- Möglichkeit 1: wähle a nicht

⇒ $N(a)$ muss gewählt werden

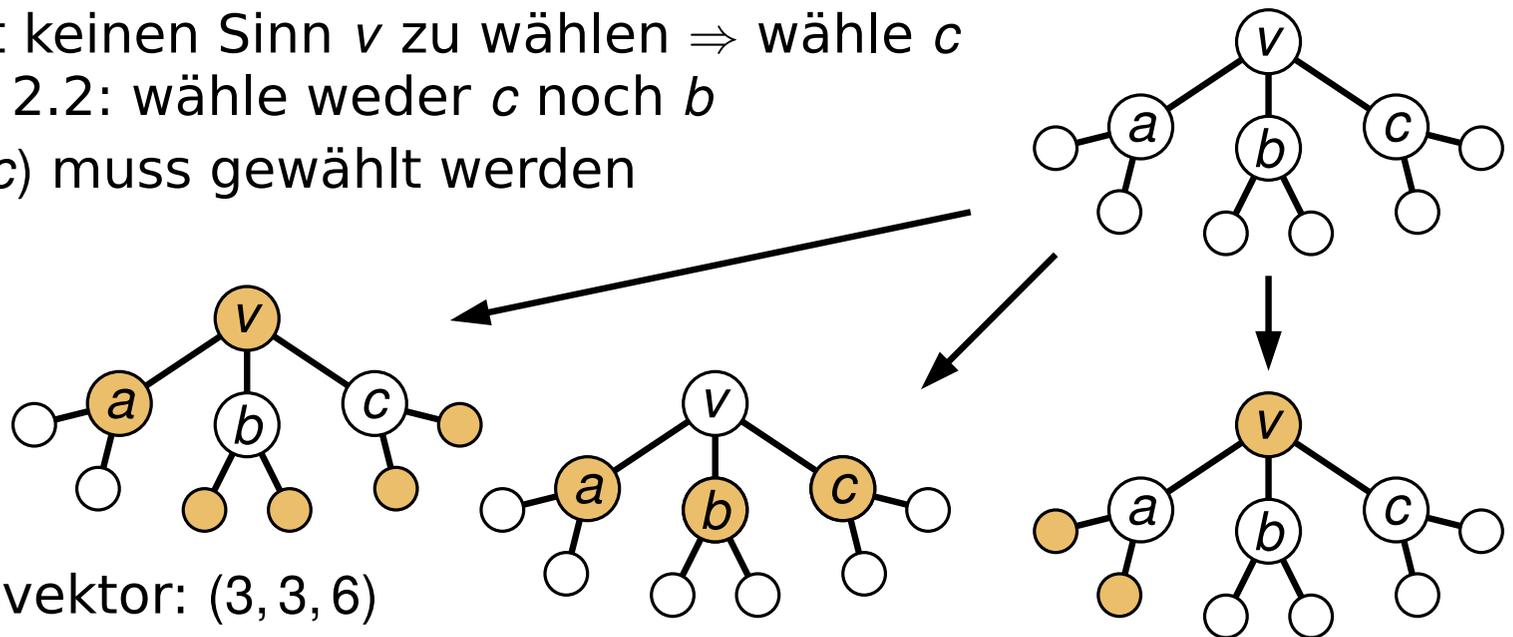
- Möglichkeit 2: wähle a

- Möglichkeit 2.1: wähle zusätzlich b

⇒ es macht keinen Sinn v zu wählen ⇒ wähle c

- Möglichkeit 2.2: wähle weder c noch b

⇒ $N(b) \cup N(c)$ muss gewählt werden



- Verzweigungsvektor: $(3, 3, 6)$

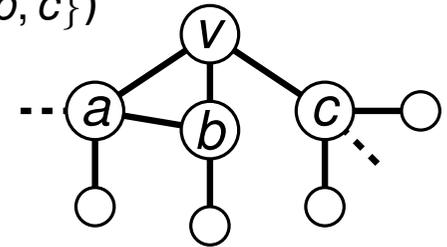
Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$

Fall 3.2: $ab \in E$

(sei $N(v) = \{a, b, c\}$)



Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

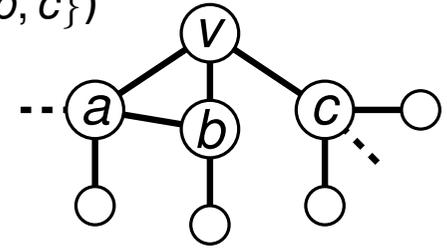
Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$

Fall 3.2: $ab \in E$

- Möglichkeit 1: wähle c nicht

(sei $N(v) = \{a, b, c\}$)



Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

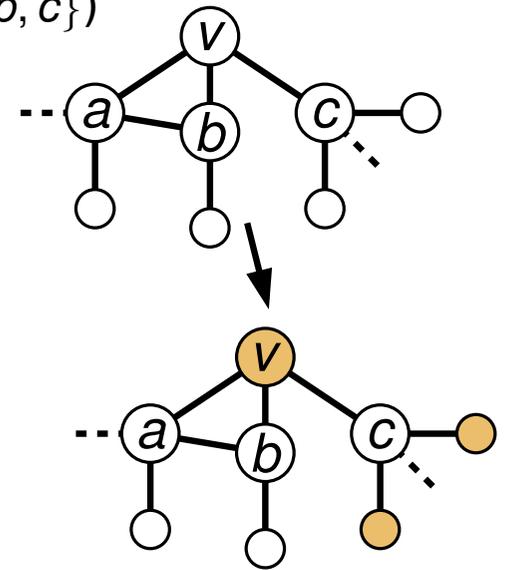
Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$

Fall 3.2: $ab \in E$

- Möglichkeit 1: wähle c nicht
 $\Rightarrow N(c)$ muss gewählt werden

(sei $N(v) = \{a, b, c\}$)



Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

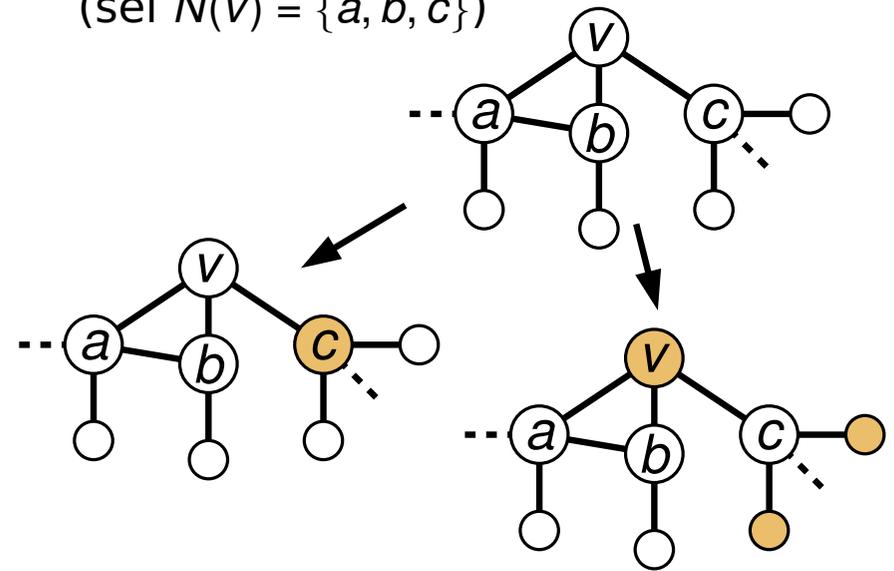
Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$

Fall 3.2: $ab \in E$

- Möglichkeit 1: wähle c nicht
 $\Rightarrow N(c)$ muss gewählt werden
- Möglichkeit 2: wähle c

(sei $N(v) = \{a, b, c\}$)



Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

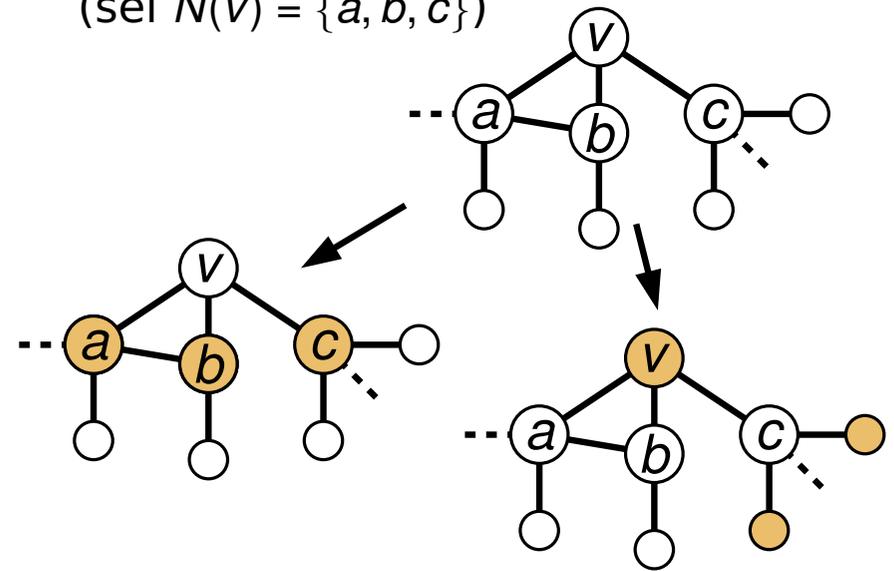
Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$

Fall 3.2: $ab \in E$

- Möglichkeit 1: wähle c nicht
 $\Rightarrow N(c)$ muss gewählt werden
- Möglichkeit 2: wähle c
 \Rightarrow es macht keinen Sinn v zu wählen
 \Rightarrow wähle zusätzlich $\{a, b\}$

(sei $N(v) = \{a, b, c\}$)



Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

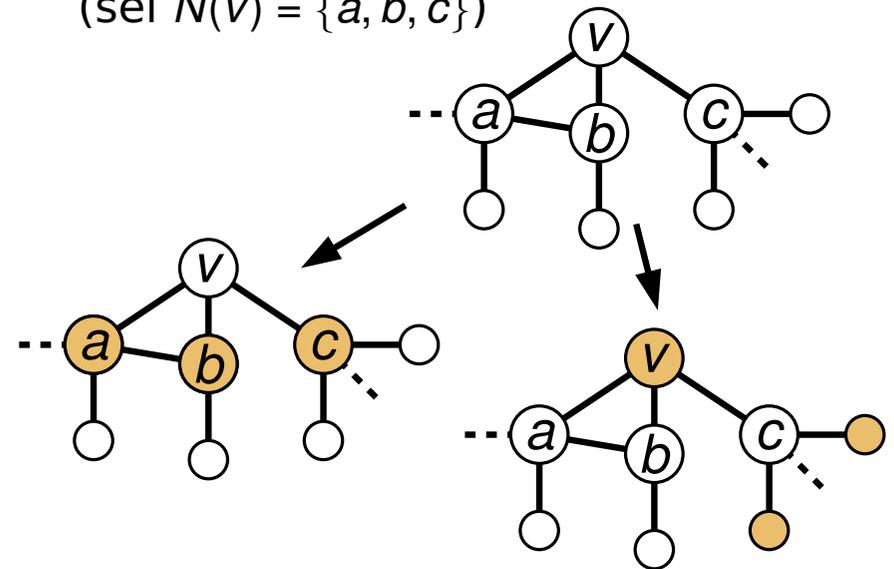
Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$

Fall 3.2: $ab \in E$

- Möglichkeit 1: wähle c nicht
 $\Rightarrow N(c)$ muss gewählt werden
- Möglichkeit 2: wähle c
 \Rightarrow es macht keinen Sinn v zu wählen
 \Rightarrow wähle zusätzlich $\{a, b\}$
- Verzweigungsvektor: $(3, 3)$

(sei $N(v) = \{a, b, c\}$)



Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

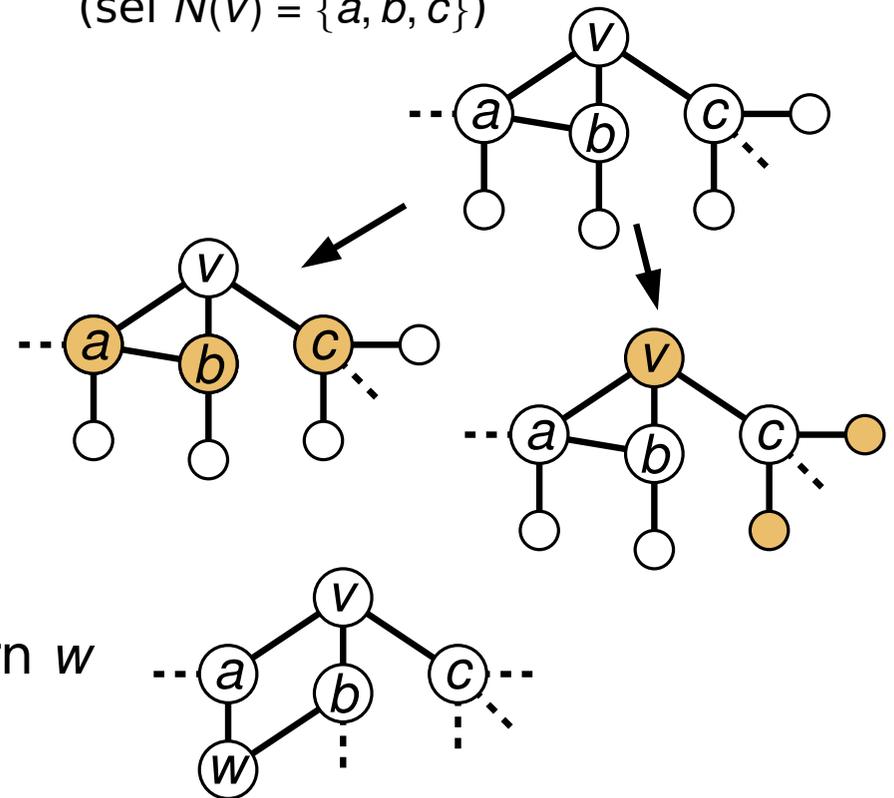
Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$

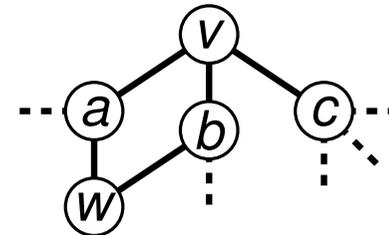
Fall 3.2: $ab \in E$

- Möglichkeit 1: wähle c nicht
 $\Rightarrow N(c)$ muss gewählt werden
- Möglichkeit 2: wähle c
 \Rightarrow es macht keinen Sinn v zu wählen
 \Rightarrow wähle zusätzlich $\{a, b\}$
- Verzweigungsvektor: $(3, 3)$

(sei $N(v) = \{a, b, c\}$)



Fall 3.3: a und b haben gem. Nachbarn w



Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

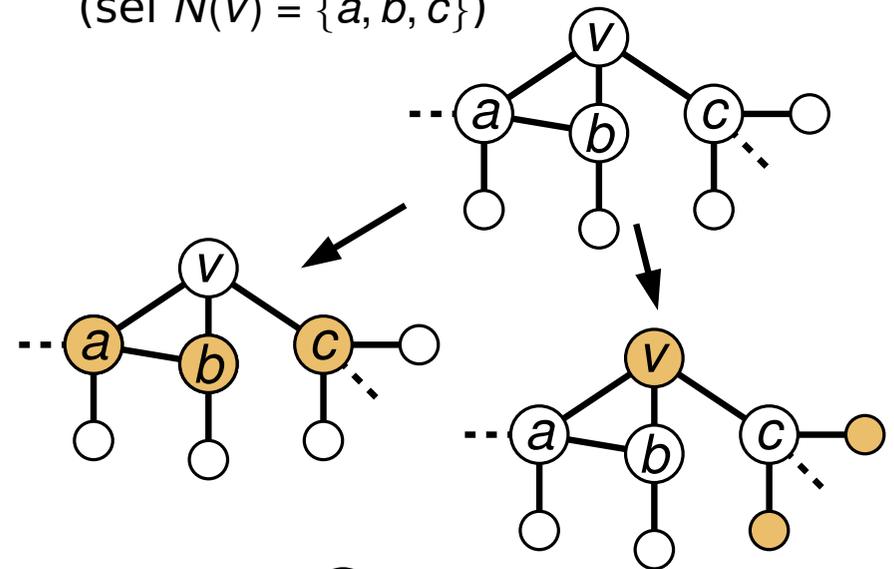
Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$

Fall 3.2: $ab \in E$

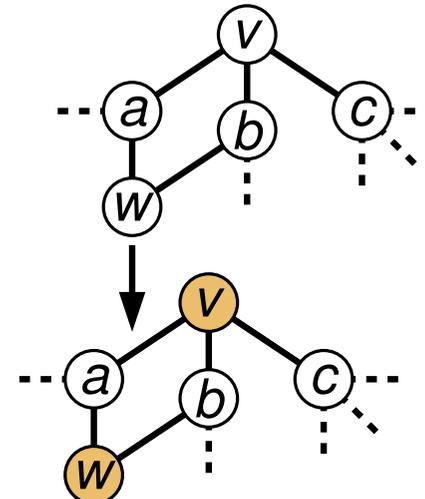
- Möglichkeit 1: wähle c nicht
 $\Rightarrow N(c)$ muss gewählt werden
- Möglichkeit 2: wähle c
 \Rightarrow es macht keinen Sinn v zu wählen
 \Rightarrow wähle zusätzlich $\{a, b\}$
- Verzweigungsvektor: $(3, 3)$

(sei $N(v) = \{a, b, c\}$)



Fall 3.3: a und b haben gem. Nachbarn w

- Möglichkeit 1: wähle $\{v, w\}$



Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

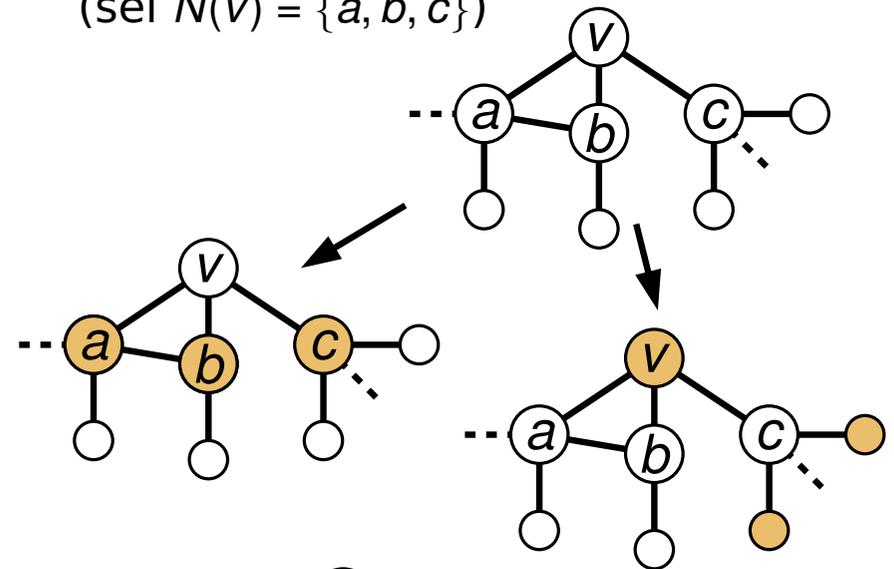
Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$

Fall 3.2: $ab \in E$

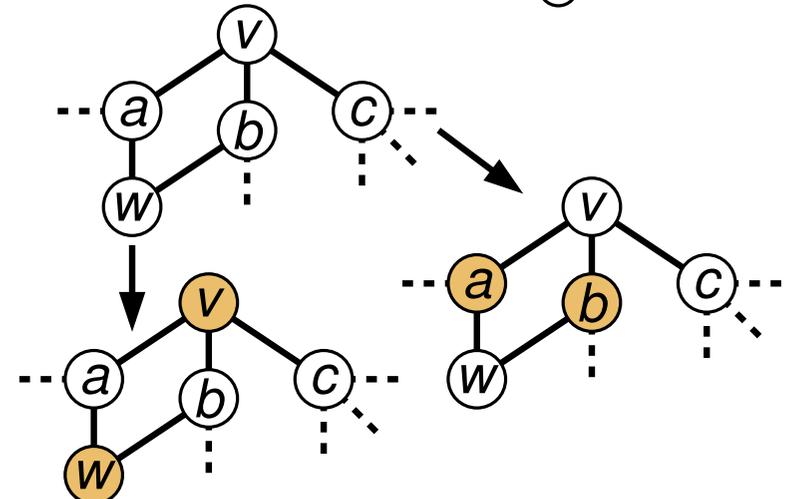
- Möglichkeit 1: wähle c nicht
 $\Rightarrow N(c)$ muss gewählt werden
- Möglichkeit 2: wähle c
 \Rightarrow es macht keinen Sinn v zu wählen
 \Rightarrow wähle zusätzlich $\{a, b\}$
- Verzweigungsvektor: $(3, 3)$

(sei $N(v) = \{a, b, c\}$)



Fall 3.3: a und b haben gem. Nachbarn w

- Möglichkeit 1: wähle $\{v, w\}$
- Möglichkeit 2: wähle $\{a, b\}$



Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

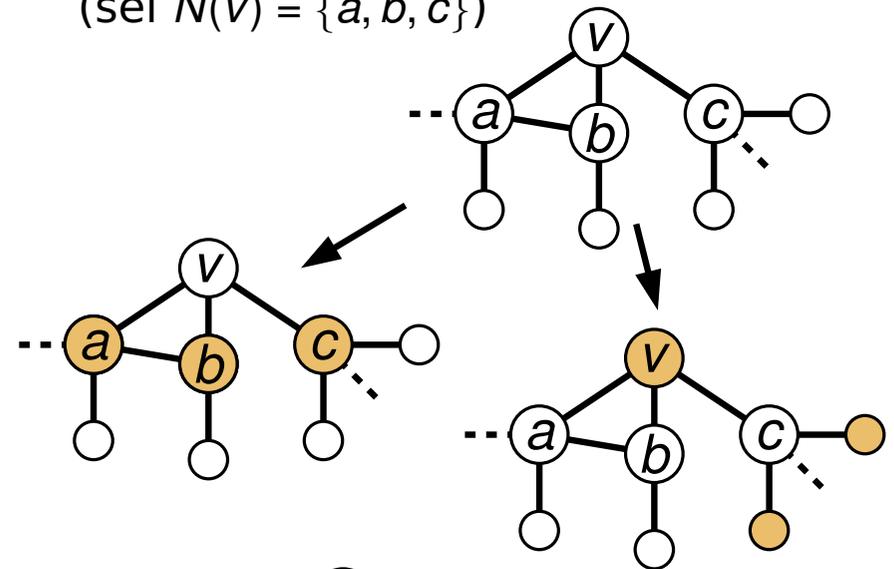
Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$

Fall 3.2: $ab \in E$

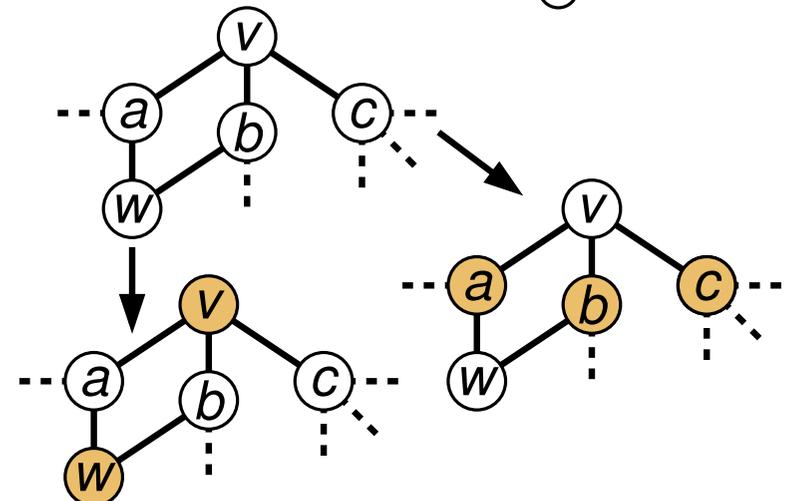
- Möglichkeit 1: wähle c nicht
 $\Rightarrow N(c)$ muss gewählt werden
- Möglichkeit 2: wähle c
 \Rightarrow es macht keinen Sinn v zu wählen
 \Rightarrow wähle zusätzlich $\{a, b\}$
- Verzweigungsvektor: $(3, 3)$

(sei $N(v) = \{a, b, c\}$)



Fall 3.3: a und b haben gem. Nachbarn w

- Möglichkeit 1: wähle $\{v, w\}$
- Möglichkeit 2: wähle $\{a, b\}$
 \Rightarrow es macht keinen Sinn v zu wählen
 \Rightarrow wähle zusätzlich c



Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

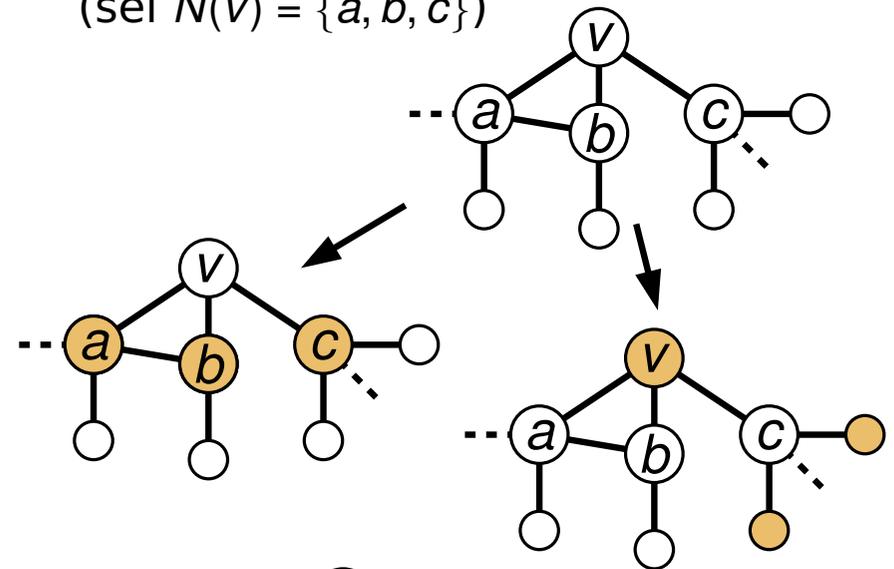
Knoten mit Grad 3

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$

Fall 3.2: $ab \in E$

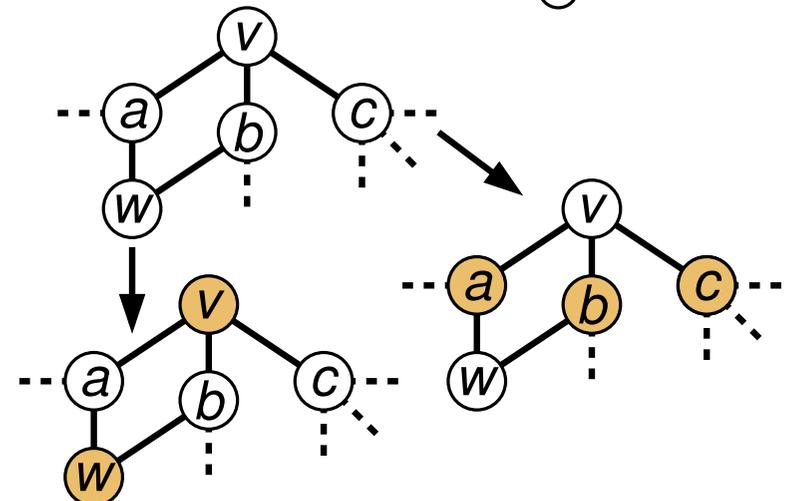
- Möglichkeit 1: wähle c nicht
 $\Rightarrow N(c)$ muss gewählt werden
- Möglichkeit 2: wähle c
 \Rightarrow es macht keinen Sinn v zu wählen
 \Rightarrow wähle zusätzlich $\{a, b\}$
- Verzweigungsvektor: $(3, 3)$

(sei $N(v) = \{a, b, c\}$)



Fall 3.3: a und b haben gem. Nachbarn w

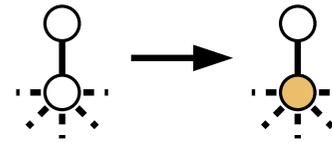
- Möglichkeit 1: wähle $\{v, w\}$
- Möglichkeit 2: wähle $\{a, b\}$
 \Rightarrow es macht keinen Sinn v zu wählen
 \Rightarrow wähle zusätzlich c
- Verzweigungsvektor: $(2, 3)$



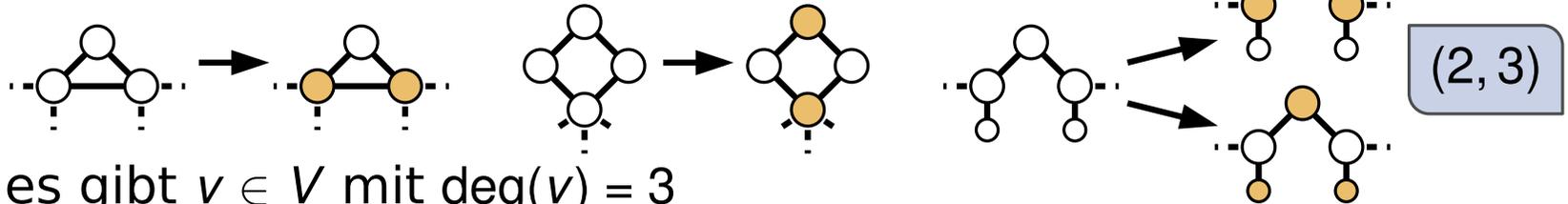
Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Bisheriger Stand

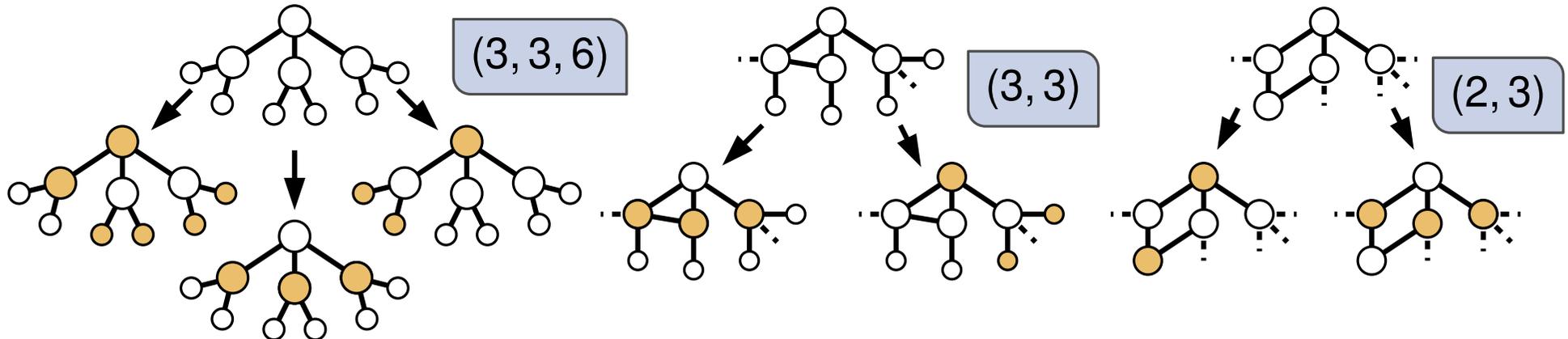
Regel 1: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 1$



Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$



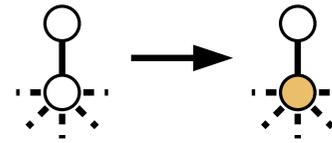
Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$



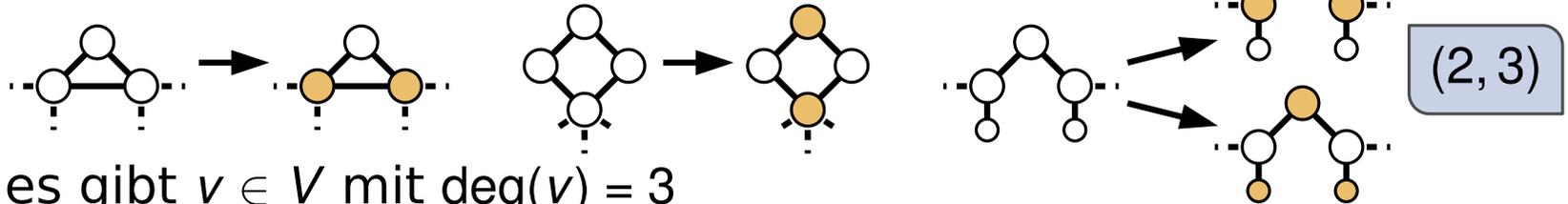
Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Bisheriger Stand

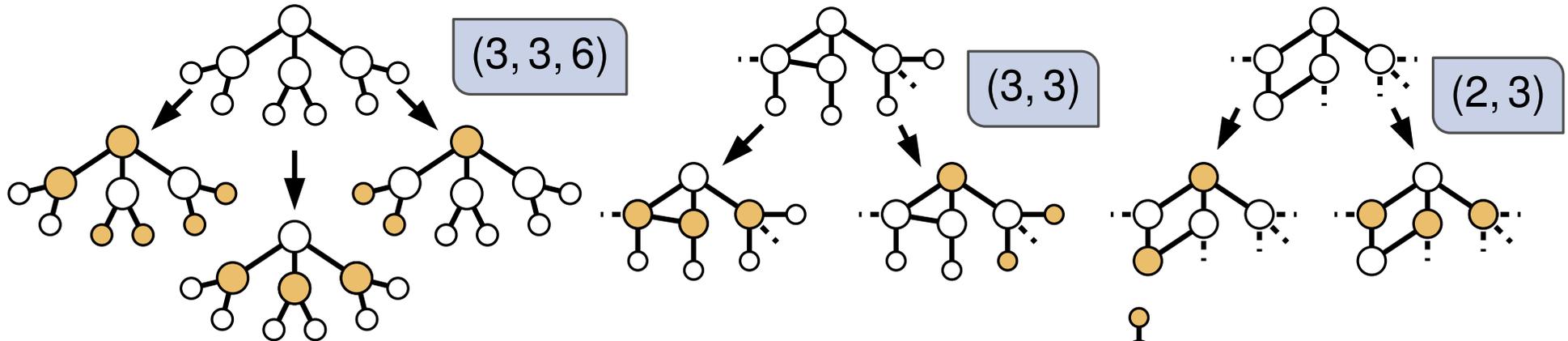
Regel 1: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 1$



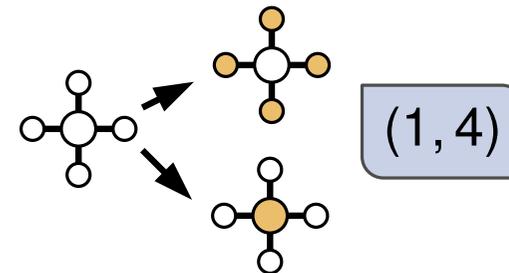
Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$



Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$



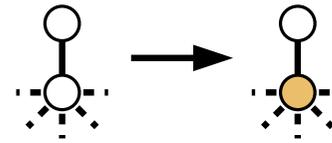
Regel 4: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 4$



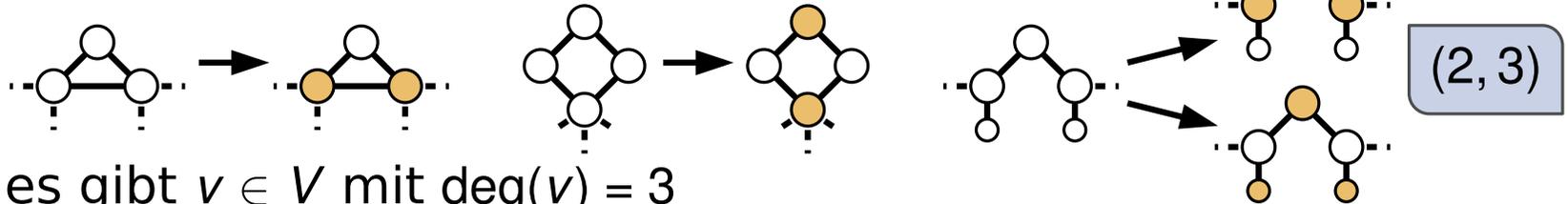
Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Bisheriger Stand

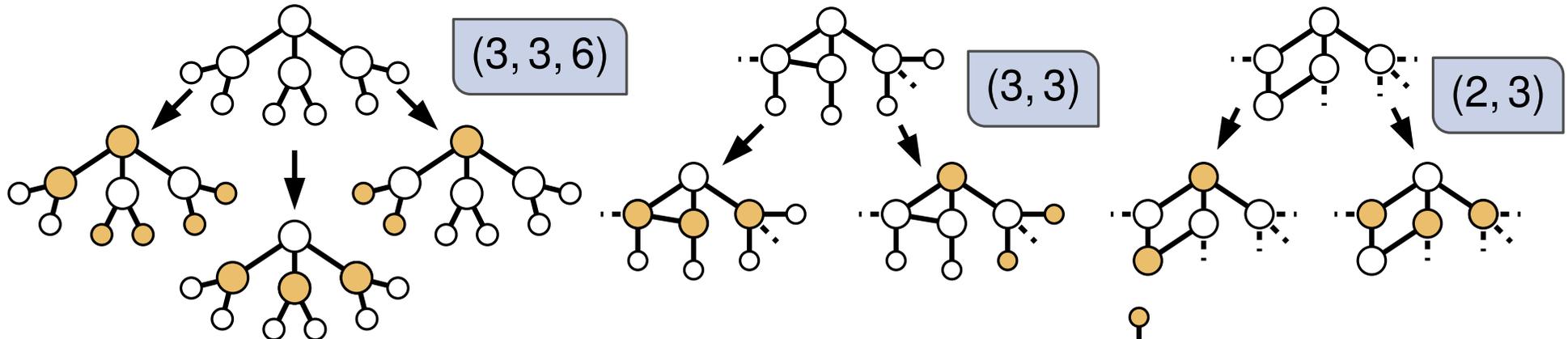
Regel 1: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 1$



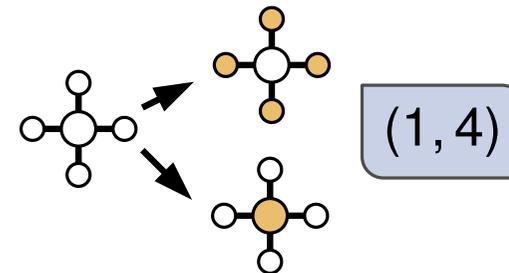
Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$



Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$



Regel 4: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 4$



⇒ **Gesamtlaufzeit:** $1,381^k \cdot n^{O(1)}$

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Geht es noch besser?

Regel 1: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 1$

Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$

(2, 3)

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$

(3, 3, 6)

(3, 3)

(2, 3)

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Geht es noch besser?

Regel 1: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 1$

Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$

(2, 3)

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$

(3, 3, 6)

(3, 3)

(2, 3)

Regel 4: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) \geq 5$

(1, $\deg(v)$)

Regel 5: alle Knoten haben Grad 4

(1, 4)

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Geht es noch besser?

Regel 1: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 1$

Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$

(2, 3)

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$

(3, 3, 6)

(3, 3)

(2, 3)

Regel 4: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) \geq 5$

(1, $\deg(v)$)

Regel 5: alle Knoten haben Grad 4

(1, 4)

Behauptung: die Gesamtlaufzeit ist $1,342^k \cdot n^{O(1)}$

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Geht es noch besser?

Regel 1: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 1$

Regel 2: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 2$

(2, 3)

Regel 3: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) = 3$

(3, 3, 6)

(3, 3)

(2, 3)

Regel 4: es gibt $v \in V$ mit $\deg(v) \geq 5$

(1, $\deg(v)$)

Regel 5: alle Knoten haben Grad 4

(1, 4)

Behauptung: die Gesamtlaufzeit ist $1,342^k \cdot n^{O(1)}$

Intuitive Begründung: Regel 5 kann in jedem Teilbaum nur ein Mal angewendet werden \Rightarrow Verzweigungsvektor (1, 4) kann man ignorieren

Verzweigungsvektor	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(2, 3)	(3, 3)	(3, 3, 6)	(3, 4, 6)
Basis b	2	1,618	1,466	1,381	1,325	1,325	1,26	1,342	1,305

Theorem

VERTEX COVER mit der Lösungsgröße k als Parameter kann in $1,342^k \cdot n^{O(1)}$ Zeit gelöst werde.

Zusammenfassung & Literaturhinweis

Theorem

VERTEX COVER mit der Lösungsgröße k als Parameter kann in $1,342^k \cdot n^{O(1)}$ Zeit gelöst werde.

Beschränkte Suchbäume

- mit besseren Verzweigungsregeln kann man die Basis verkleinern

Zusammenfassung & Literaturhinweis

Theorem

VERTEX COVER mit der Lösungsgröße k als Parameter kann in $1,342^k \cdot n^{O(1)}$ Zeit gelöst werden.

Beschränkte Suchbäume

- mit besseren Verzweigungsregeln kann man die Basis verkleinern
- Verzweigungsvektoren helfen bei der Analyse

Zusammenfassung & Literaturhinweis

Theorem

VERTEX COVER mit der Lösungsgröße k als Parameter kann in $1,342^k \cdot n^{O(1)}$ Zeit gelöst werde.

Beschränkte Suchbäume

- mit besseren Verzweigungsregeln kann man die Basis verkleinern
- Verzweigungsvektoren helfen bei der Analyse
- Nutzung des „schlechtesten“ aller Verzweigungsvektoren liefert potentiell ungenaue Schranke (Bsp: verzweige meist mit (5, 5); selten mit (1, 1))

Zusammenfassung & Literaturhinweis

Theorem

VERTEX COVER mit der Lösungsgröße k als Parameter kann in $1,342^k \cdot n^{O(1)}$ Zeit gelöst werden.

Beschränkte Suchbäume

- mit besseren Verzweigungsregeln kann man die Basis verkleinern
- Verzweigungsvektoren helfen bei der Analyse
- Nutzung des „schlechtesten“ aller Verzweigungsvektoren liefert potentiell ungenaue Schranke (Bsp: verzweige meist mit (5, 5); selten mit (1, 1))

Kleinere Basis

- beste Basis seit 2010: $O(1,2738^k + kn)$ doi.org/10.1016/j.tcs.2010.06.026

Zusammenfassung & Literaturhinweis

Theorem

VERTEX COVER mit der Lösungsgröße k als Parameter kann in $1,342^k \cdot n^{O(1)}$ Zeit gelöst werde.

Beschränkte Suchbäume

- mit besseren Verzweigungsregeln kann man die Basis verkleinern
- Verzweigungsvektoren helfen bei der Analyse
- Nutzung des „schlechtesten“ aller Verzweigungsvektoren liefert potentiell ungenaue Schranke (Bsp: verzweige meist mit (5, 5); selten mit (1, 1))

Kleinere Basis

- beste Basis seit 2010: $O(1,2738^k + kn)$ doi.org/10.1016/j.tcs.2010.06.026
- Preprint von 2022: $O^*(1,25298^k)$ arxiv.org/abs/2205.08022

Zusammenfassung & Literaturhinweis

Theorem

VERTEX COVER mit der Lösungsgröße k als Parameter kann in $1,342^k \cdot n^{O(1)}$ Zeit gelöst werde.

Beschränkte Suchbäume

- mit besseren Verzweigungsregeln kann man die Basis verkleinern
- Verzweigungsvektoren helfen bei der Analyse
- Nutzung des „schlechtesten“ aller Verzweigungsvektoren liefert potentiell ungenaue Schranke (Bsp: verzweige meist mit (5, 5); selten mit (1, 1))

Kleinere Basis

- beste Basis seit 2010: $O(1,2738^k + kn)$ doi.org/10.1016/j.tcs.2010.06.026
- Preprint von 2022: $O^*(1,25298^k)$ arxiv.org/abs/2205.08022
- siehe auch: <http://fpt.wikidot.com/fpt-races>

Problem	$f(k)$	vertices in kernel	Reference / Comments
Vertex Cover	1.2738^k	$2k$	1
Connected Vertex Cover	2^k	no $k^{O(1)}$	26, randomized algorithm
Multiway Cut	2^k	not known	21, 38: $O(k^{s+1})$ -vertex kernel with s terminals
Directed Multiway Cut	$2^{O(k^3)}$	no $k^{O(1)}$	34
Almost-2-SAT (VC-PM)	2.3146^k	$O(k^6)$	37, 38, randomized kernel
Multicut	$2^{O(k^3)}$	no $k^{O(1)}$	22, 35
Pathwidth One Deletion Set	4.65^k	$O(k^2)$	28