

# Übungsblatt 01

## Algorithmen I – Sommersemester 2022

**Abgabe im ILIAS bis 27.04.2022, 14:00 Uhr**

Bitte beschrifte deine Abgabe gut sichtbar mit deinem Namen und deiner Matrikelnummer. Achte insbesondere bei handschriftlichen Abgaben auf Lesbarkeit und genügend Platz für Korrektur-Anmerkungen. Die Abgabe erfolgt über das Übungsmodul in der Gruppe Deines Tutoriums im ILIAS. Gib deine Ausarbeitungen im PDF-Format ab.

### Aufgabe 1 - O-Kalkül (2 Punkte)

Ordne die folgenden Funktionen so an, dass  $f \in O(g)$  genau dann, wenn  $f$  links von  $g$  eingeordnet ist. Du musst Deine Antwort nicht begründen.

$$\log(\sqrt[3]{n}), \quad 2^{\sqrt{n}}, \quad n!, \quad n^{\log \log(n)}, \quad \sqrt[3]{\log(n)}, \quad \sqrt{4^{\log(n)}}$$

### Aufgabe 2 - Landau-Notation (4 Punkte)

Berechne  $n_0$  und  $c$  aus der formalen Definition des jeweiligen Landau-Symbols, um zu zeigen, dass

1.  $2^{100}n \in O(n^2)$  (1 Punkt)

2.  $2^{100}n \in O(2^n)$  (1 Punkt)

3.  $\sqrt[3]{n^2} \in \Omega(\log^8(n))$  (2 Punkte)

### Aufgabe 3 - Logarithmengesetze (4 Punkte)

Für die folgenden Aufgaben dürfen (nur) die folgenden Äquivalenzen verwendet werden:

$$x^y \cdot x^z = x^{y+z} \quad (x^y)^z = x^{y \cdot z} \quad x^{\log_x(y)} = \log_x(x^y) = y$$
$$\log_x(y) = \frac{\log y}{\log x} \quad x \log_y(z) = \log_y(z^x) \quad \log_x(y \cdot z) = \log_x y + \log_x z$$

1. Zeige:  $\log_b(a) = 1/\log_a(b)$  (1 Punkt)
2. Zeige:  $a^{1/\log_n(b)} = n^{\log_b(a)}$  (1.5 Punkte)
3. Vereinfache den Ausdruck  $2^{\sum_{i=1}^n k \log(i)}$  (1.5 Punkte)

#### Aufgabe 4 - Palindromzahlen (7 Punkte)

Palindromzahlen sind natürliche Zahlen, deren Darstellung von vorne nach hinten sowie von hinten nach vorne gelesen gleich ist. Die Zahlen 1331, 74247 oder 1 sind zum Beispiel Palindromzahlen. Wir beschränken uns in dieser Aufgabe auf Darstellungen im Dezimalsystem.

Um zu überprüfen, ob eine gegebene Zahl  $x \in \mathbb{N}$  eine Palindromzahl ist, können die Ziffern von  $x$  paarweise verglichen werden: Zunächst werden die beiden äußersten Ziffern überprüft. Sind sie ungleich, ist  $x$  keine Palindromzahl. Ansonsten werden die nächstinneren Ziffern verglichen. Dieser Vorgang wiederholt sich so lange, bis die Mitte der Darstellung erreicht ist. Waren alle verglichenen Ziffern gleich, ist  $x$  eine Palindromzahl. Im Folgenden soll die Beschreibung des Algorithmus verfeinert und in Pseudocode umgesetzt werden.

1. Zunächst ist es hilfreich, die Anzahl Ziffern bestimmen zu können, die die Dezimaldarstellung einer beliebigen Zahl  $x \in \mathbb{N}$  enthält. Beschreibe einen Algorithmus, der dies leistet. Nenne und begründe dabei die Anzahl benötigter arithmetischer Operationen. (1.5 Punkte)
2. Gegeben sei eine Zahl  $x \in \mathbb{N}_+$  mit  $n \in \mathbb{N}_+$  Ziffern. Wir nummerieren die Ziffern bei 0 beginnend aufsteigend von rechts nach links. Die höchstwertige Ziffer bezeichnen wir also als die  $(n - 1)$ -ste Ziffer. Beschreibe, wie die  $i$ -te Ziffer von  $x$  bestimmt werden kann. Du darfst davon ausgehen, dass  $0 \leq i < n$  gilt. Nenne und begründe dabei die Anzahl benötigter arithmetischer Operationen. (1.5 Punkte)
3. Formuliere nun den Algorithmus mit der folgenden Signatur in Pseudocode, der überprüft, ob seine Eingabe eine Palindromzahl ist. (3 Punkte)

ISPALINDROME( $x: \mathbb{N}$ ): Bool

Dabei stehen dir die Hilfsmethoden zu Verfügung, die in Teilaufgabe 1 und 2 entwickelt wurden:

NUMBEROFDIGITS( $x: \mathbb{N}$ ):  $\mathbb{N}$

GETDIGIT( $x: \mathbb{N}, i: \mathbb{N}$ ):  $\mathbb{N}$

4. Gib eine möglichst genaue Abschätzung der Anzahl arithmetischer Operationen im O-Kalkül an, die dein Algorithmus benötigt. Begründen deine Antwort. (1 Punkt)