

~~A~~ - B - B - B - B - B ... ~~B~~

Worst Case

insert: $\Theta(1)$, delete: $\Theta(n)$
(Liste enthält n Elemente)

Amortisierte Sichtweise

\sum tatsächliche Kosten $\leq \sum$ amortisierten Kosten

n inserts, m delete

$$n + n + \frac{1}{10}n + \left(\frac{1}{10}\right)^2 n + \dots + \left(\frac{1}{10}\right)^{m-1} \cdot n$$

$n + \sum_{i=0}^{m-1} n \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^i \in \Theta(n)$ (tatsächliche Kosten)

$n + m$ (amortisierte Kosten)

Aggregationsmethode

n_1 inserts, m_1 delete, n_2 inserts, m_2 delete, ...

$$n_1 + \sum_{i=0}^{m_1-1} n_1 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^i + n_2 + \sum_{i=0}^{m_2-1} \left(n_2 + n_1 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{m_1}\right) \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^i + \dots$$

$n_1 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{m_1}$
übrige Elemente

$\in \Theta(n)$

Charging-Methode

insert: 1 Kosten-Token

delete: n Kosten-Token (n : # Elemente aktuell in der Liste)

Was müssen wir tun?

- Kostentoken verteilen
- jede Operation sollte wenige Token haben
- Token sollten nicht verloren gehen

Betrachte delete auf Liste mit n Elementen.

Seien e_1, \dots, e_k die Elemente die gelöscht werden.

Charge Kosten 10 auf $insert(e_i)$ für jedes i

$k = \frac{n}{10} \rightsquigarrow n$ Kosten losgeworden

Kostentoken pro insert: 11 $\in \Theta(1)$

Kostentoken pro delete: 0

$e_1 \dots e_2 \dots e_3 \dots e_4 \dots$

↓ insert(e_1) ↓ insert(e_2)

Kontomethode

	tatsächliche Kosten	Einzahlung	amort. Kosten
insert	1	10	11
delete	$n+1$	$-n$	1

Was müssen wir beweisen?

\rightsquigarrow Kontostand nie negativ!

\sum tats. Kosten $\stackrel{?}{\leq} \sum$ amort. Kosten

\sum tats. Kosten + \sum Einzahlung

Beh: Wenn n Elemente in der Liste

\Rightarrow Kontostand $\geq 10n$

Konto: $10n$ \rightarrow delete

\rightarrow $9n$ auf dem Konto

Elemente höherer: $n' = \frac{9}{10} \cdot n$

$n' \cdot 10 = \frac{9}{10} \cdot n \cdot 10 = 9 \cdot n$

Potentialmethode

- tats. Kosten
- (- Einzahlung)
- amort. Kosten
- Kontostand

amort. Kosten = tats. Kosten + Einzahlung
= tats. Kosten + Konto(nachher) - Konto(vorher)

$\Phi(\text{Liste}) = \# \text{Elemente} \cdot 10$

insert: $1 + 10 = 11$

delete: $11n + \frac{9}{10} \cdot n \cdot 10 - n \cdot 10$

$= 11n + 9 \cdot n - 10 \cdot n = 1$