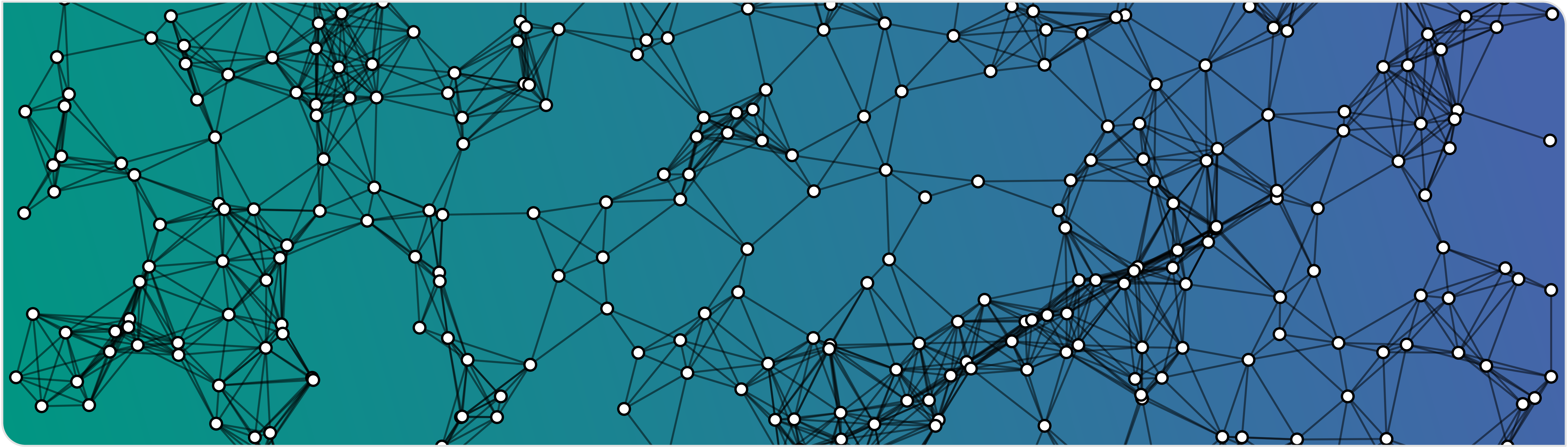
Karlsruher Institut für Technologie

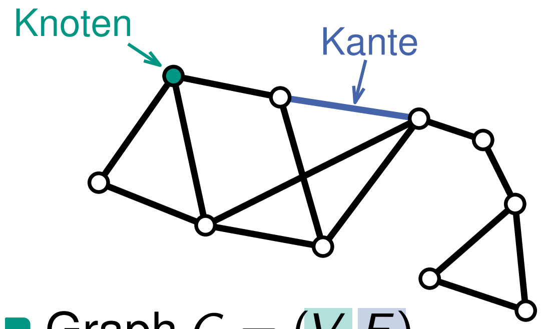
# Algorithmen 1

## Graphen und Breitensuche



# Graphen: Grundbegriffe

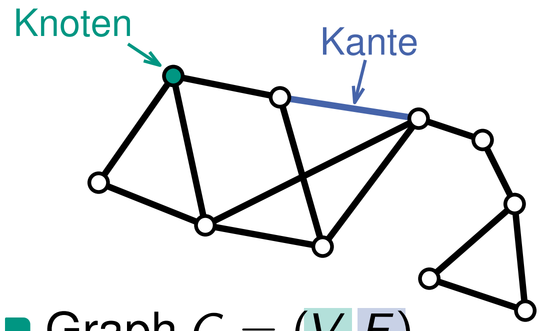
## Knoten & Kanten



- Graph $G = (V, E)$
- $|V| = n$, $|E| = m$

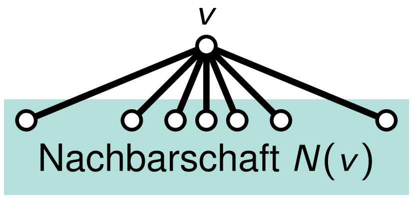
# Graphen: Grundbegriffe

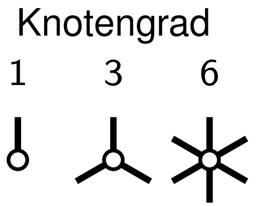
## Knoten & Kanten

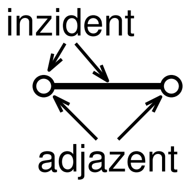


- Graph $G = (V, E)$
- $|V| = n$, $|E| = m$

## Nachbarschaft

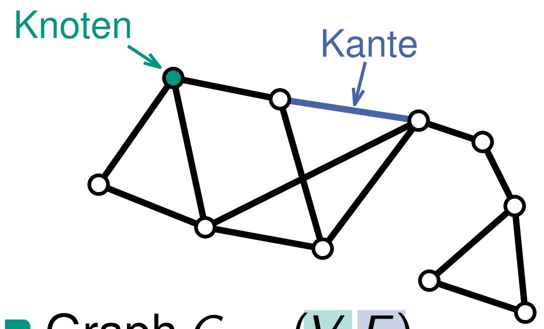






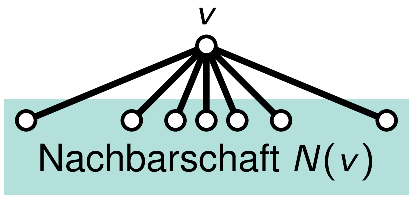
# Graphen: Grundbegriffe

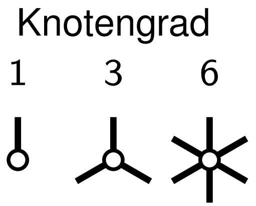
## Knoten & Kanten

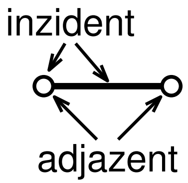


- Graph $G = (V, E)$
- $|V| = n$, $|E| = m$

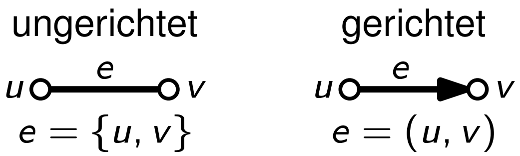
## Nachbarschaft

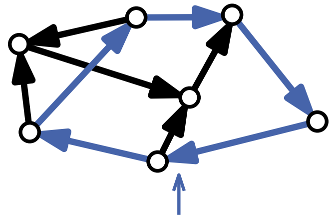






## Gerichtete Graphen

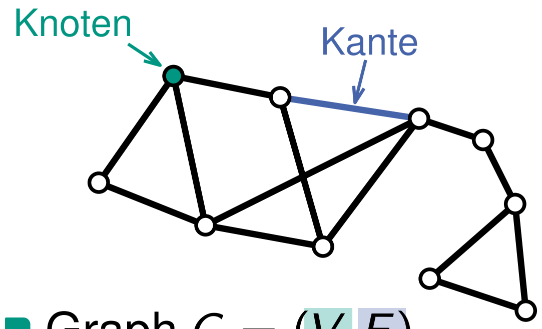




gerichteter Kreis (Zyklus)

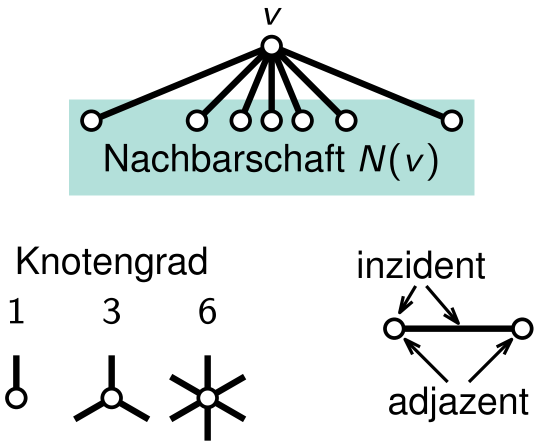
# Graphen: Grundbegriffe

## Knoten & Kanten

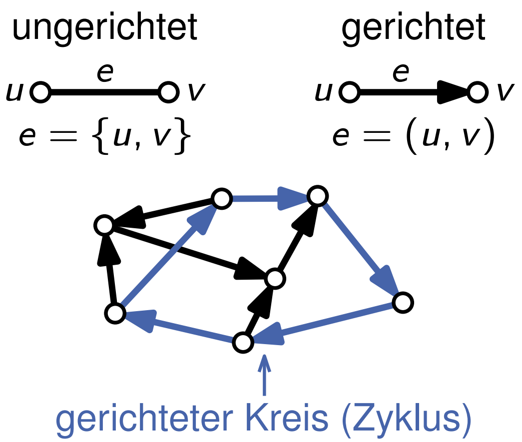


- Graph $G = (V, E)$
- $|V| = n$, $|E| = m$

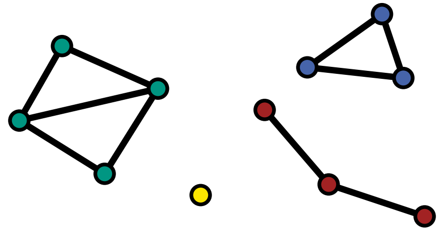
## Nachbarschaft



## Gerichtete Graphen



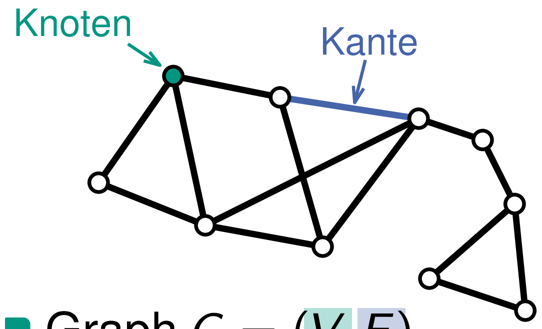
## Komponenten



- unzusammenhängend
- 4 Zusammenhangskomp.

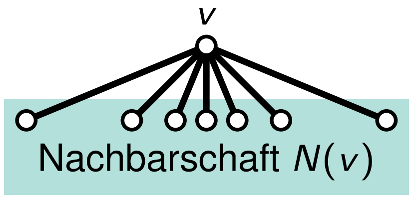
# Graphen: Grundbegriffe

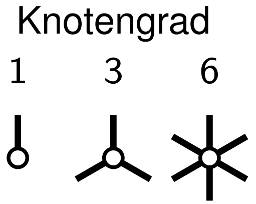
## Knoten & Kanten

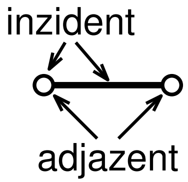


- Graph $G = (V, E)$
- $|V| = n$, $|E| = m$

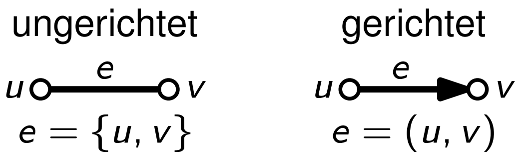
## Nachbarschaft

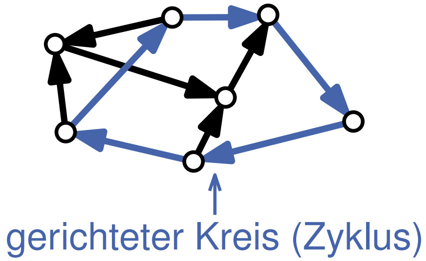




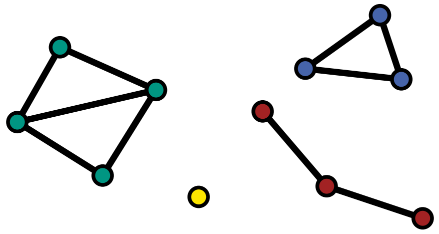


## Gerichtete Graphen





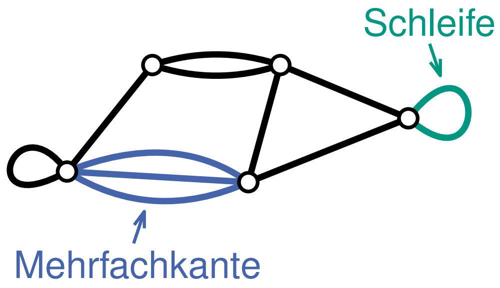
## Komponenten



- unzusammenhängend
- 4 Zusammenhangskomp.

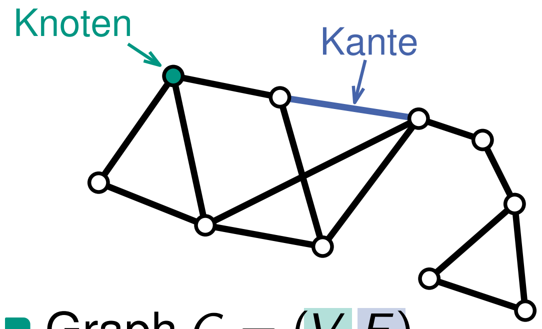
## Einfache Graphen

- keine Schleifen
- keine Mehrfachkanten



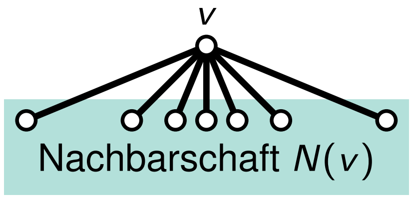
# Graphen: Grundbegriffe

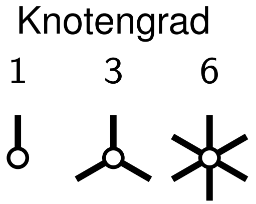
## Knoten & Kanten

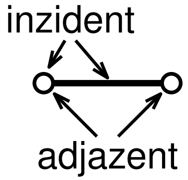


- Graph $G = (V, E)$
- $|V| = n$, $|E| = m$

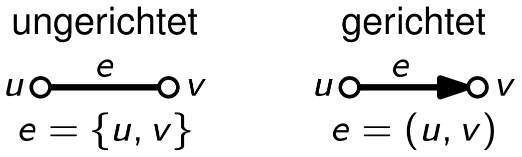
## Nachbarschaft

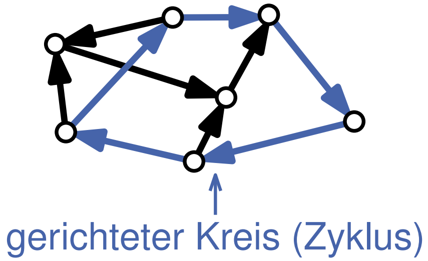




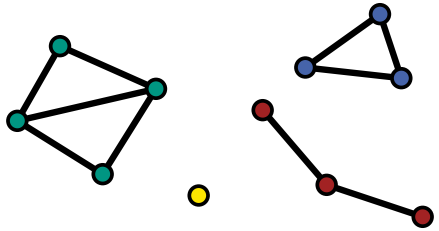


## Gerichtete Graphen





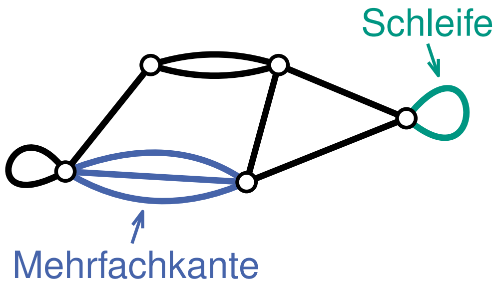
## Komponenten



- unzusammenhängend
- 4 Zusammenhangskomp.

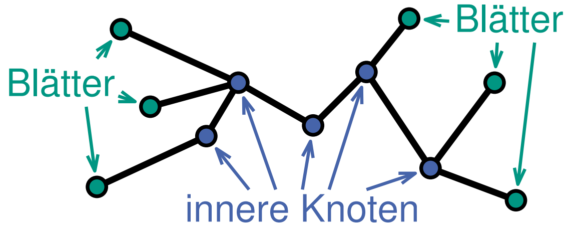
## Einfache Graphen

- keine Schleifen
- keine Mehrfachkanten



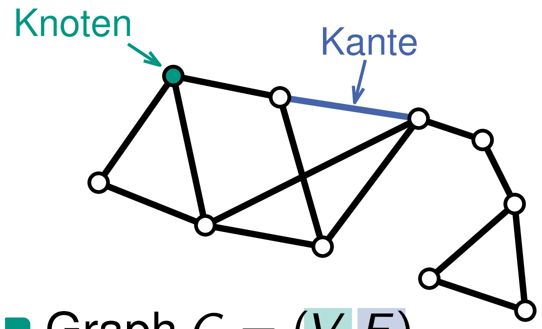
## Baum

- kreisfrei
- zusammenhängend



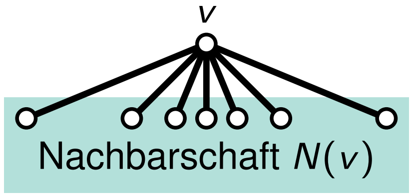
# Graphen: Grundbegriffe

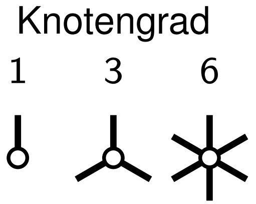
## Knoten & Kanten

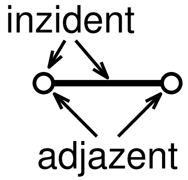


- Graph $G = (V, E)$
- $|V| = n$, $|E| = m$

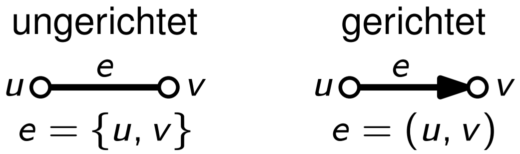
## Nachbarschaft

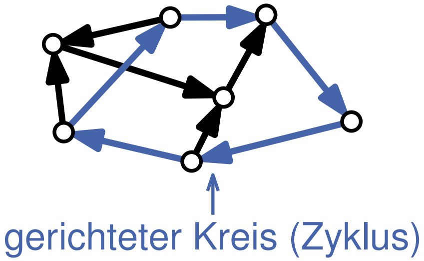




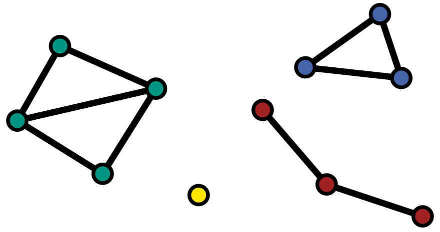


## Gerichtete Graphen





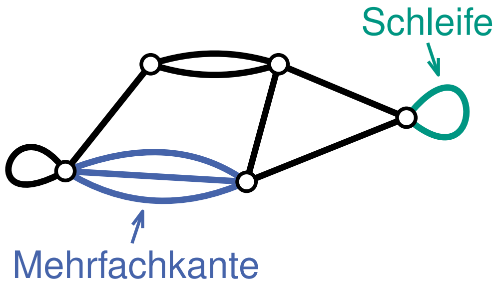
## Komponenten



- unzusammenhängend
- 4 Zusammenhangskomp.

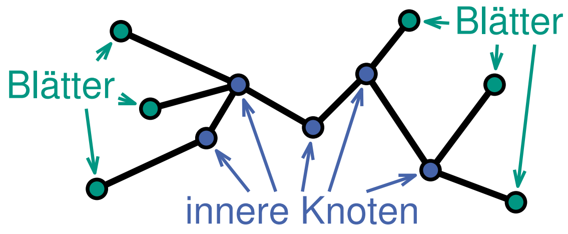
## Einfache Graphen

- keine Schleifen
- keine Mehrfachkanten



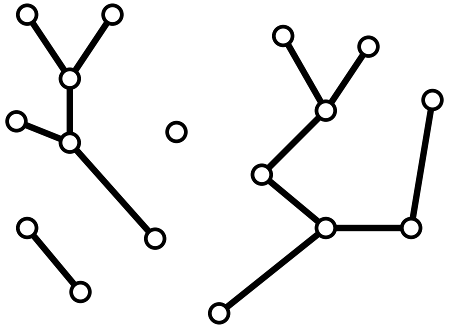
## Baum

- kreisfrei
- zusammenhängend



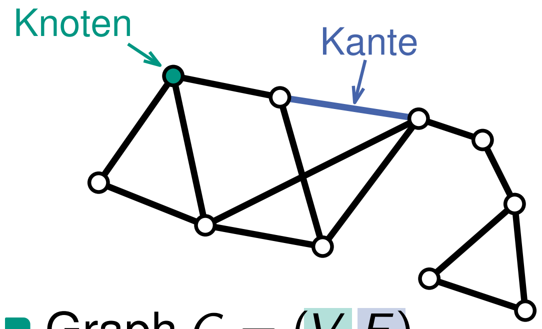
## Wald

- kreisfrei



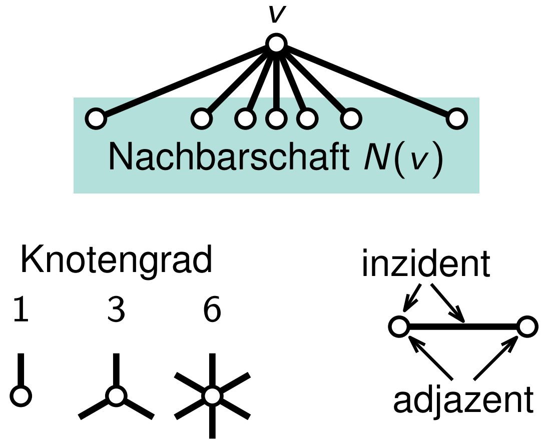
# Graphen: Grundbegriffe

## Knoten & Kanten

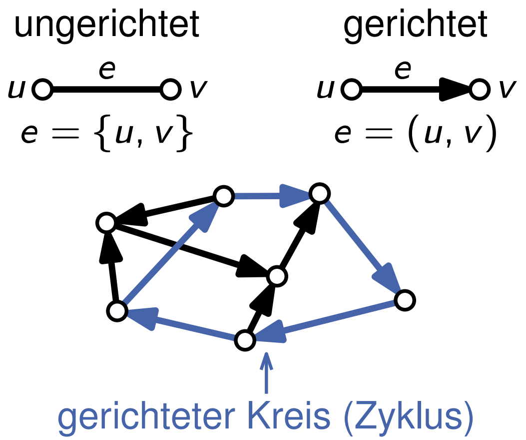


- Graph $G = (V, E)$
- $|V| = n$, $|E| = m$

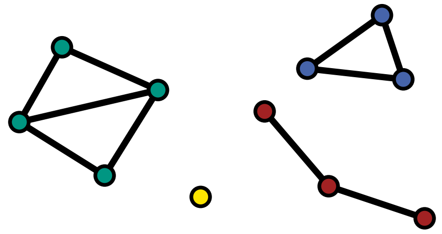
## Nachbarschaft



## Gerichtete Graphen



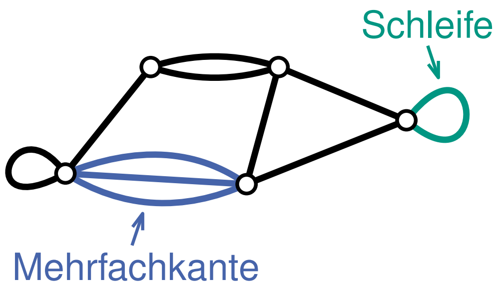
## Komponenten



- unzusammenhängend
- 4 Zusammenhangskomp.

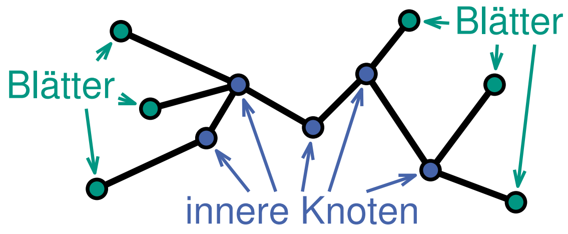
## Einfache Graphen

- keine Schleifen
- keine Mehrfachkanten



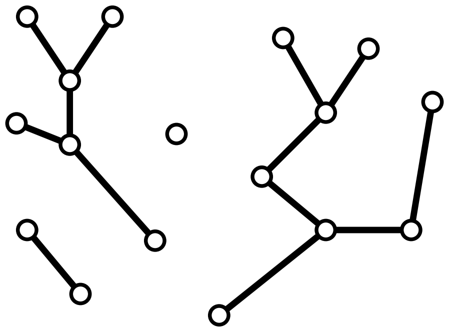
## Baum

- kreisfrei
- zusammenhängend

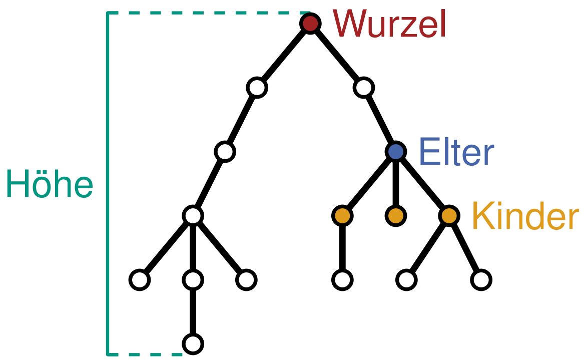


## Wald

- kreisfrei



## Gewurzelter Baum



# Ein erstes Graphenproblem

## Graphen sind allgegenwärtig

- modelliert Beziehungen (Kanten) zwischen Paaren von Objekten (Knoten)
    - Kontakte zwischen Lebewesen
    - Interaktionen zwischen Proteinen
    - Kommunikation zwischen Sensoren
    - . . .

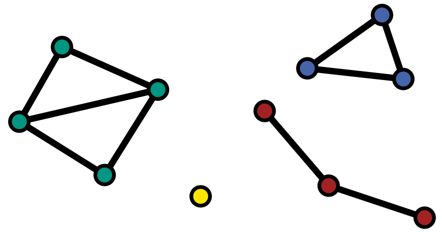
# Ein erstes Graphenproblem

## Graphen sind allgegenwärtig

- modelliert Beziehungen (Kanten) zwischen Paaren von Objekten (Knoten)
  - Kontakte zwischen Lebewesen
  - Interaktionen zwischen Proteinen
  - Kommunikation zwischen Sensoren
  - . . .

## Grundlegendes Problem: Zusammenhangskomponenten finden

- gegeben: Graph (z.B. als Liste von Kanten)
- Ziel: färbe die Knoten entsprechend der Komponenten

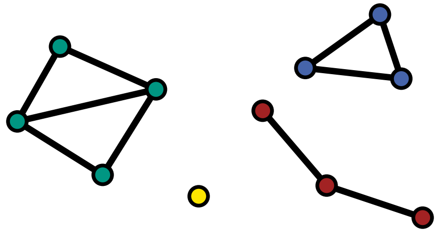


# Ein erstes Graphenproblem

## Graphen sind allgegenwärtig

- modelliert Beziehungen (Kanten) zwischen Paaren von Objekten (Knoten)
  - Kontakte zwischen Lebewesen
  - Interaktionen zwischen Proteinen
  - Kommunikation zwischen Sensoren
  - . . .

## Grundlegendes Problem: Zusammenhangskomponenten finden



- gegeben: Graph (z.B. als Liste von Kanten)
- Ziel: färbe die Knoten entsprechend der Komponenten

## Vorgehen: Graphtraversierung

- laufe bei einem Knoten $s$ los
- finde und färbe alle Knoten, die von $s$ aus erreichbar sind
- wähle neue Farbe und wiederhole mit noch ungefärbtem Knoten (falls vorhanden)

# Graphtraversierung

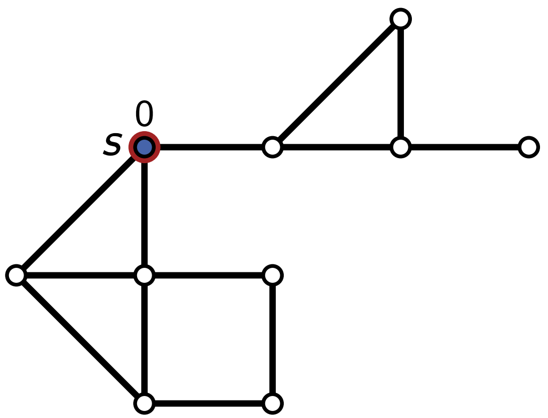
**Tiefensuche (DFS)**

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger

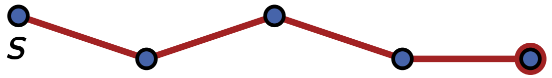
# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger



● besuchter Knoten
○ unbesuchter Knoten
◉ aktueller Knoten

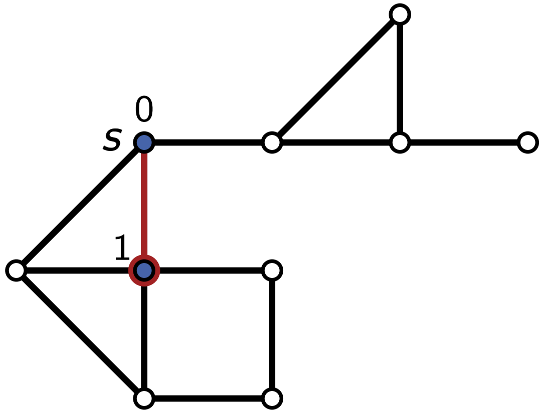


Pfad zum aktuellen Knoten

# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

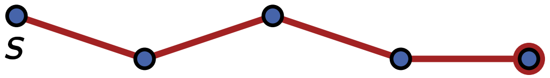
- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger



● besuchter Knoten

○ unbesuchter Knoten

◉ aktueller Knoten

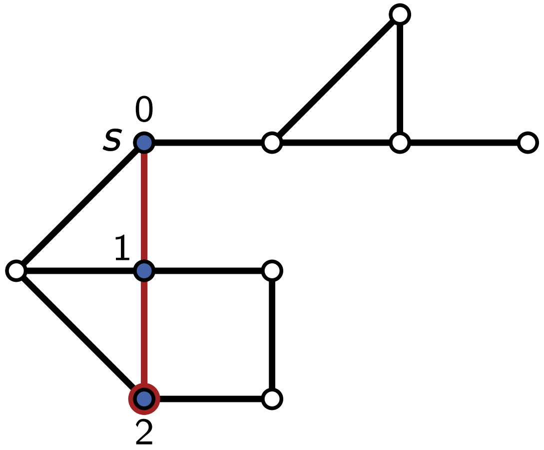


Pfad zum aktuellen Knoten

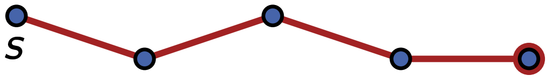
# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger



- ● besuchter Knoten
- ○ unbesuchter Knoten
- ◉ aktueller Knoten

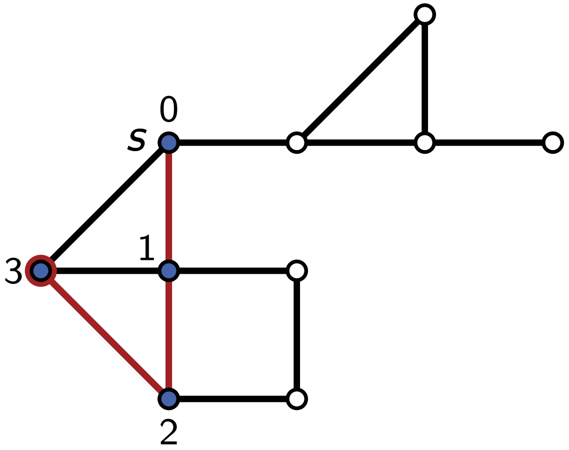


Pfad zum aktuellen Knoten

# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

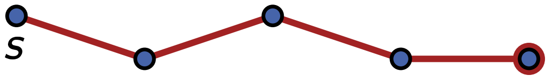
- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger



● besuchter Knoten

○ unbesuchter Knoten

◉ aktueller Knoten

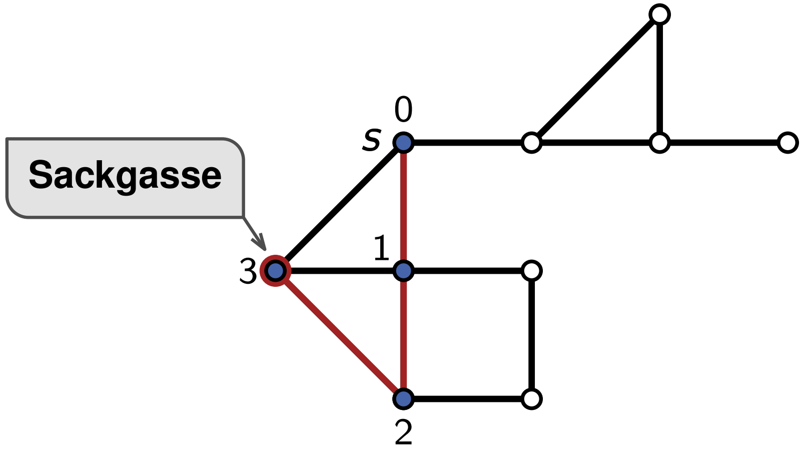


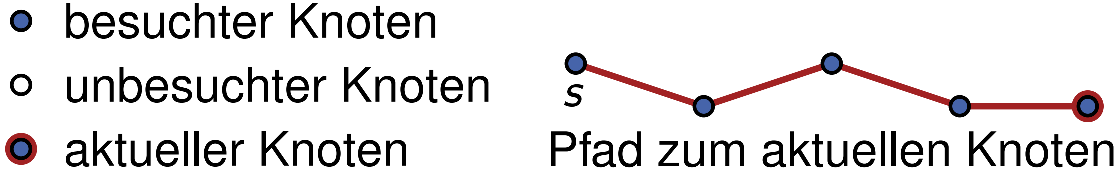
Pfad zum aktuellen Knoten

# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger

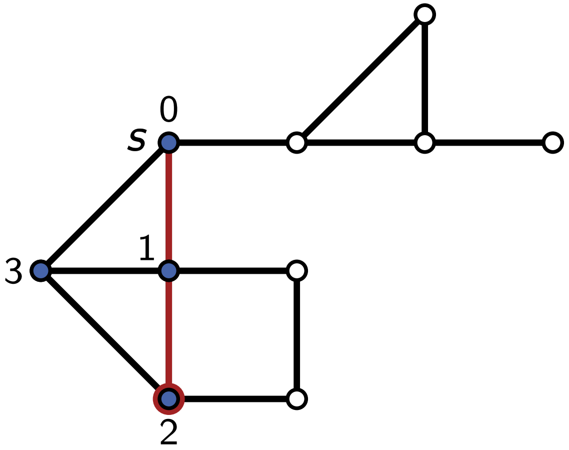




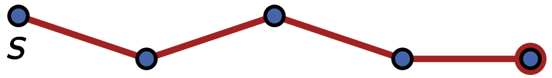
# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger



- ● besuchter Knoten
- ○ unbesuchter Knoten
- ◉ aktueller Knoten

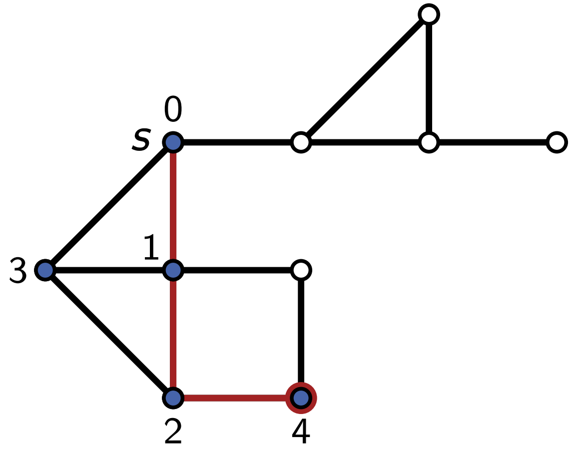


Pfad zum aktuellen Knoten

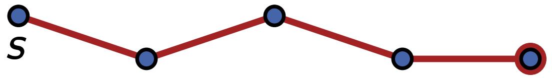
# Graphtraversierung

**Tiefensuche (DFS)**

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger



- ● besuchter Knoten
- ○ unbesuchter Knoten
- ◉ aktueller Knoten

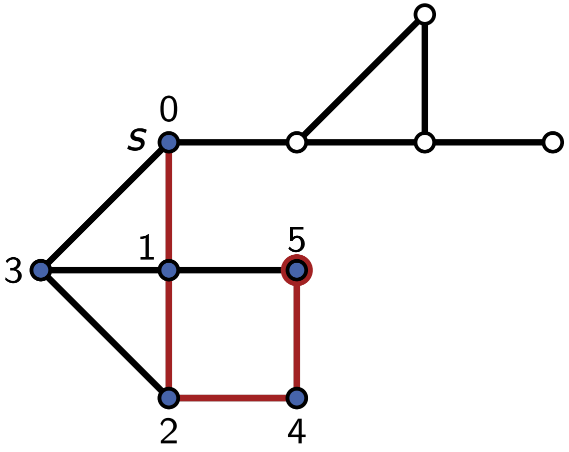


Pfad zum aktuellen Knoten

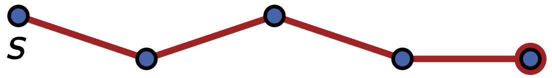
# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger



- ● besuchter Knoten
- ○ unbesuchter Knoten
- ◉ aktueller Knoten

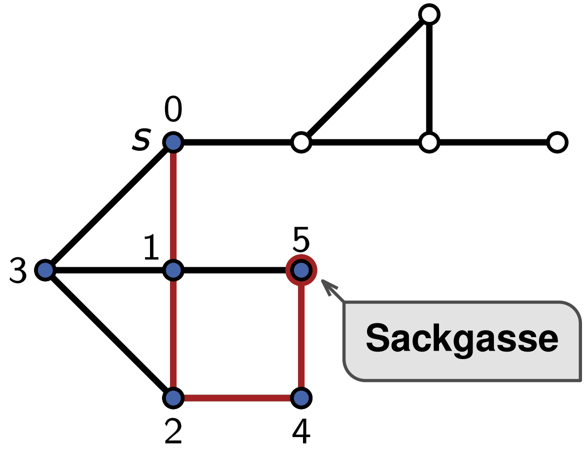


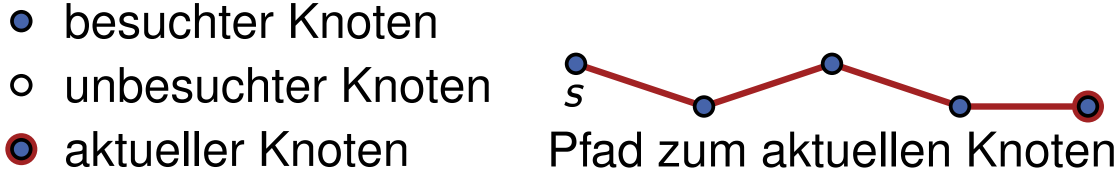
Pfad zum aktuellen Knoten

# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger

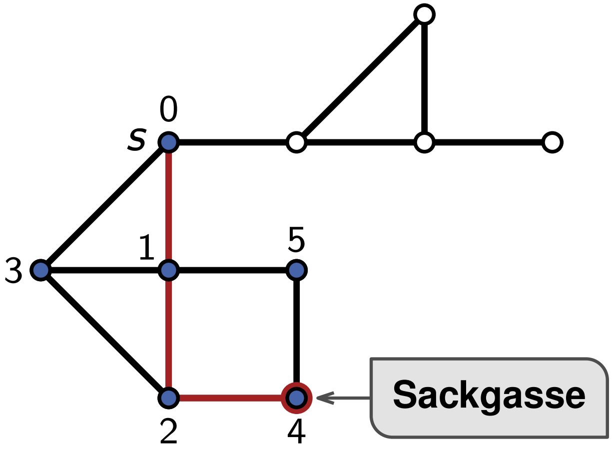




# Graphtraversierung

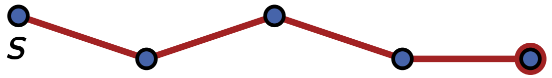
## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger



**Sackgasse**

- ● besuchter Knoten
- ○ unbesuchter Knoten
- ◉ aktueller Knoten

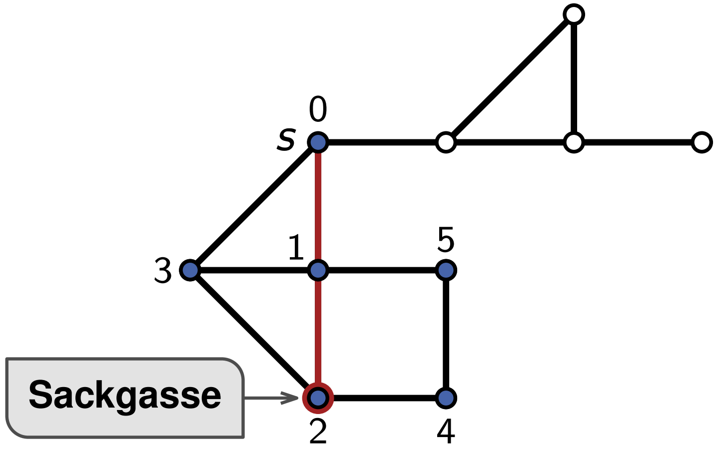


Pfad zum aktuellen Knoten

# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

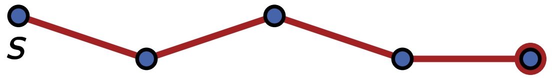
- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger



● besuchter Knoten

○ unbesuchter Knoten

◉ aktueller Knoten

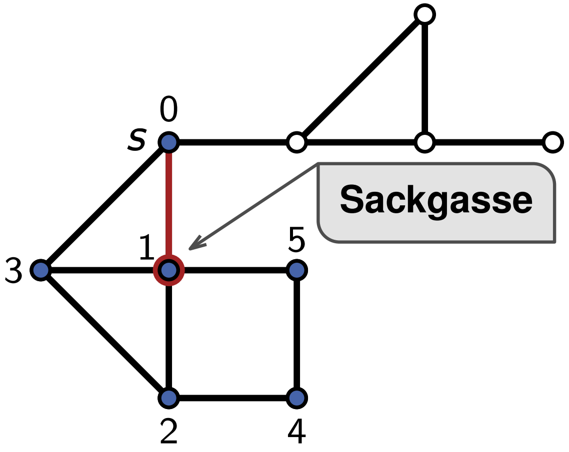


Pfad zum aktuellen Knoten

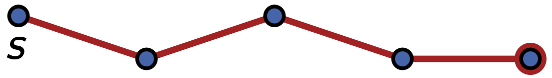
# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger



- ● besuchter Knoten
- ○ unbesuchter Knoten
- ◉ aktueller Knoten

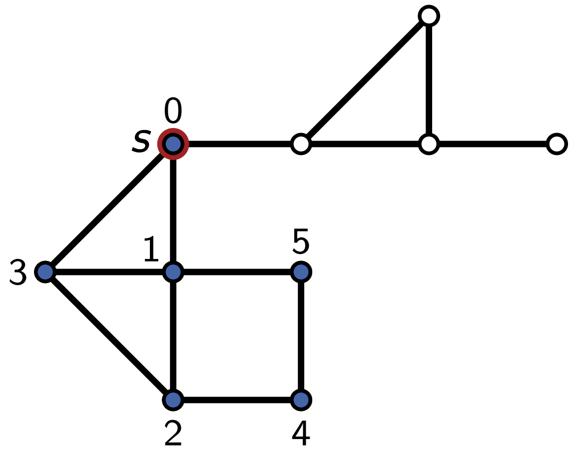


Pfad zum aktuellen Knoten

# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

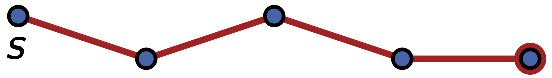
- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger



● besuchter Knoten

○ unbesuchter Knoten

◉ aktueller Knoten

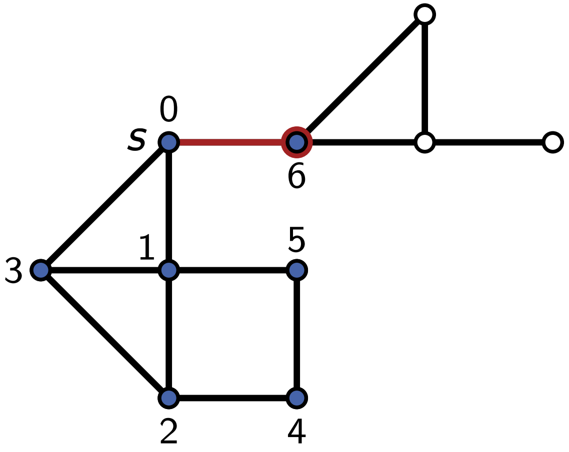


Pfad zum aktuellen Knoten

# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

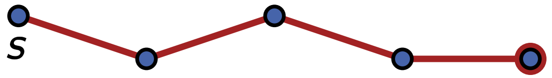
- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger



● besuchter Knoten

○ unbesuchter Knoten

◉ aktueller Knoten

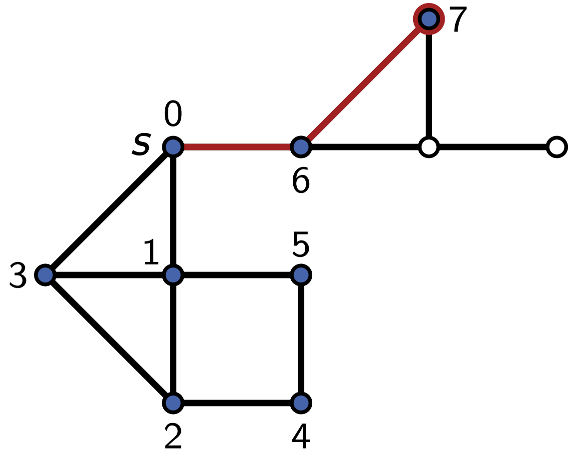


Pfad zum aktuellen Knoten

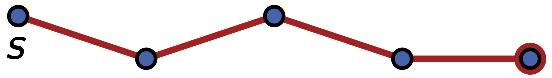
# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger



- ● besuchter Knoten
- ○ unbesuchter Knoten
- ◉ aktueller Knoten

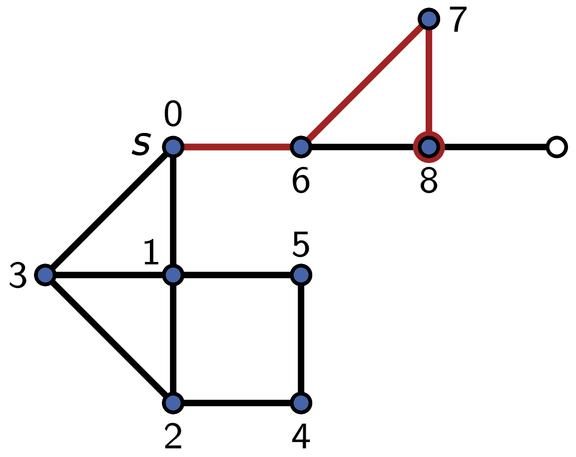


Pfad zum aktuellen Knoten

# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

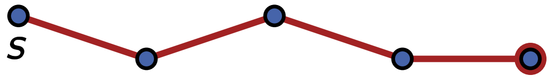
- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger



● besuchter Knoten

○ unbesuchter Knoten

◉ aktueller Knoten

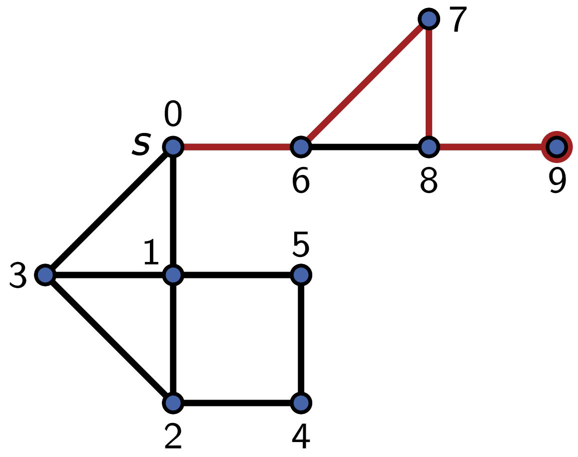


Pfad zum aktuellen Knoten

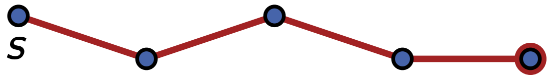
# Graphtraversierung

**Tiefensuche (DFS)**

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger



- ● besuchter Knoten
- ○ unbesuchter Knoten
- ◉ aktueller Knoten

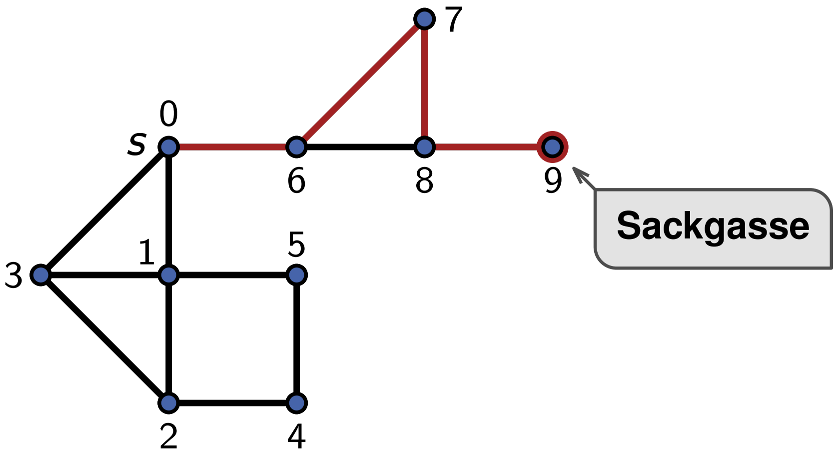


Pfad zum aktuellen Knoten

# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

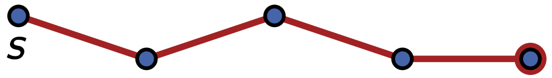
- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger



● besuchter Knoten

○ unbesuchter Knoten

◉ aktueller Knoten

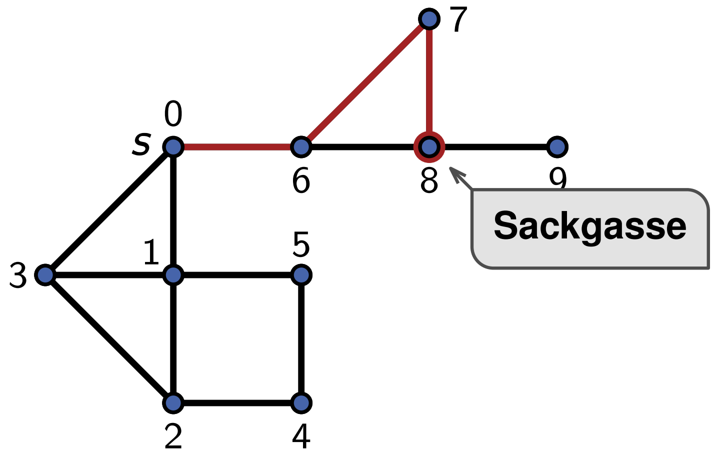


Pfad zum aktuellen Knoten

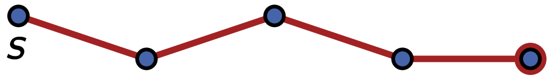
# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger



- ● besuchter Knoten
- ○ unbesuchter Knoten
- ◉ aktueller Knoten

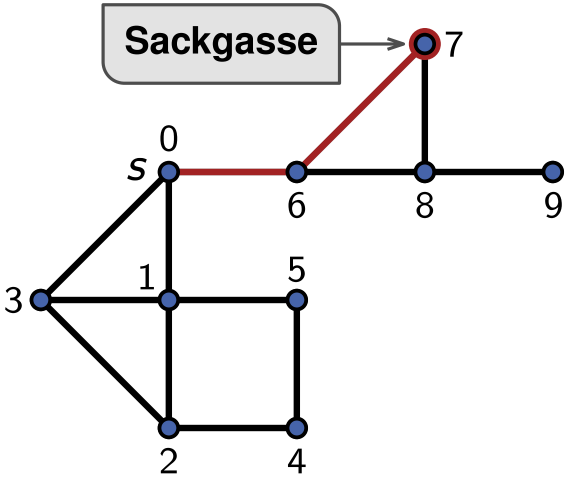


Pfad zum aktuellen Knoten

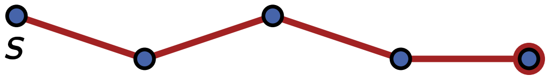
# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger



- ● besuchter Knoten
- ○ unbesuchter Knoten
- ◉ aktueller Knoten

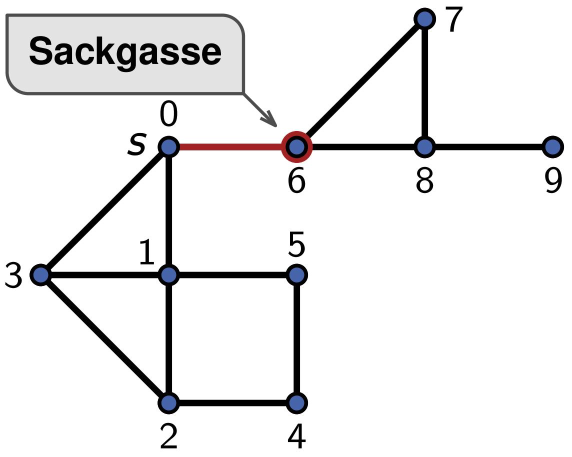


Pfad zum aktuellen Knoten

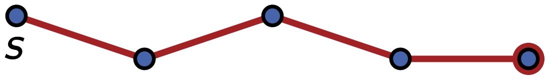
# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger



● besuchter Knoten
○ unbesuchter Knoten
◉ aktueller Knoten

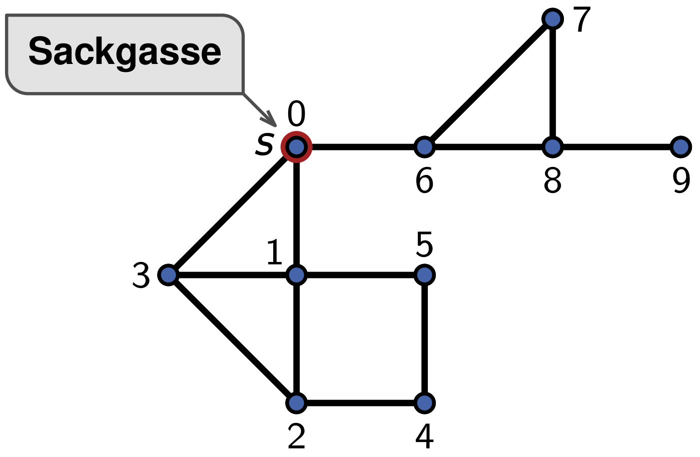


Pfad zum aktuellen Knoten

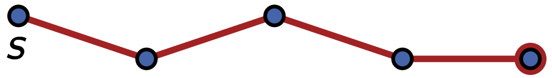
# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger



- ● besuchter Knoten
- ○ unbesuchter Knoten
- ◉ aktueller Knoten

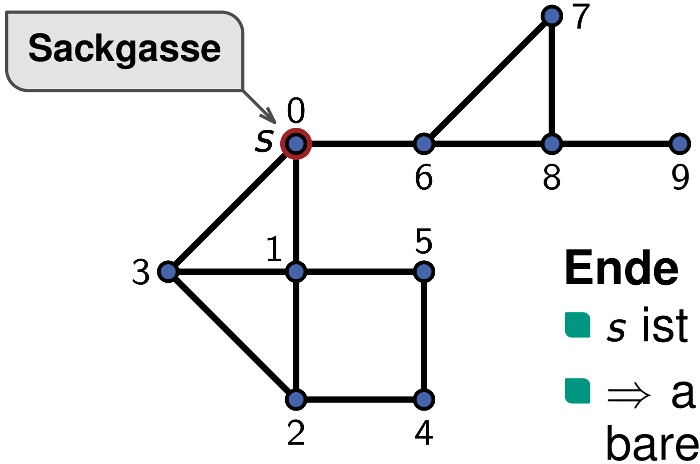


Pfad zum aktuellen Knoten

# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger



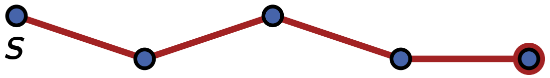
**Ende**

- $s$ ist Sackgasse
- ⇒ alle von $s$ erreichbaren Knoten gefärbt

● besuchter Knoten

○ unbesuchter Knoten

◉ aktueller Knoten

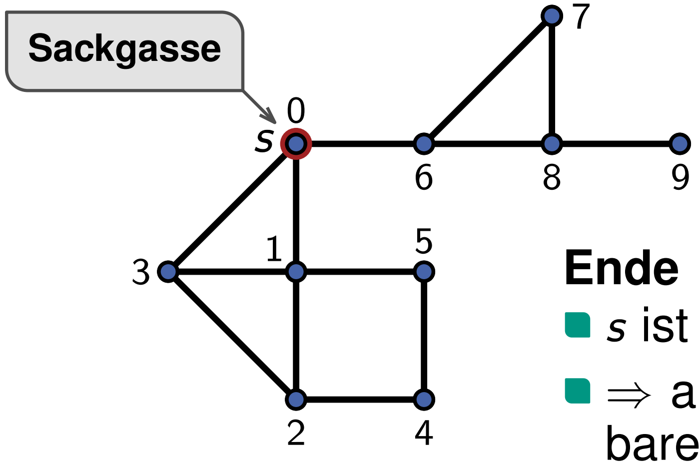


Pfad zum aktuellen Knoten

# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

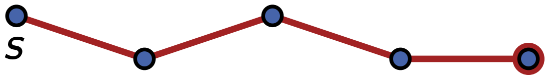
- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar) $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger



**Ende**

- $s$ ist Sackgasse
- $\Rightarrow$ alle von $s$ erreichbaren Knoten gefärbt

● besuchter Knoten
○ unbesuchter Knoten
◉ aktueller Knoten



Pfad zum aktuellen Knoten

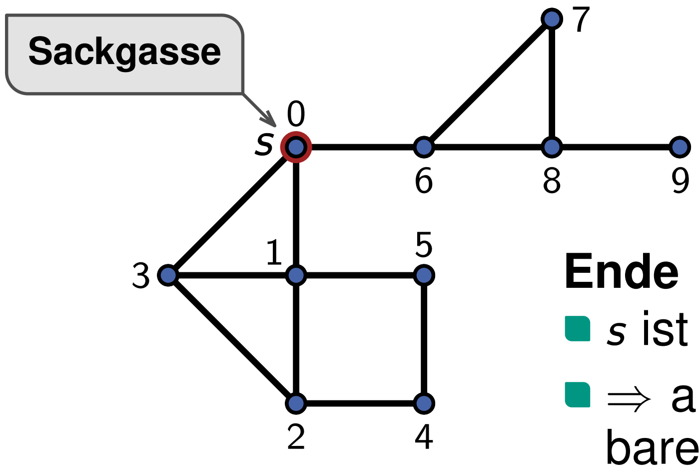
## Breitensuche (BFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- besuche alle Nachbarn von $s$
- dann alle Nachbarn der Nachbarn usw.

# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

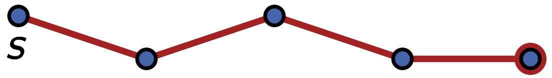
- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger



**Ende**

- $s$ ist Sackgasse
- $\Rightarrow$ alle von $s$ erreichbaren Knoten gefärbt

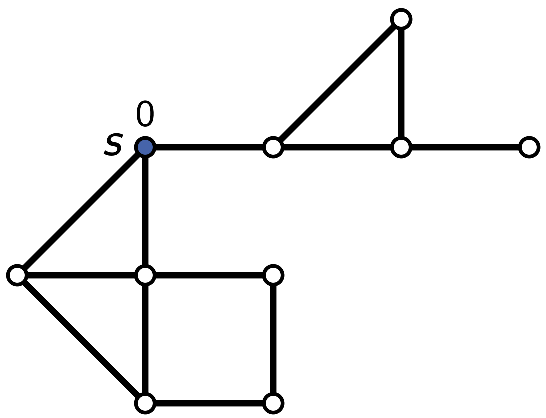
● besuchter Knoten
○ unbesuchter Knoten
◉ aktueller Knoten



Pfad zum aktuellen Knoten

## Breitensuche (BFS)

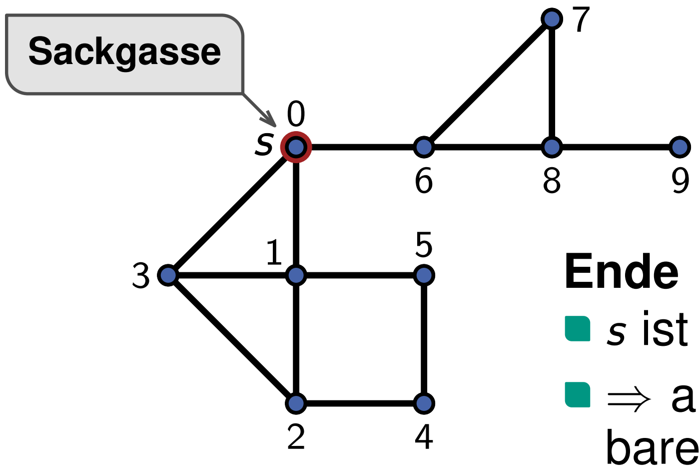
- starte bei einem Knoten $s$
- besuche alle Nachbarn von $s$
- dann alle Nachbarn der Nachbarn usw.



# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger



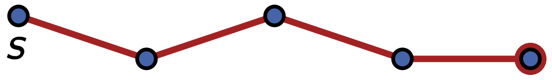
**Ende**

- $s$ ist Sackgasse
- $\Rightarrow$ alle von $s$ erreichbaren Knoten gefärbt

● besucherter Knoten

○ unbesuchter Knoten

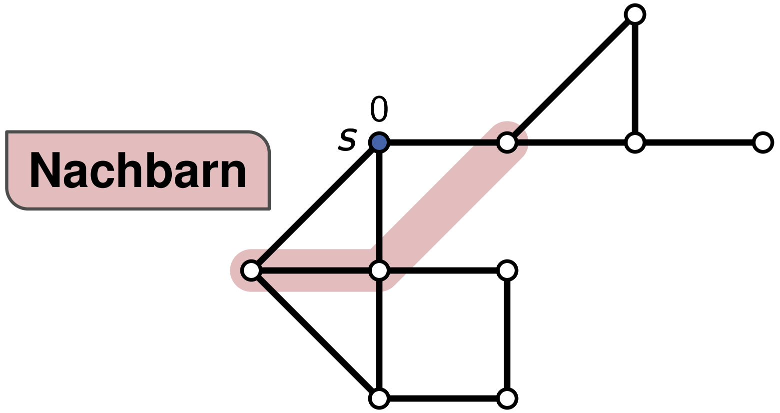
◉ aktueller Knoten



Pfad zum aktuellen Knoten

## Breitensuche (BFS)

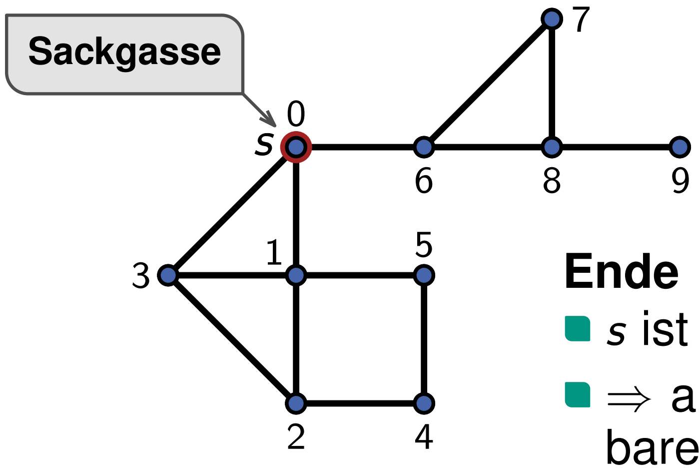
- starte bei einem Knoten $s$
- besuche alle Nachbarn von $s$
- dann alle Nachbarn der Nachbarn usw.



# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

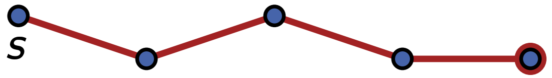
- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger



**Ende**

- $s$ ist Sackgasse
- $\Rightarrow$ alle von $s$ erreichbaren Knoten gefärbt

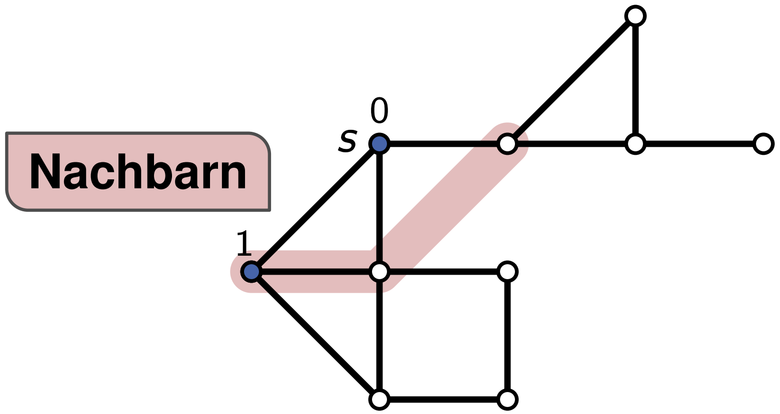
● besuchter Knoten
○ unbesuchter Knoten
◉ aktueller Knoten



Pfad zum aktuellen Knoten

## Breitensuche (BFS)

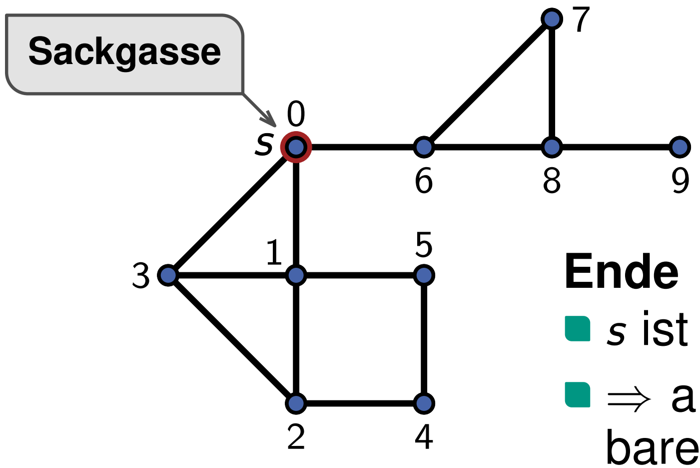
- starte bei einem Knoten $s$
- besuche alle Nachbarn von $s$
- dann alle Nachbarn der Nachbarn usw.



# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger



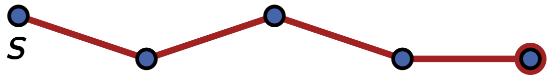
**Ende**

- $s$ ist Sackgasse
- $\Rightarrow$ alle von $s$ erreichbaren Knoten gefärbt

● besuchter Knoten

○ unbesuchter Knoten

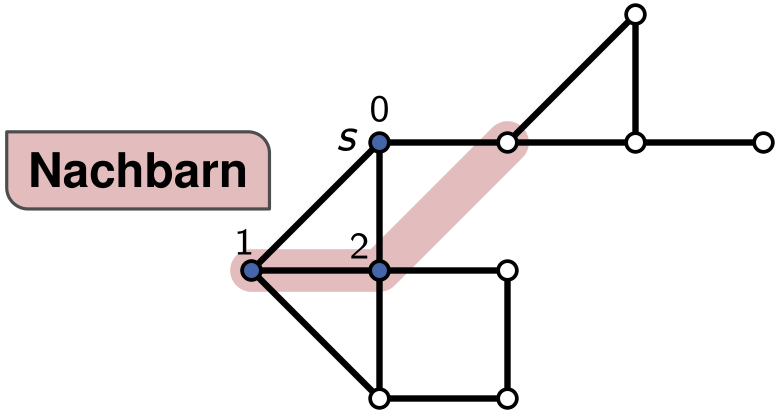
◉ aktueller Knoten



Pfad zum aktuellen Knoten

## Breitensuche (BFS)

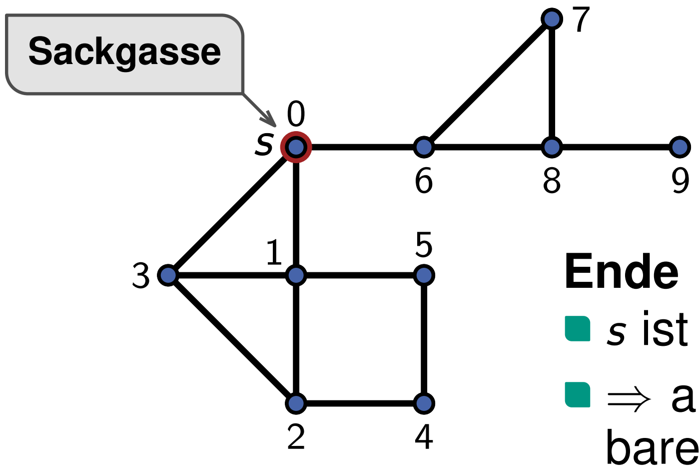
- starte bei einem Knoten $s$
- besuche alle Nachbarn von $s$
- dann alle Nachbarn der Nachbarn usw.



# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger



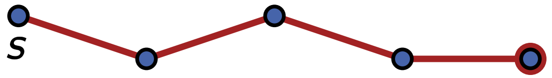
**Ende**

- $s$ ist Sackgasse
- ⇒ alle von $s$ erreichbaren Knoten gefärbt

● besuchter Knoten

○ unbesuchter Knoten

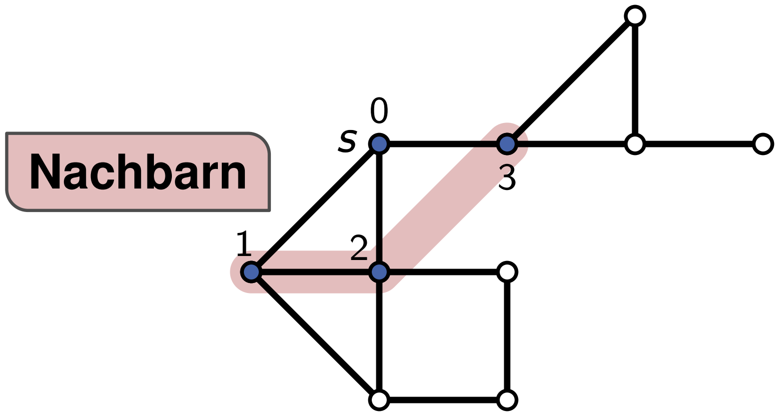
◉ aktueller Knoten



Pfad zum aktuellen Knoten

## Breitensuche (BFS)

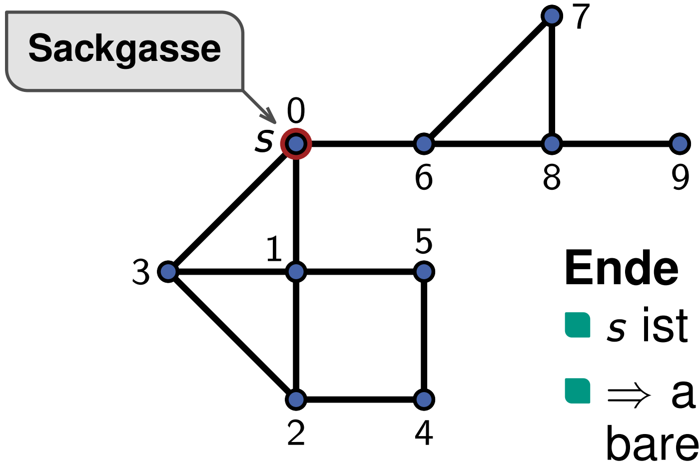
- starte bei einem Knoten $s$
- besuche alle Nachbarn von $s$
- dann alle Nachbarn der Nachbarn usw.



# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

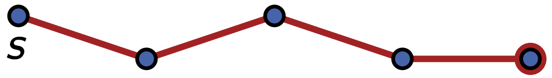
- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger



**Ende**

- $s$ ist Sackgasse
- $\Rightarrow$ alle von $s$ erreichbaren Knoten gefärbt

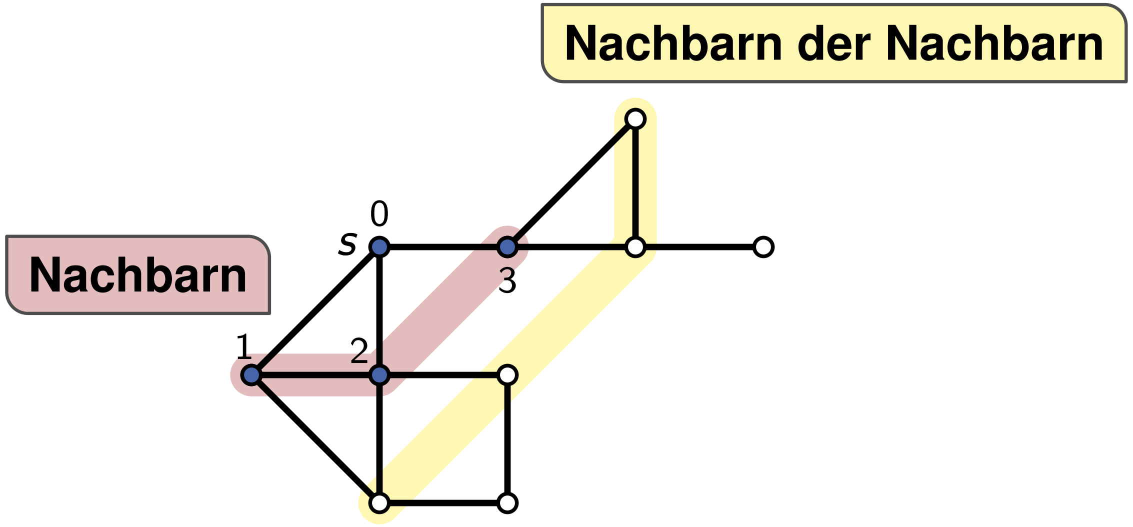
● besuchter Knoten
○ unbesuchter Knoten
◉ aktueller Knoten



Pfad zum aktuellen Knoten

## Breitensuche (BFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- besuche alle Nachbarn von $s$
- dann alle Nachbarn der Nachbarn usw.



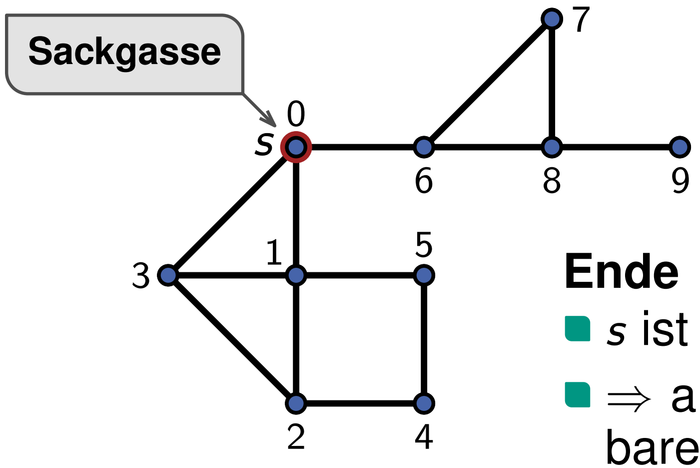
Nachbarn der Nachbarn

Nachbarn

# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger



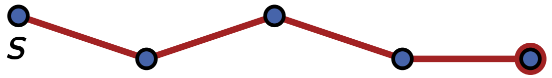
**Ende**

- $s$ ist Sackgasse
- $\Rightarrow$ alle von $s$ erreichbaren Knoten gefärbt

● besucher Knoten

○ unbesuchter Knoten

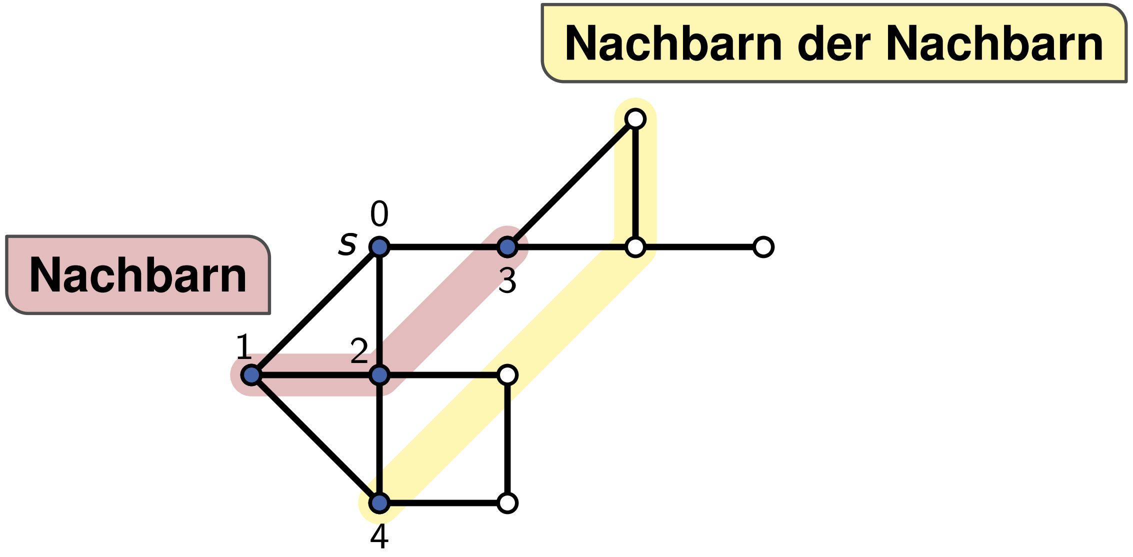
◉ aktueller Knoten



Pfad zum aktuellen Knoten

## Breitensuche (BFS)

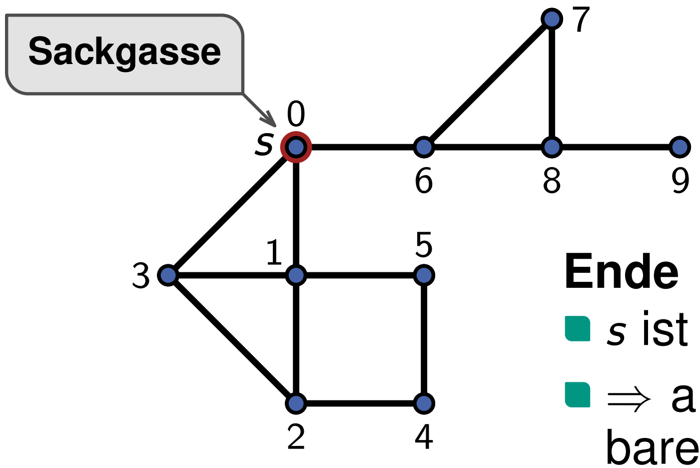
- starte bei einem Knoten $s$
- besuche alle Nachbarn von $s$
- dann alle Nachbarn der Nachbarn usw.



# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

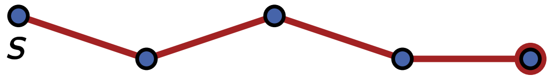
- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger



**Ende**

- $s$ ist Sackgasse
- ⇒ alle von $s$ erreichbaren Knoten gefärbt

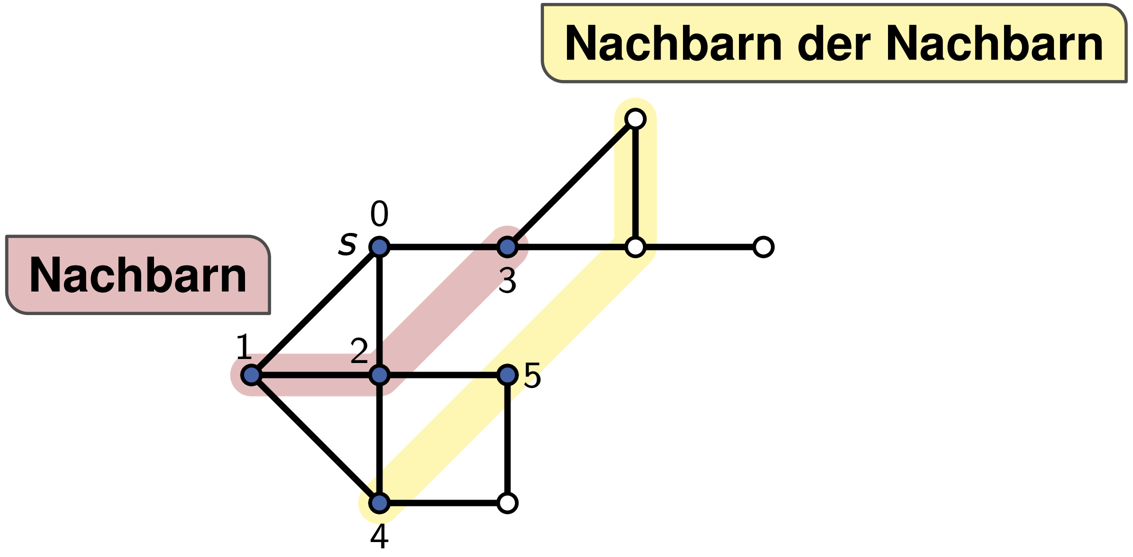
- ● besuchter Knoten
- ○ unbesuchter Knoten
- ◉ aktueller Knoten



Pfad zum aktuellen Knoten

## Breitensuche (BFS)

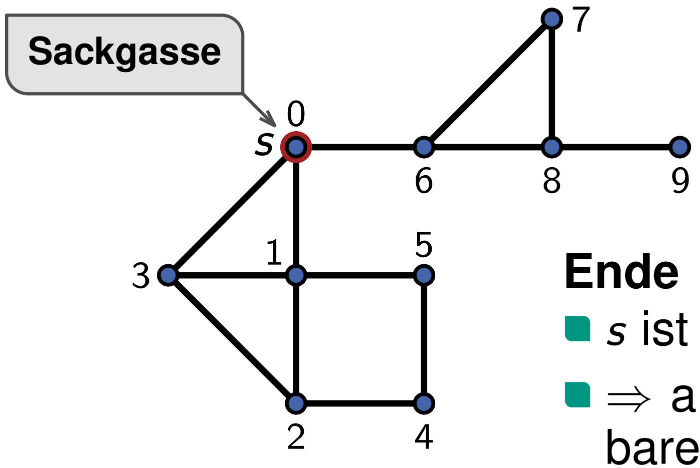
- starte bei einem Knoten $s$
- besuche alle Nachbarn von $s$
- dann alle Nachbarn der Nachbarn usw.



# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger



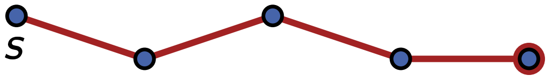
**Ende**

- $s$ ist Sackgasse
- ⇒ alle von $s$ erreichbaren Knoten gefärbt

● besuchter Knoten

○ unbesuchter Knoten

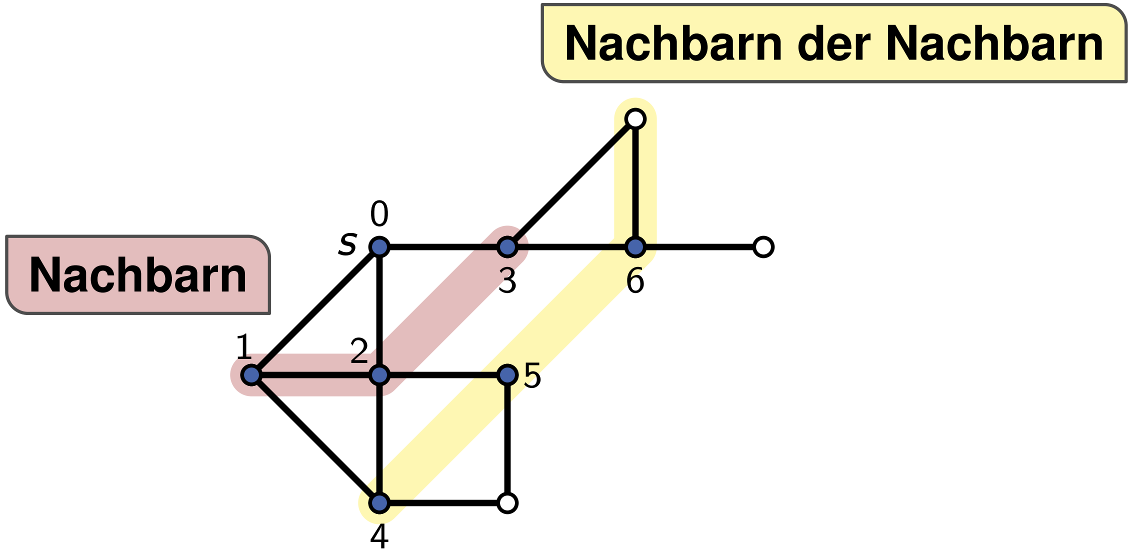
◉ aktueller Knoten



Pfad zum aktuellen Knoten

## Breitensuche (BFS)

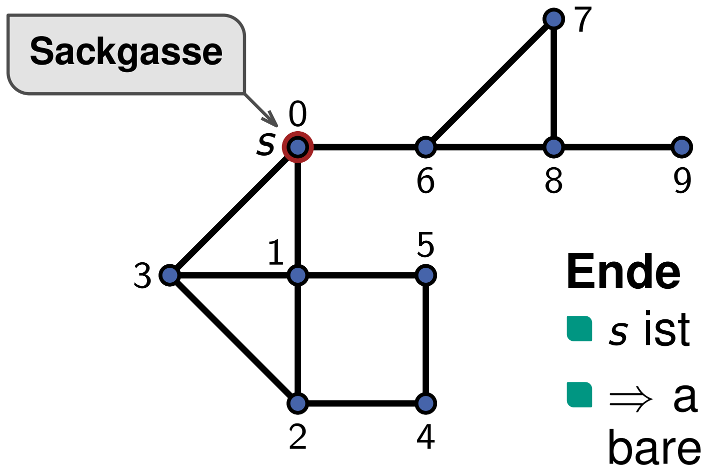
- starte bei einem Knoten $s$
- besuche alle Nachbarn von $s$
- dann alle Nachbarn der Nachbarn usw.



# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger



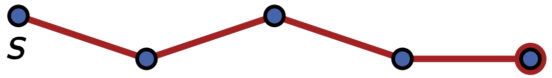
**Ende**

- $s$ ist Sackgasse
- ⇒ alle von $s$ erreichbaren Knoten gefärbt

● besuchter Knoten

○ unbesuchter Knoten

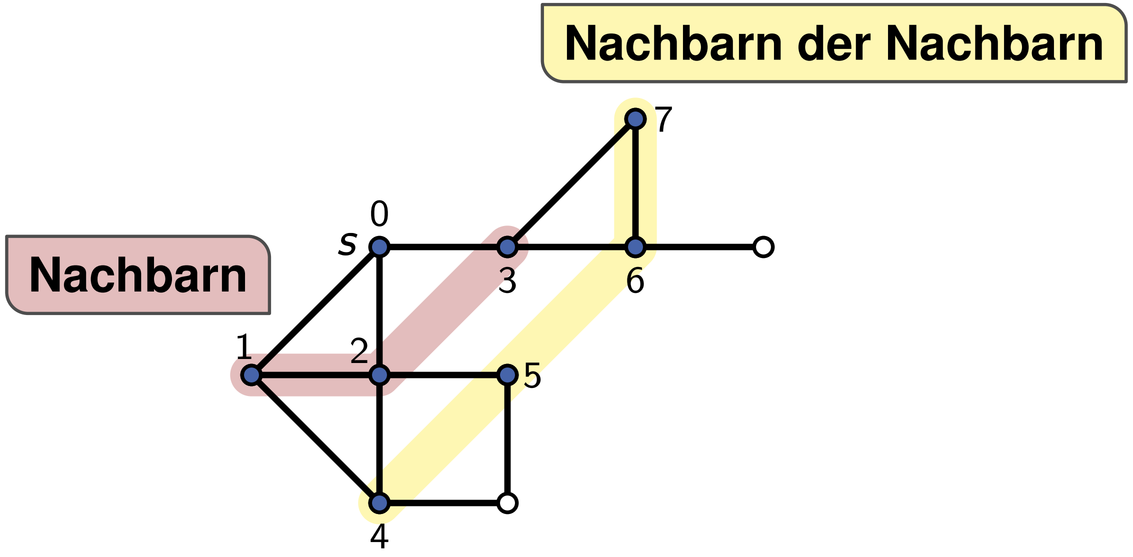
◉ aktueller Knoten



Pfad zum aktuellen Knoten

## Breitensuche (BFS)

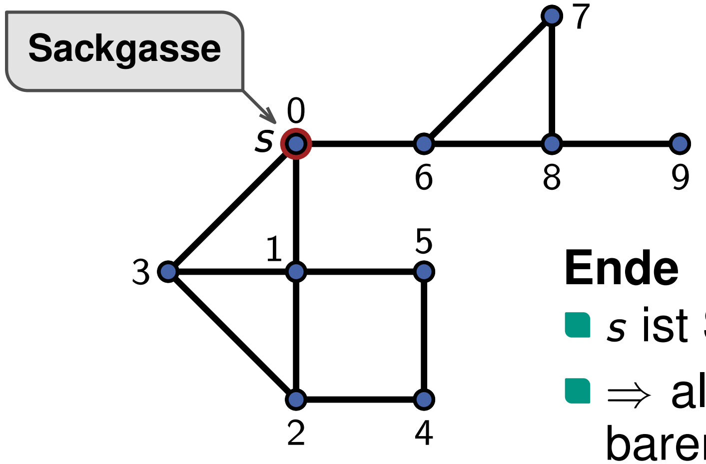
- starte bei einem Knoten $s$
- besuche alle Nachbarn von $s$
- dann alle Nachbarn der Nachbarn usw.



# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

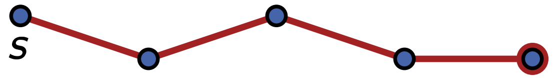
- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger



**Ende**

- $s$ ist Sackgasse
- $\Rightarrow$ alle von $s$ erreichbaren Knoten gefärbt

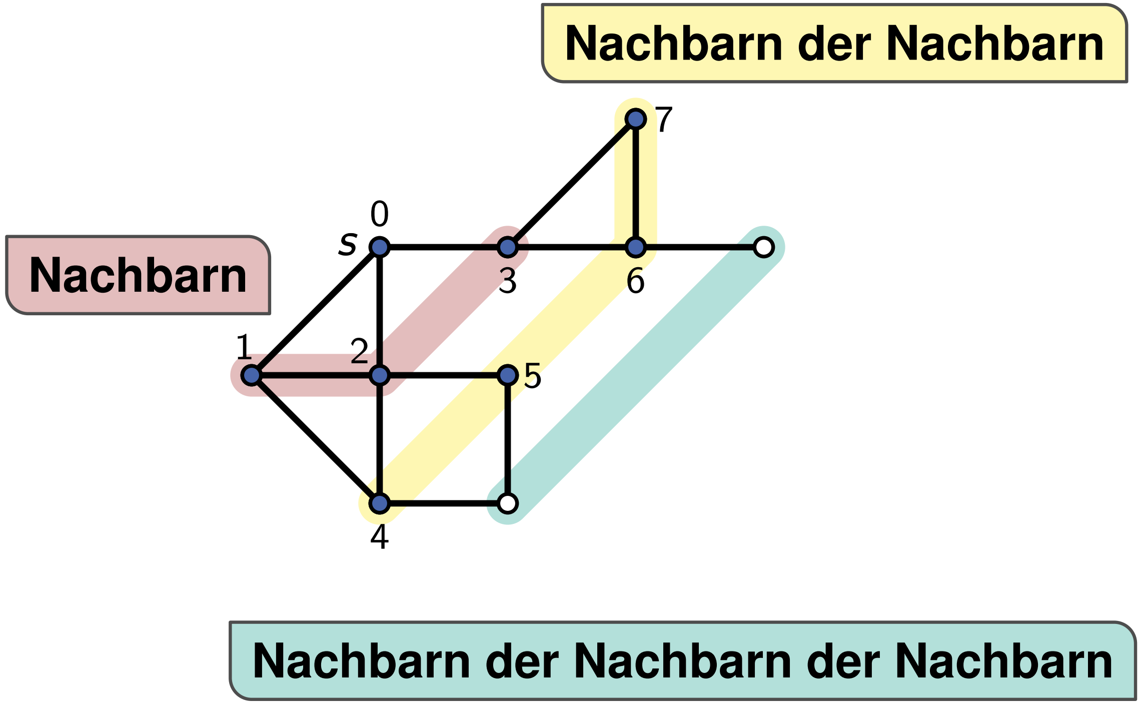
● besuchter Knoten
○ unbesuchter Knoten
◉ aktueller Knoten



Pfad zum aktuellen Knoten

## Breitensuche (BFS)

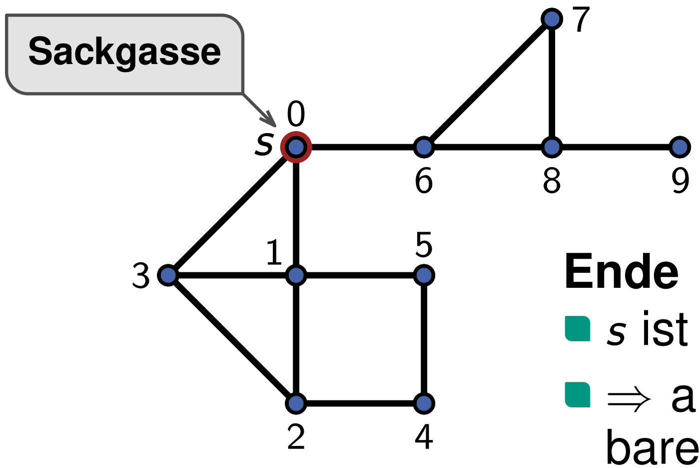
- starte bei einem Knoten $s$
- besuche alle Nachbarn von $s$
- dann alle Nachbarn der Nachbarn usw.



# Graphtraversierung

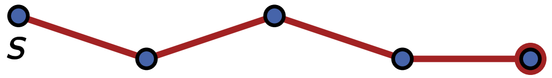
## Tiefensuche (DFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  $\rightarrow$ Backtracking: zurück zum Vorgänger



**Ende**
- $s$ ist Sackgasse
- $\Rightarrow$ alle von $s$ erreichbaren Knoten gefärbt

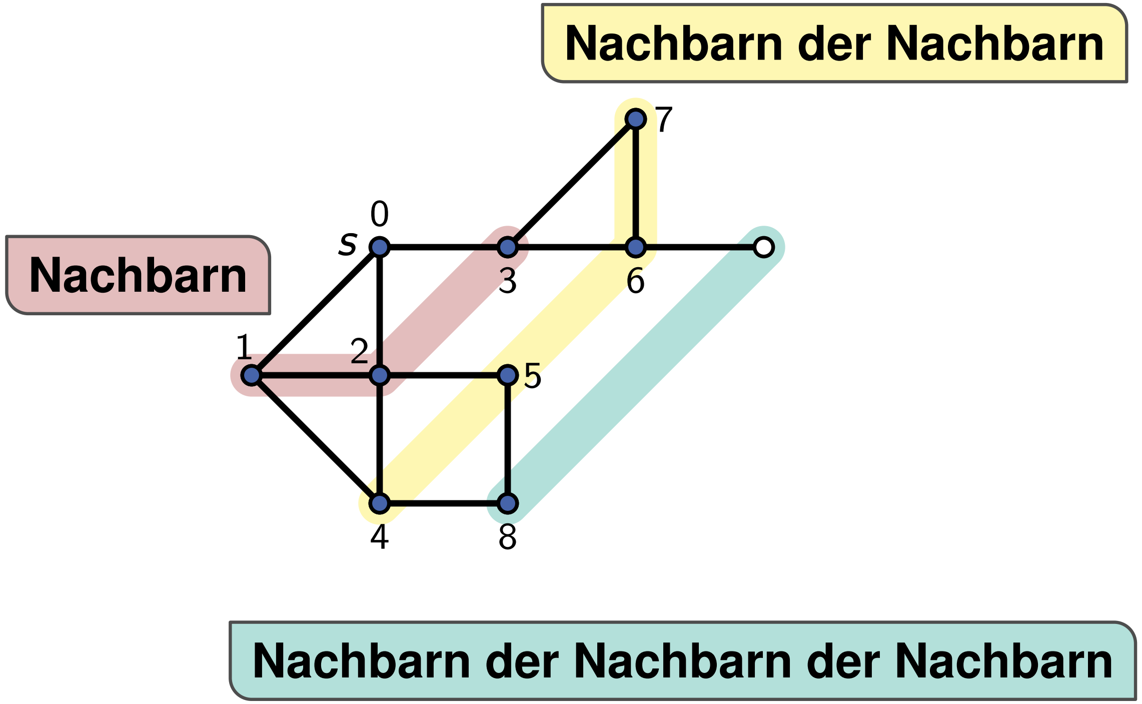
● besuchter Knoten
○ unbesuchter Knoten
◉ aktueller Knoten



Pfad zum aktuellen Knoten

## Breitensuche (BFS)

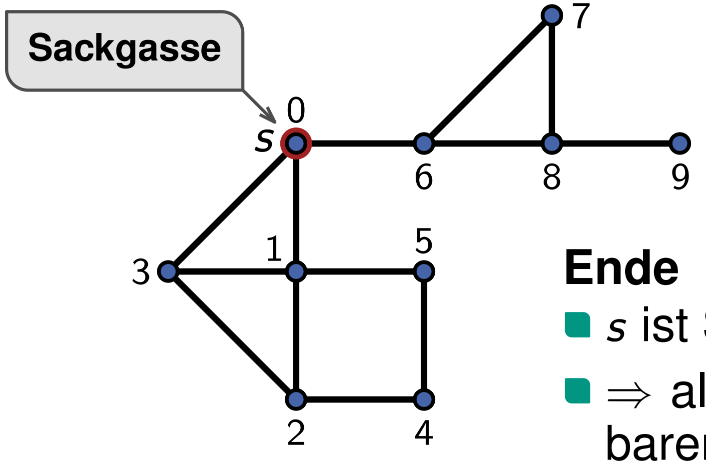
- starte bei einem Knoten $s$
- besuche alle Nachbarn von $s$
- dann alle Nachbarn der Nachbarn usw.



# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

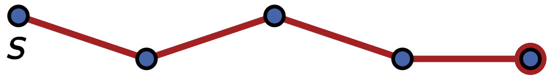
- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger



**Ende**

- $s$ ist Sackgasse
- ⇒ alle von $s$ erreichbaren Knoten gefärbt

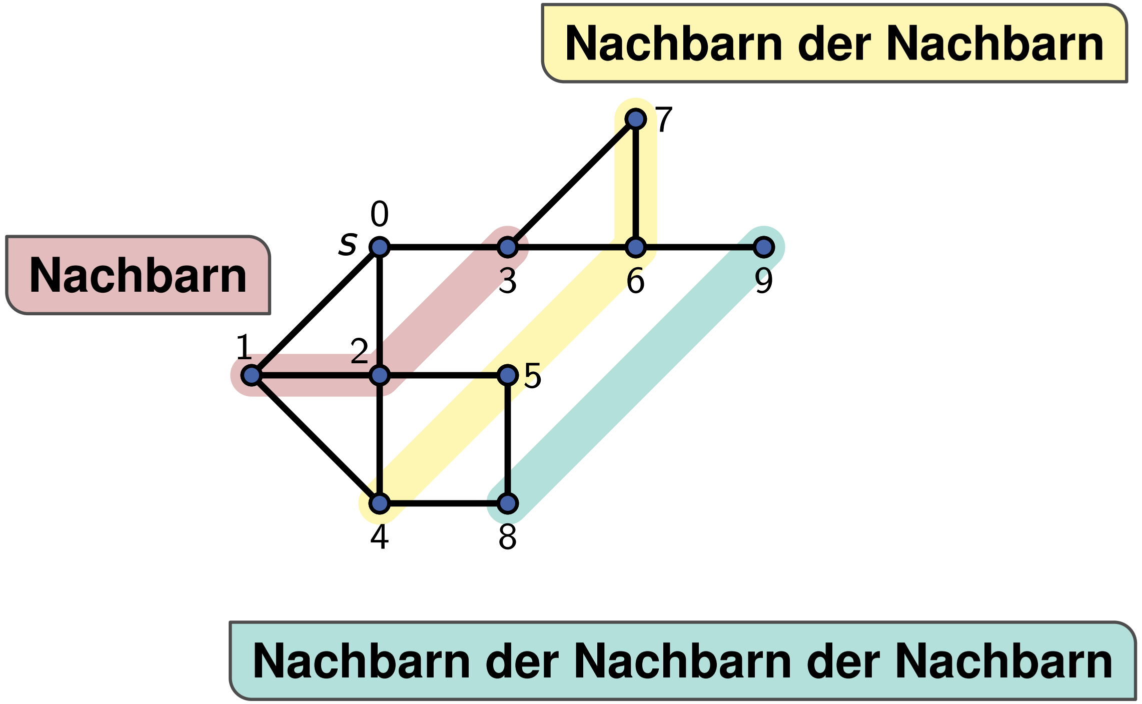
- ● besuchter Knoten
- ○ unbesuchter Knoten
- ◉ aktueller Knoten



Pfad zum aktuellen Knoten

## Breitensuche (BFS)

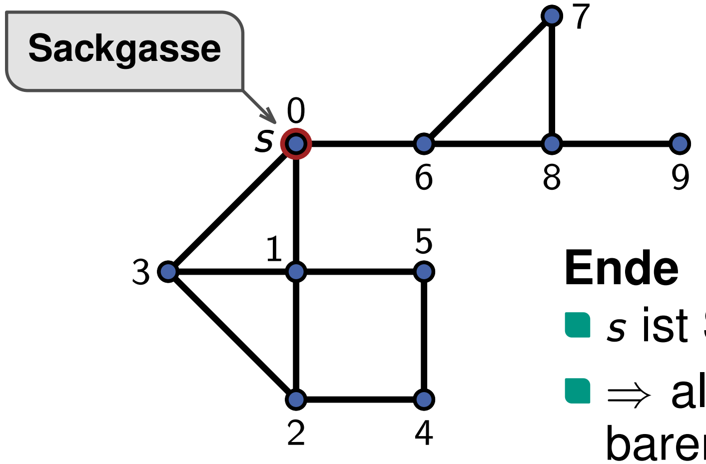
- starte bei einem Knoten $s$
- besuche alle Nachbarn von $s$
- dann alle Nachbarn der Nachbarn usw.



# Graphtraversierung

## Tiefensuche (DFS)

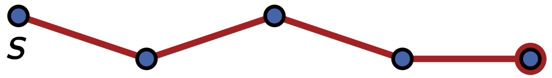
- starte bei einem Knoten $s$
- laufe in jedem Schritt zu neuem Nachbarn
- Sackgasse (kein neuer Nachbar)
  → Backtracking: zurück zum Vorgänger



**Ende**

- $s$ ist Sackgasse
- ⇒ alle von $s$ erreichbaren Knoten gefärbt

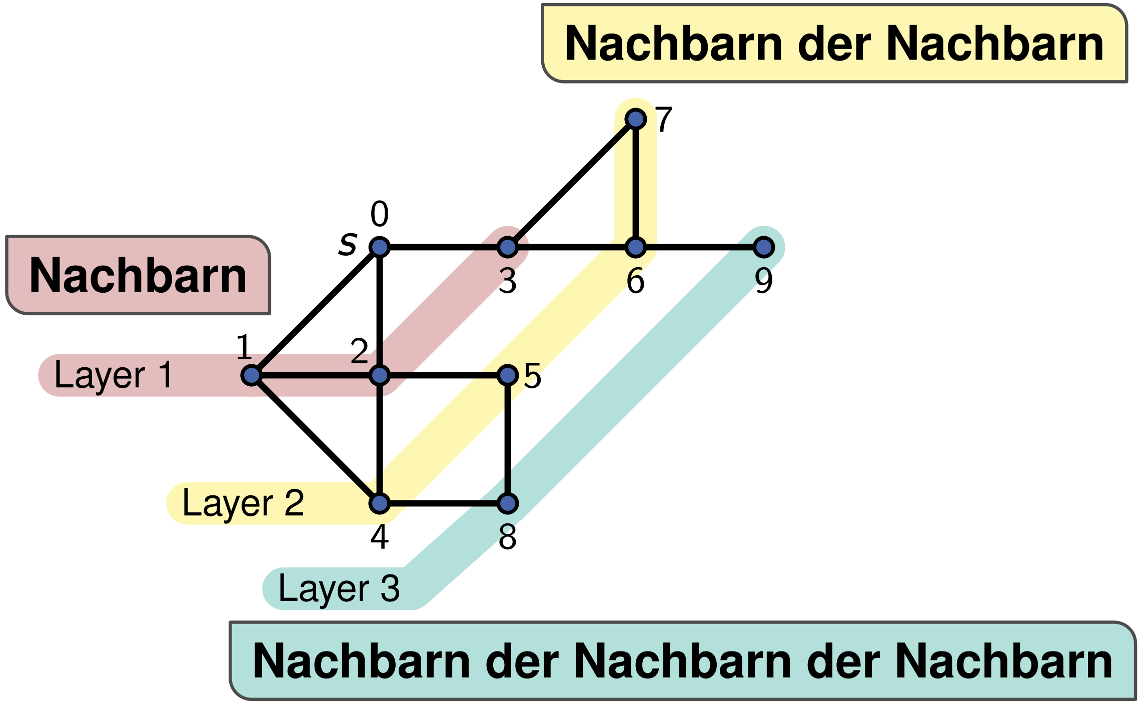
● besuchter Knoten
○ unbesuchter Knoten
◉ aktueller Knoten



Pfad zum aktuellen Knoten

## Breitensuche (BFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- besuche alle Nachbarn von $s$
- dann alle Nachbarn der Nachbarn usw.



# Breitensuche

## Abstrakte Algorithmenidee

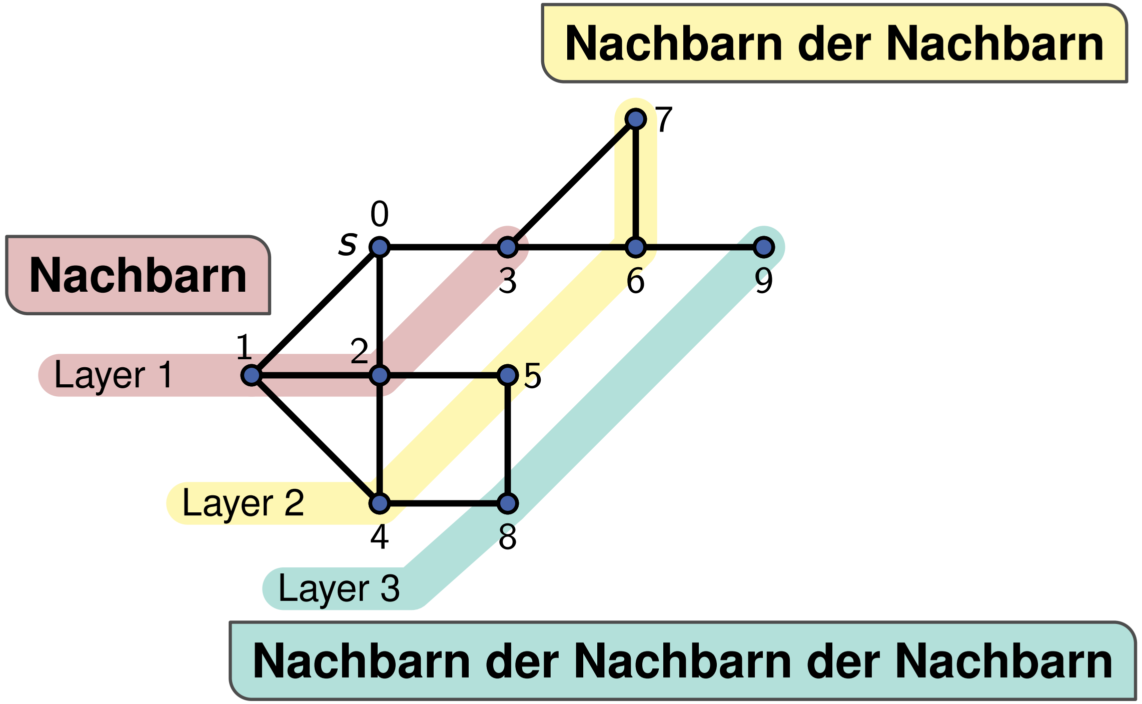
- im Prinzip wissen wir, was die BFS tut
- sind aber noch weit von einer Implementierung entfernt

## Effiziente Umsetzung

- nicht leicht
- mit etwas Übung aber auch nicht schwer
- für BFS: gleich

## Breitensuche (BFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- besuche alle Nachbarn von $s$
- dann alle Nachbarn der Nachbarn usw.



# Breitensuche

## Abstrakte Algorithmenidee

- im Prinzip wissen wir, was die BFS tut
- sind aber noch weit von einer Implementierung entfernt

## Effiziente Umsetzung

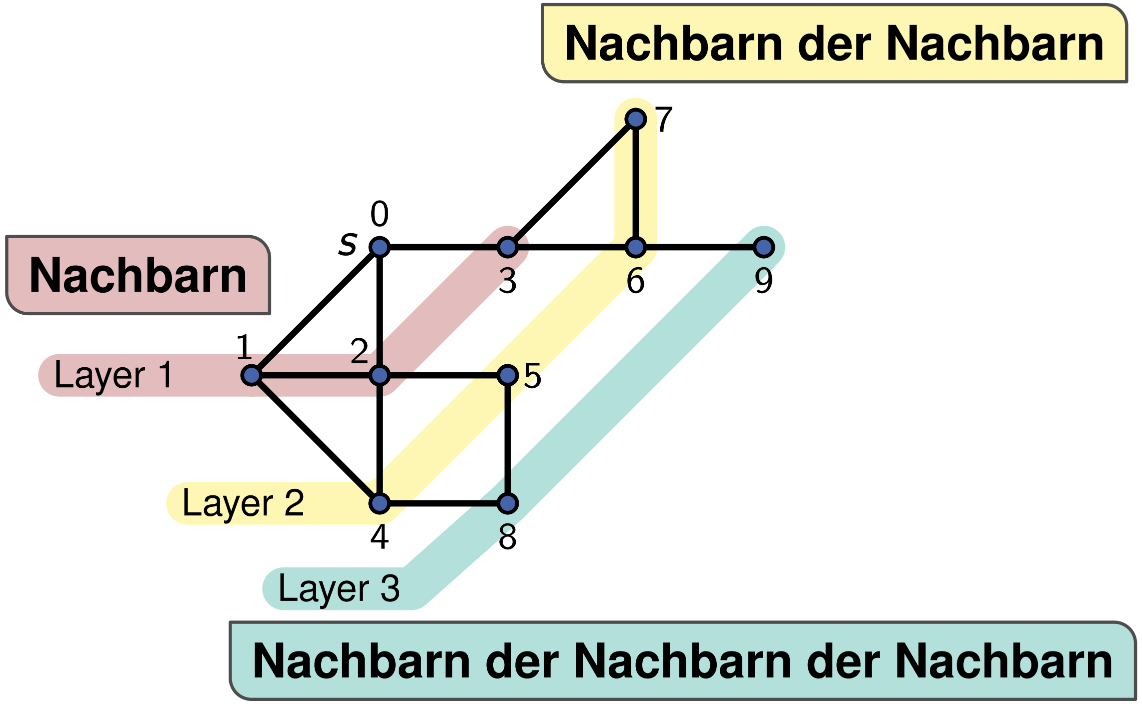
- nicht leicht
- mit etwas Übung aber auch nicht schwer
- für BFS: gleich

## Wiederholung: Ziele der Vorlesung

- eigene Algorithmenideen entwickeln
- effiziente Umsetzung der Ideen
- gute Intuition, welche Ideen sich effizient umsetzen lassen

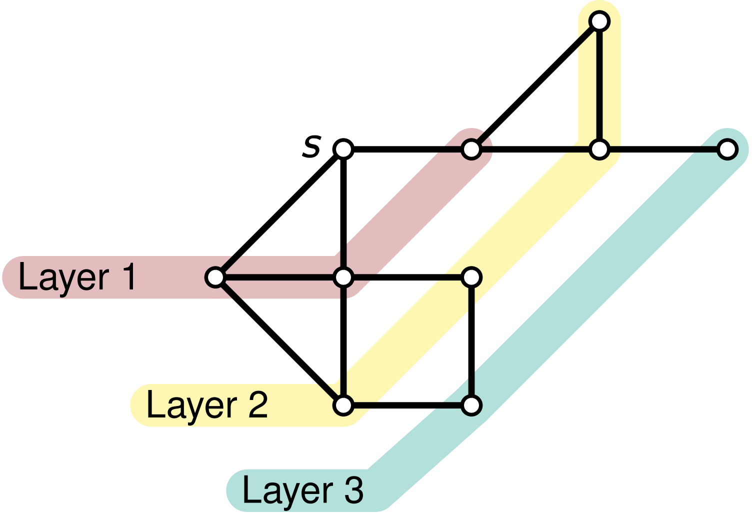
## Breitensuche (BFS)

- starte bei einem Knoten $s$
- besuche alle Nachbarn von $s$
- dann alle Nachbarn der Nachbarn usw.



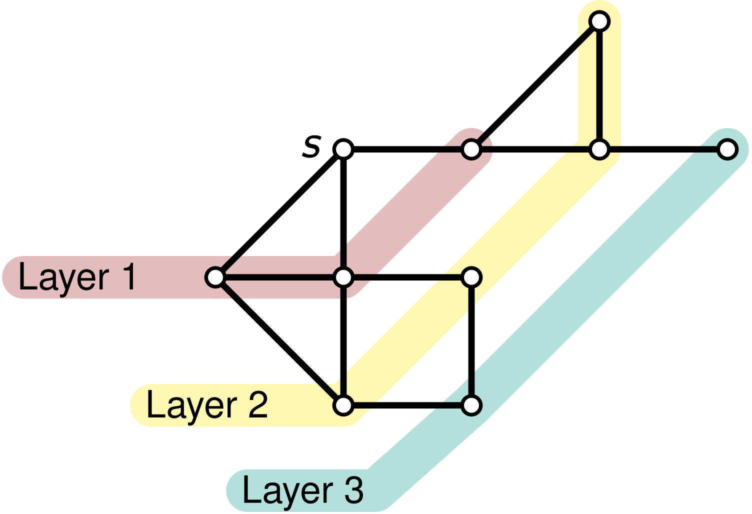
# Algorithmus → Pseudocode (erster Versuch)

```
BFS(Graph G, Node s)
    $\ell := 0$                                  // current layer
    color node $s$
    while there is a node in layer $\ell + 1$ do
        $\ell := \ell + 1$
        for Node $v$ in layer $\ell$ do
            color node $v$
```



# Algorithmus → Pseudocode (erster Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    $\ell := 0$                         // current layer
    color node $s$
    while there is a node in layer $\ell + 1$ do
        $\ell := \ell + 1$
        for Node $v$ in layer $\ell$ do
            color node $v$
```

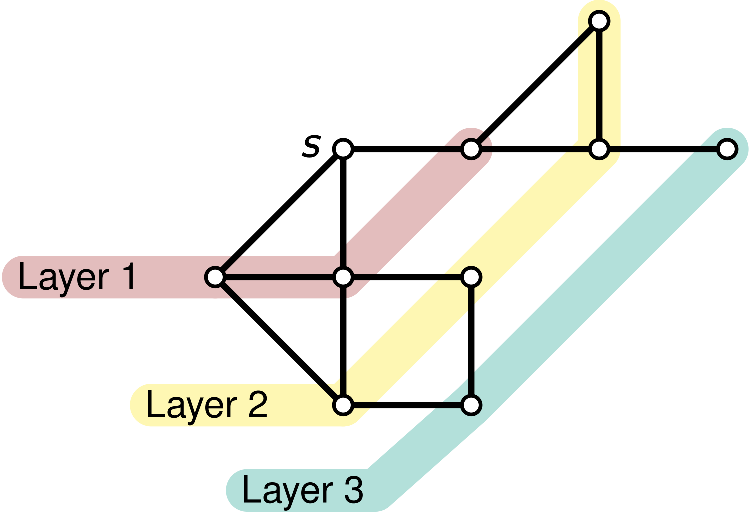


**Zu hohe Abstraktion für Pseudocode**

- **while** there is a node in layer $\ell + 1$ **do**
  - Woher wissen wir das?

# Algorithmus → Pseudocode (erster Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    $\ell := 0$                              // current layer
    color node $s$
    while there is a node in layer $\ell + 1$ do
        $\ell := \ell + 1$
        for Node $v$ in layer $\ell$ do
            color node $v$
```

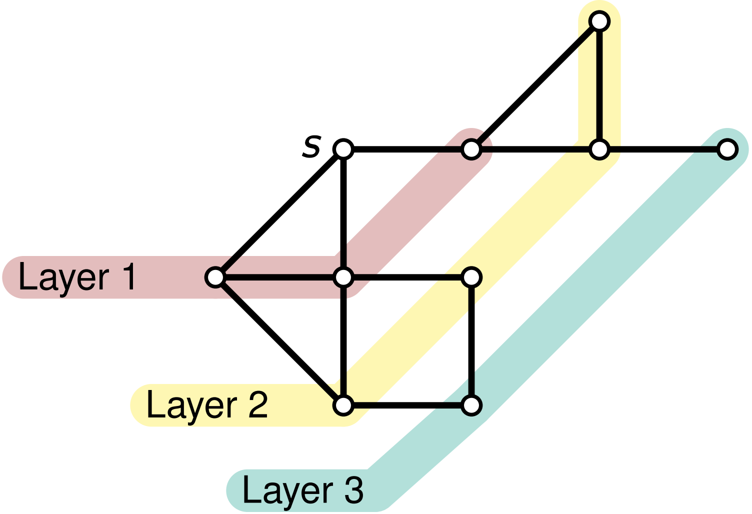


## Zu hohe Abstraktion für Pseudocode

- **while** there is a node in layer $\ell + 1$ **do**
  - Woher wissen wir das?
- **for** *Node* $v$ in layer $\ell$ **do**
  - Welche Knoten liegen in Layer $\ell$?

# Algorithmus → Pseudocode (erster Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
  $\ell := 0$                          // current layer
  color node $s$
  while there is a node in layer $\ell + 1$ do
    $\ell := \ell + 1$
    for Node $v$ in layer $\ell$ do
      color node $v$
```



## Zu hohe Abstraktion für Pseudocode

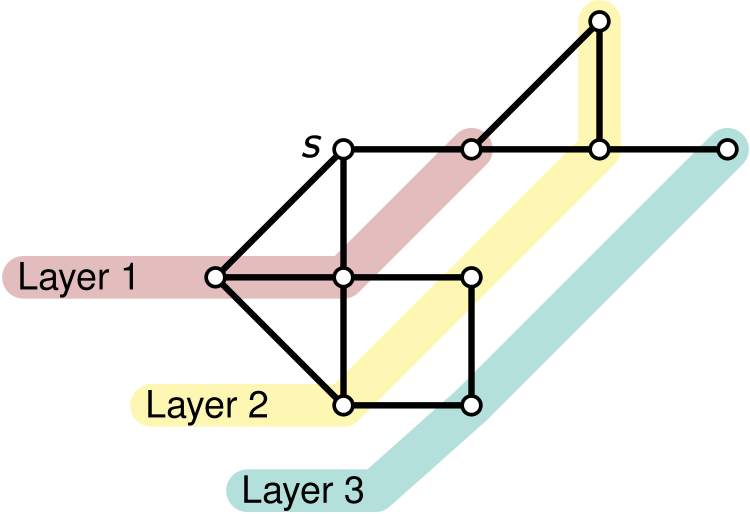
- **while** there is a node in layer $\ell + 1$ **do**
  - Woher wissen wir das?
- **for** *Node* $v$ in layer $\ell$ **do**
  - Welche Knoten liegen in Layer $\ell$?

## Ziele für die Laufzeit

- Layer $\ell + 1$ aus Layer $\ell$: betrachte nur Kanten inzident zu Knoten aus Layer $\ell$ → insgesamt $\Theta(m)$

# Algorithmus → Pseudocode (erster Versuch)

```
BFS(Graph G, Node s)
    $\ell := 0$                                // current layer
    color node s
    while there is a node in layer $\ell + 1$ do
        $\ell := \ell + 1$
        for Node v in layer $\ell$ do
            color node v
```



## Zu hohe Abstraktion für Pseudocode

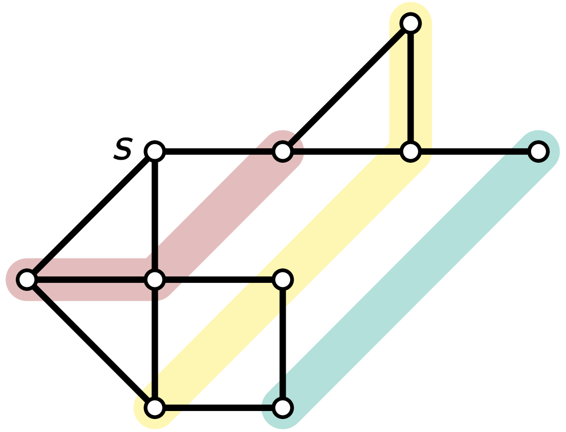
- **while** there is a node in layer $\ell + 1$ **do**
    - Woher wissen wir das?
- **for** *Node* $v$ in layer $\ell$ **do**
    - Welche Knoten liegen in Layer $\ell$?

## Ziele für die Laufzeit

- Layer $\ell + 1$ aus Layer $\ell$: betrachte nur Kanten inzident zu Knoten aus Layer $\ell$ → insgesamt $\Theta(m)$
- über Knoten in Layer $\ell$ iterieren: linear in Anzahl Knoten in Layer $\ell$ → insgesamt $\Theta(n)$

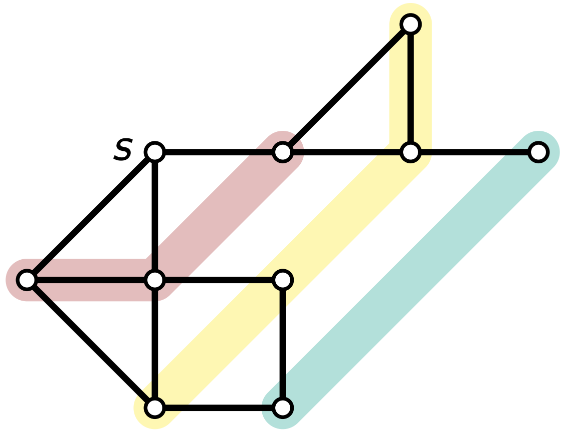
# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer $:= \{s\}$
    color node $s$
    nextLayer $:= N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer $:=$ nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer $:= \emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                insert $v$ into nextLayer
```



# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer := $\{s\}$
    color node $s$
    nextLayer := $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := $\emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                insert $v$ into nextLayer
```



**Problem 1**

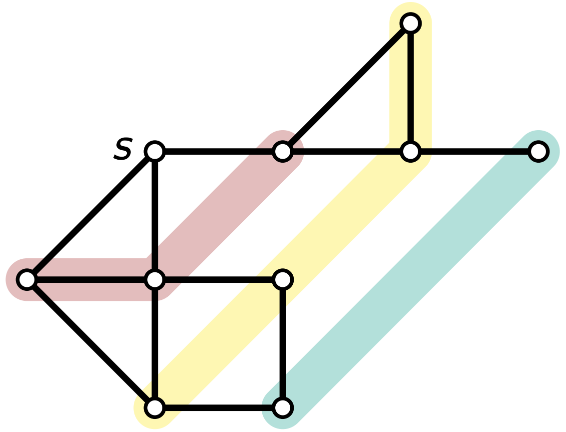
- manche Nachbarn von $u$ sind aus dem vorherigen Layer, nicht aus dem nächsten

**Lösung**

- füge nur ungefärbte Knoten hinzu

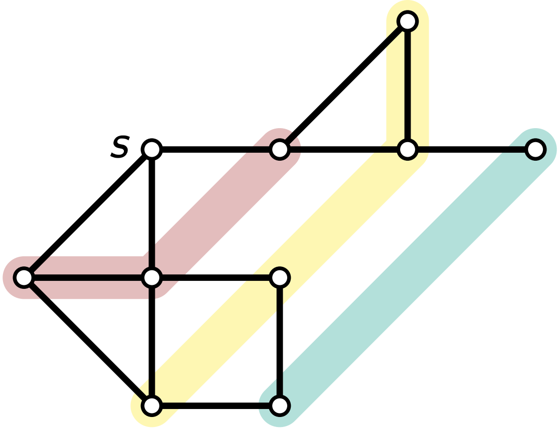
# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer $:= \{s\}$
    color node $s$
    nextLayer $:= N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer $:=$ nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer $:= \emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
```



# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer := $\{s\}$
    color node $s$
    nextLayer := $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := $\emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
```



**Problem 2**
- wir haben vergessen besuchte Knoten zu färben

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph G, Node s)
    currLayer := {s}
    color node s
    nextLayer := N(s)
    while nextLayer ≠ ∅ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := ∅
        for Node u in currLayer do
            for Node v in N(u) do
                if Node v is uncolored then
                    insert v into nextLayer
```

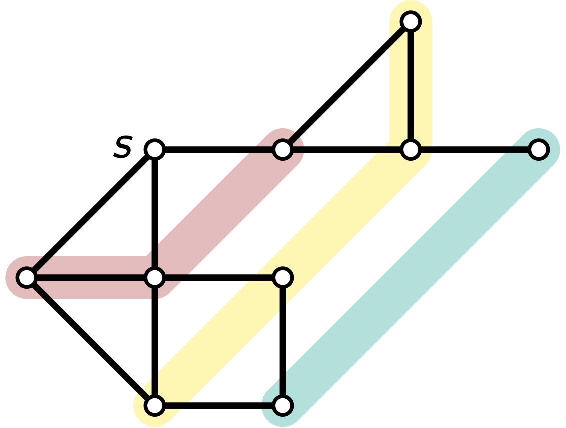
**A:** färbe Knoten in nextLayer

**B:** färbe Knoten in currLayer

**C:** färbe Knoten $u$

**D:** färbe Knoten $v$

**E:** färbe Knoten $v$

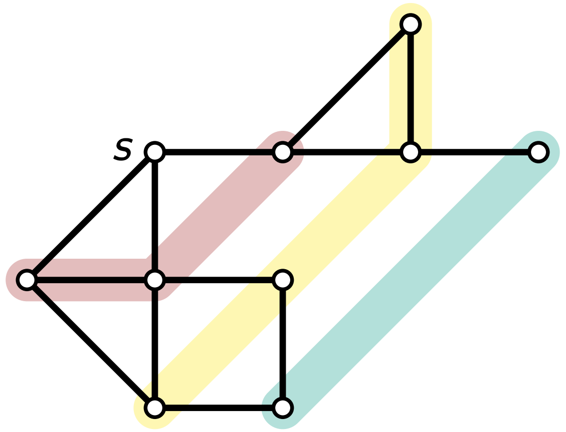


**Problem 2**
- wir haben vergessen besuchte Knoten zu färben

**Wo sollten wir Knoten färben?**

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
  currLayer := $\{s\}$
  color node $s$
  nextLayer := $N(s)$ and color $N(s)$
  while nextLayer $\neq \emptyset$ do
    currLayer := nextLayer
    // determine next layer
    nextLayer := $\emptyset$
    for Node $u$ in currLayer do
      for Node $v$ in $N(u)$ do
        if Node $v$ is uncolored then
          insert $v$ into nextLayer
          color node $v$
```

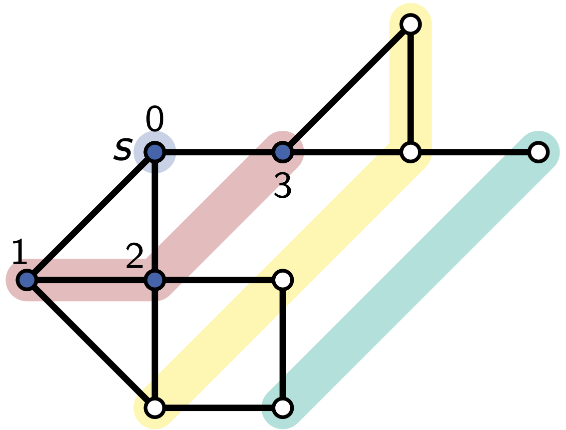


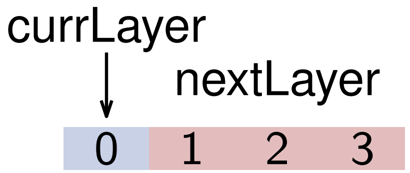
**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer := $\{s\}$
    color node $s$
    nextLayer := $N(s)$  and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := $\emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```




currLayer

nextLayer

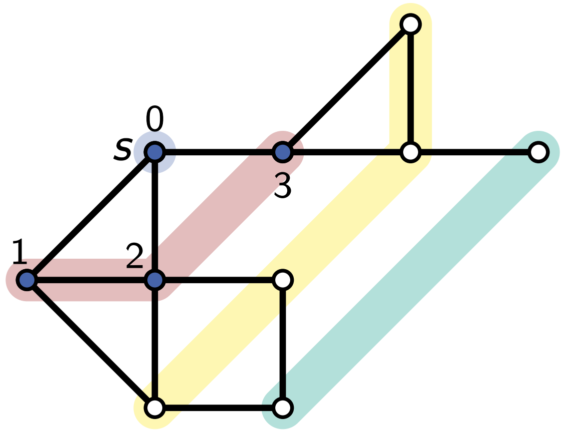
| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 |

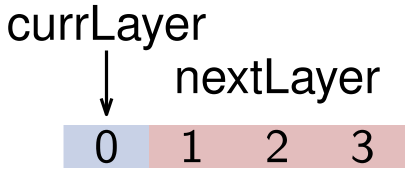
**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer := $\{s\}$
    color node $s$
    nextLayer := $N(s)$  and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := $\emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```




currLayer

nextLayer

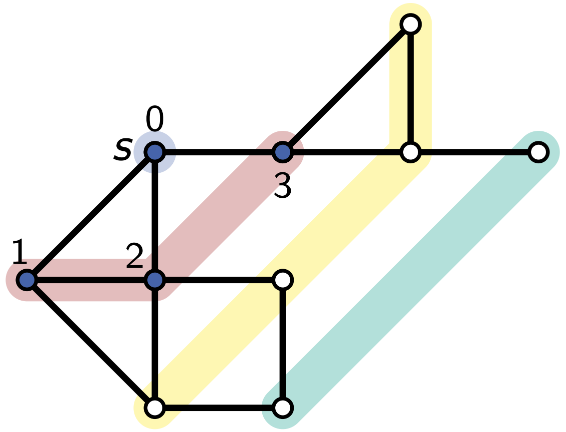
| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 |

**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer := $\{s\}$
    color node $s$
    nextLayer := $N(s)$ and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := $\emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```



currLayer nextLayer

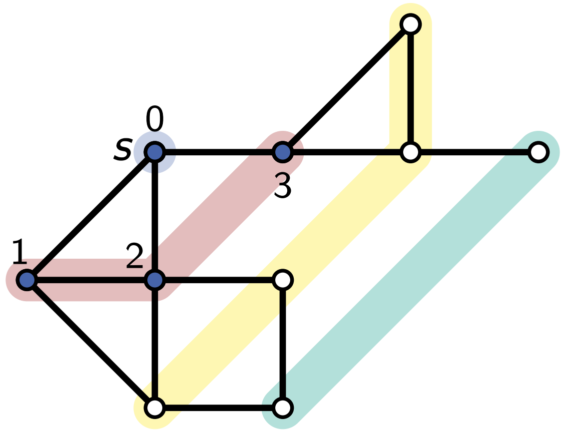
0 1 2 3

**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
  currLayer := $\{s\}$
  color node $s$
  nextLayer := $N(s)$  and color $N(s)$
  while nextLayer $\neq \emptyset$ do
    currLayer := nextLayer
    // determine next layer
    nextLayer := $\emptyset$
    for Node $u$ in currLayer do
      for Node $v$ in $N(u)$ do
        if Node $v$ is uncolored then
          insert $v$ into nextLayer
          color node $v$
```



currLayer nextLayer

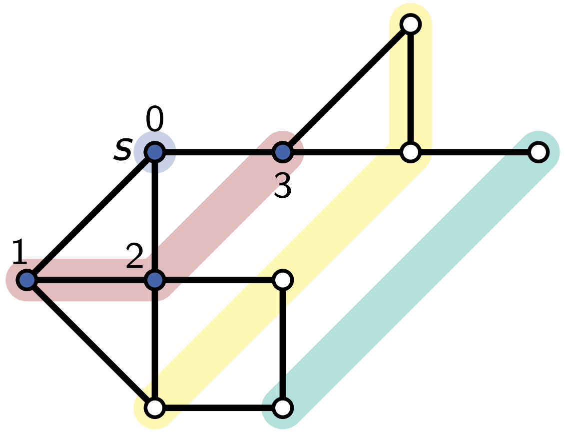
| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 |
| | $u$ | | |

**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer := $\{s\}$
    color node $s$
    nextLayer := $N(s)$ and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := $\emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```



currLayer nextLayer

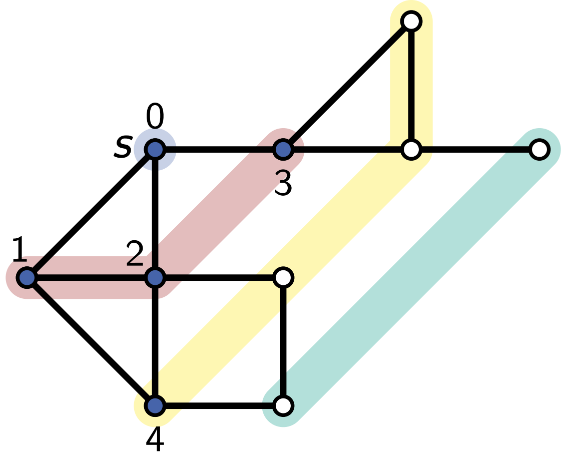
| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 |
| | $u$ | | |

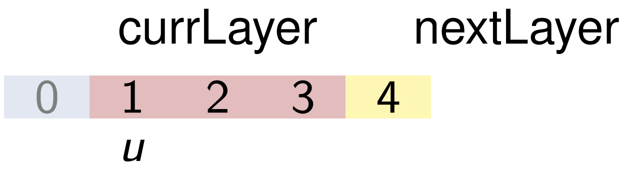
**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph G, Node s)
    currLayer := {s}
    color node s
    nextLayer := N(s)  and color N(s)
    while nextLayer ≠ ∅ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := ∅
        for Node u in currLayer do
            for Node v in N(u) do
                if Node v is uncolored then
                    insert v into nextLayer
                    color node v
```



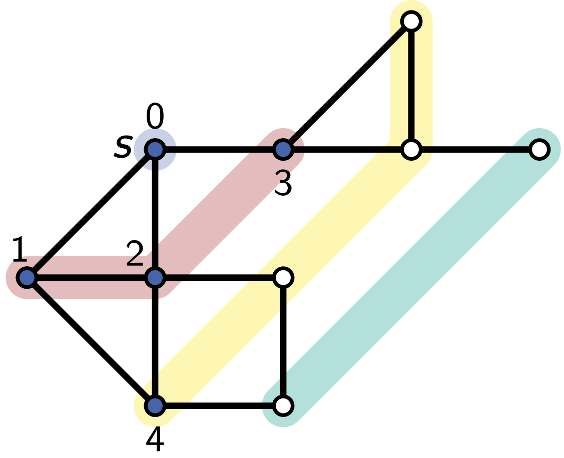


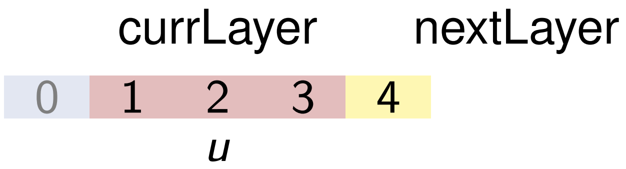
**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph G, Node s)
    currLayer := {s}
    color node s
    nextLayer := N(s)  and color N(s)
    while nextLayer ≠ ∅ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := ∅
        for Node u in currLayer do
            for Node v in N(u) do
                if Node v is uncolored then
                    insert v into nextLayer
                    color node v
```



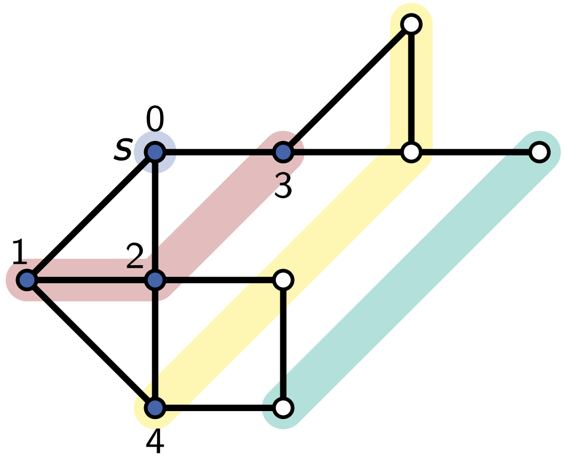


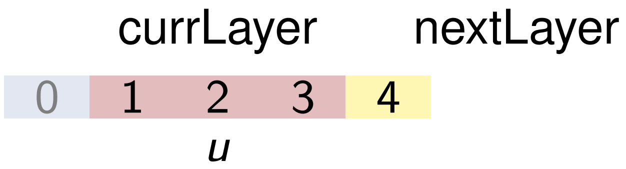
**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer $:= \{s\}$
    color node $s$
    nextLayer $:= N(s)$ and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer $:=$ nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer $:= \emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```



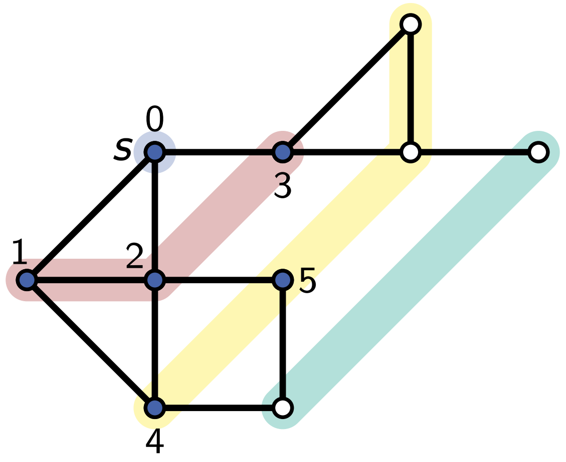


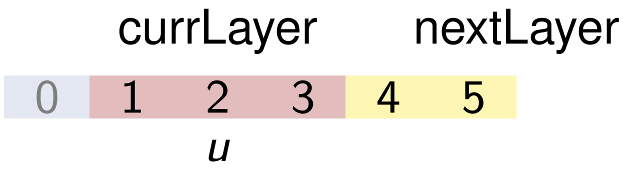
**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer := $\{s\}$
    color node $s$
    nextLayer := $N(s)$  and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := $\emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```



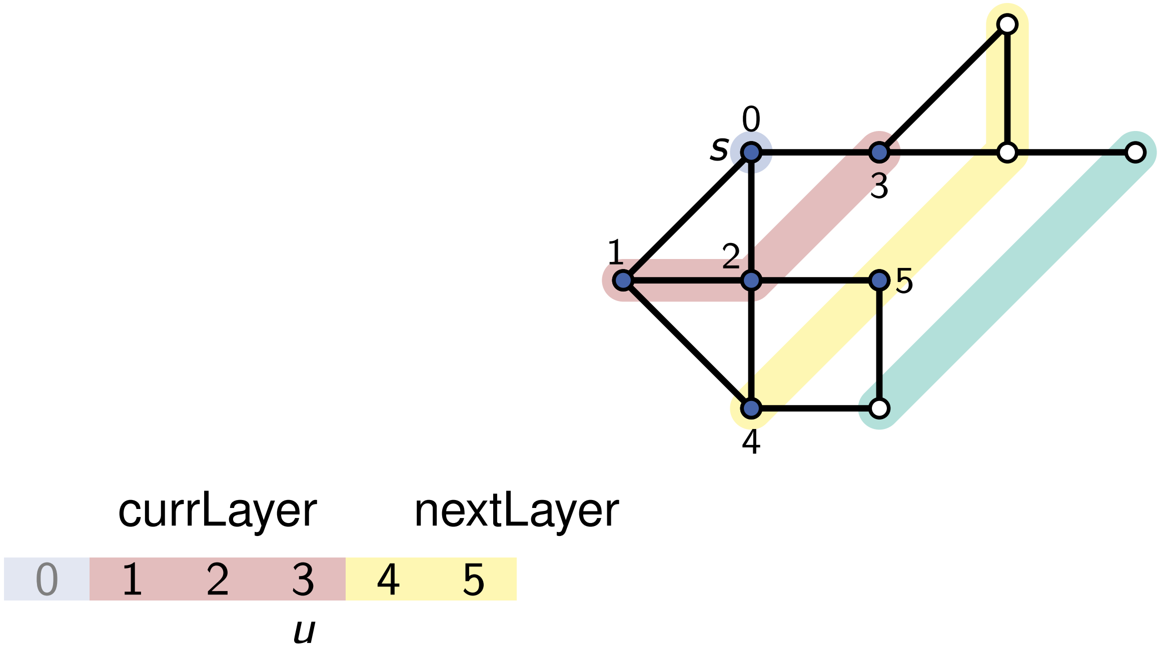


**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer $:= \{s\}$
    color node $s$
    nextLayer $:= N(s)$  and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer $:=$ nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer $:= \emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```

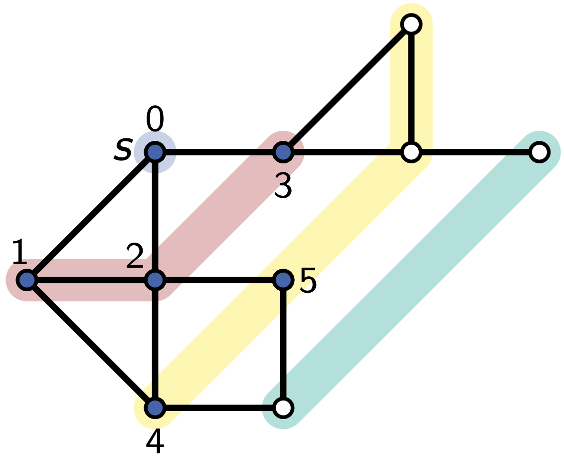


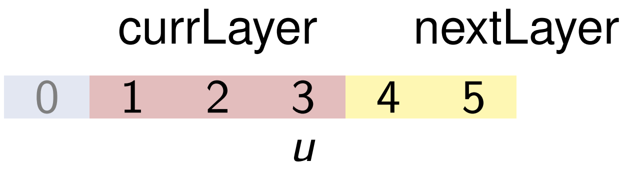
**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer $:= \{s\}$
    color node $s$
    nextLayer $:= N(s)$ and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer $:=$ nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer $:= \emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```



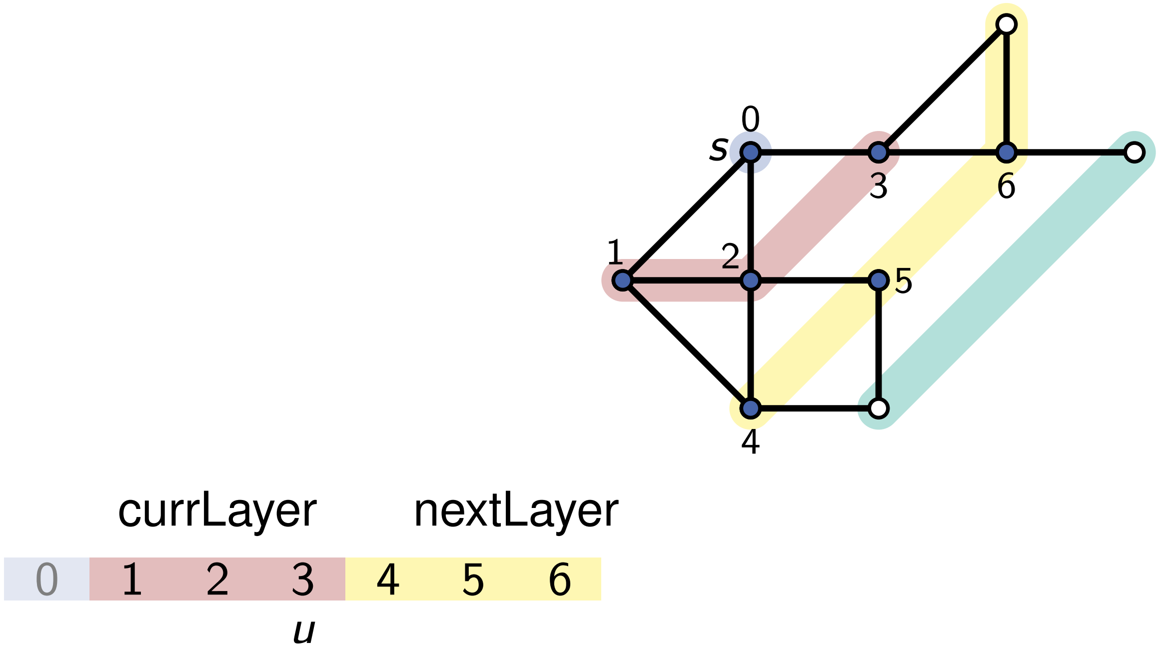


**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer $:= \{s\}$
    color node $s$
    nextLayer $:= N(s)$ and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer $:=$ nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer $:= \emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```

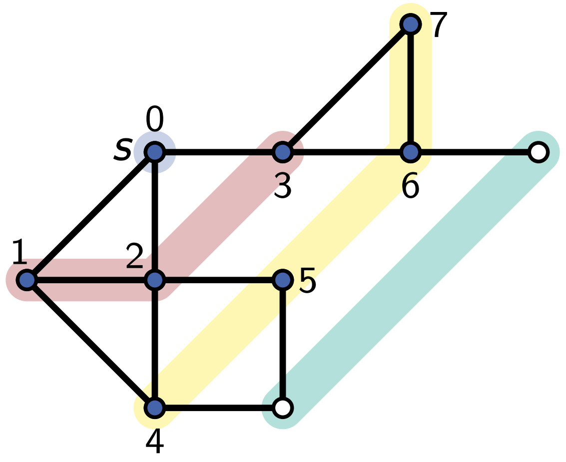


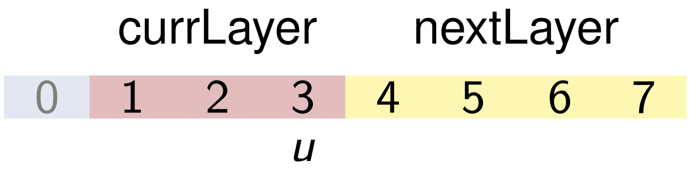
**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph G, Node s)
    currLayer := {s}
    color node s
    nextLayer := N(s)  and color N(s)
    while nextLayer ≠ ∅ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := ∅
        for Node u in currLayer do
            for Node v in N(u) do
                if Node v is uncolored then
                    insert v into nextLayer
                    color node v
```



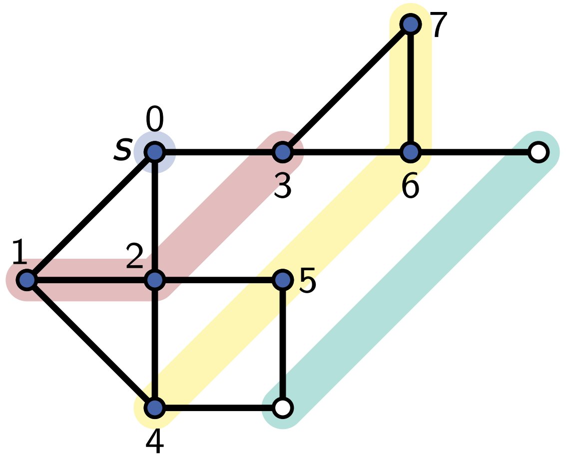


## Färbung beim Einfügen in nextLayer

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
  currLayer := $\{s\}$
  color node $s$
  nextLayer := $N(s)$ and color $N(s)$
  while nextLayer $\neq \emptyset$ do
    currLayer := nextLayer
    // determine next layer
    nextLayer := $\emptyset$
    for Node $u$ in currLayer do
      for Node $v$ in $N(u)$ do
        if Node $v$ is uncolored then
          insert $v$ into nextLayer
          color node $v$
```



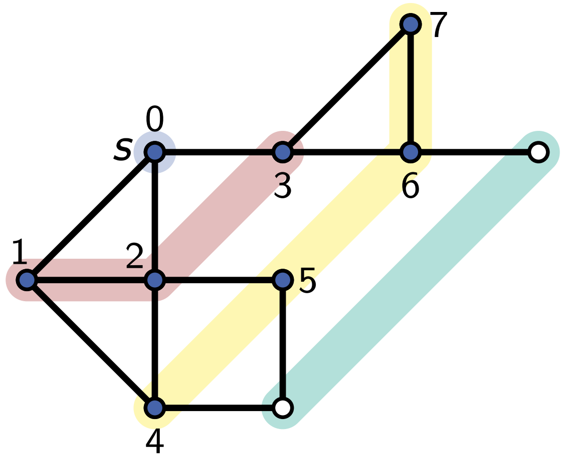
| | currLayer | | | nextLayer | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |

**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer := $\{s\}$
    color node $s$
    nextLayer := $N(s)$ and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := $\emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```



currLayer nextLayer

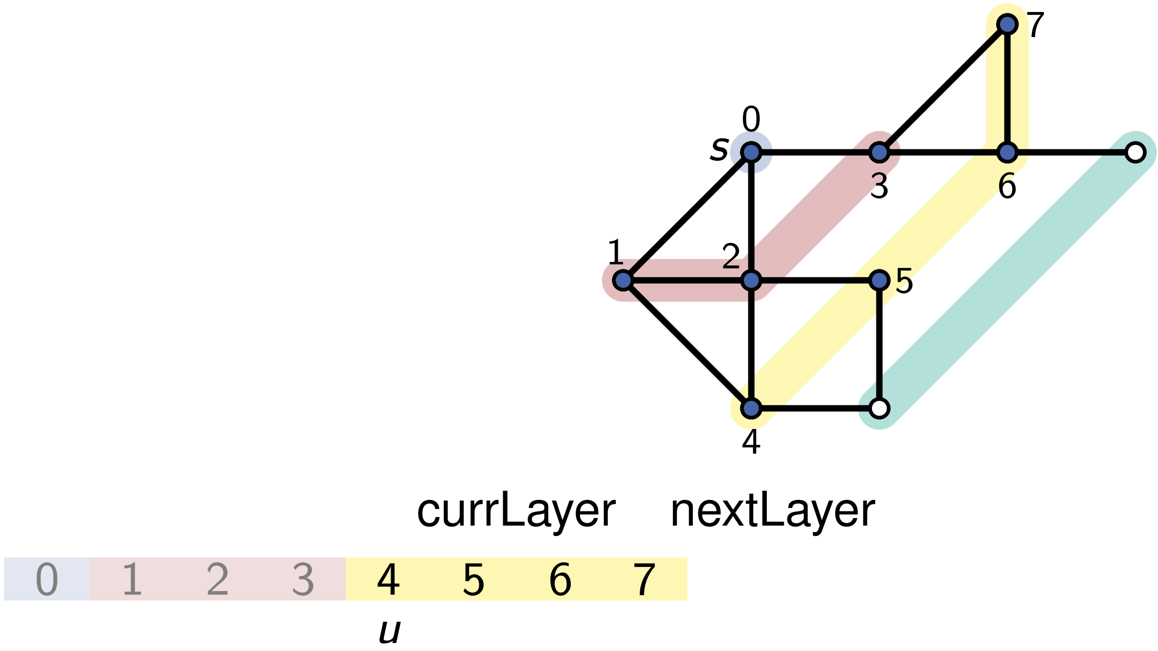
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

### Färbung beim Einfügen in nextLayer

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer := $\{s\}$
    color node $s$
    nextLayer := $N(s)$ and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := $\emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```

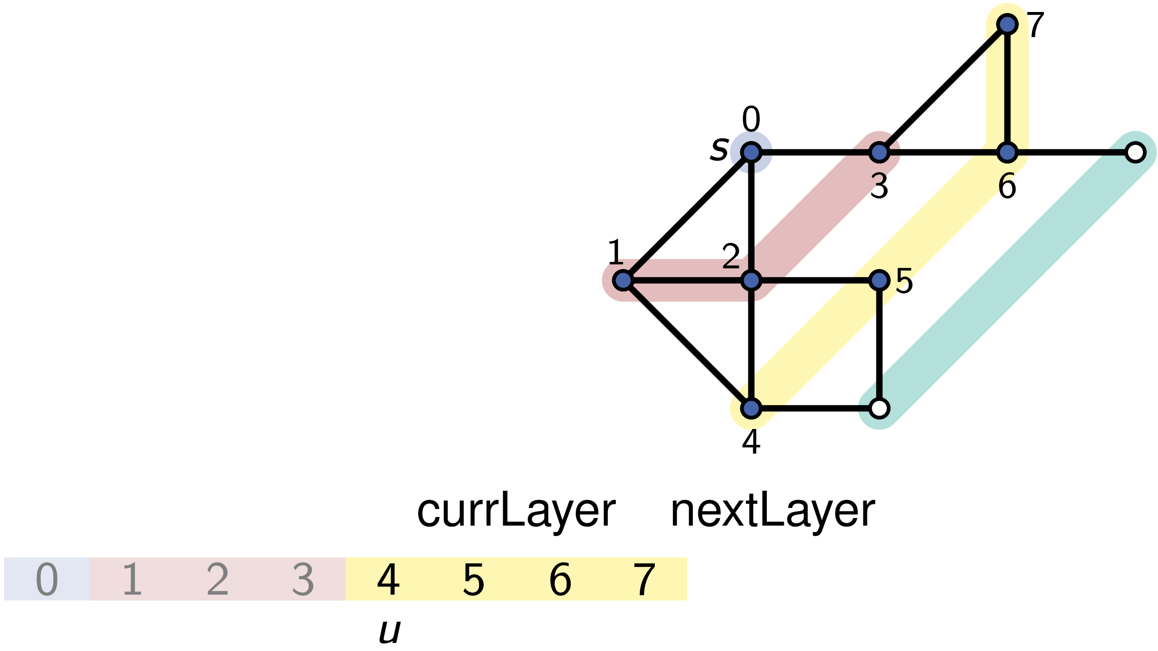


**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
  currLayer := $\{s\}$
  color node $s$
  nextLayer := $N(s)$  and color $N(s)$
  while nextLayer $\neq \emptyset$ do
    currLayer := nextLayer
    // determine next layer
    nextLayer := $\emptyset$
    for Node $u$ in currLayer do
      for Node $v$ in $N(u)$ do
        if Node $v$ is uncolored then
          insert $v$ into nextLayer
          color node $v$
```

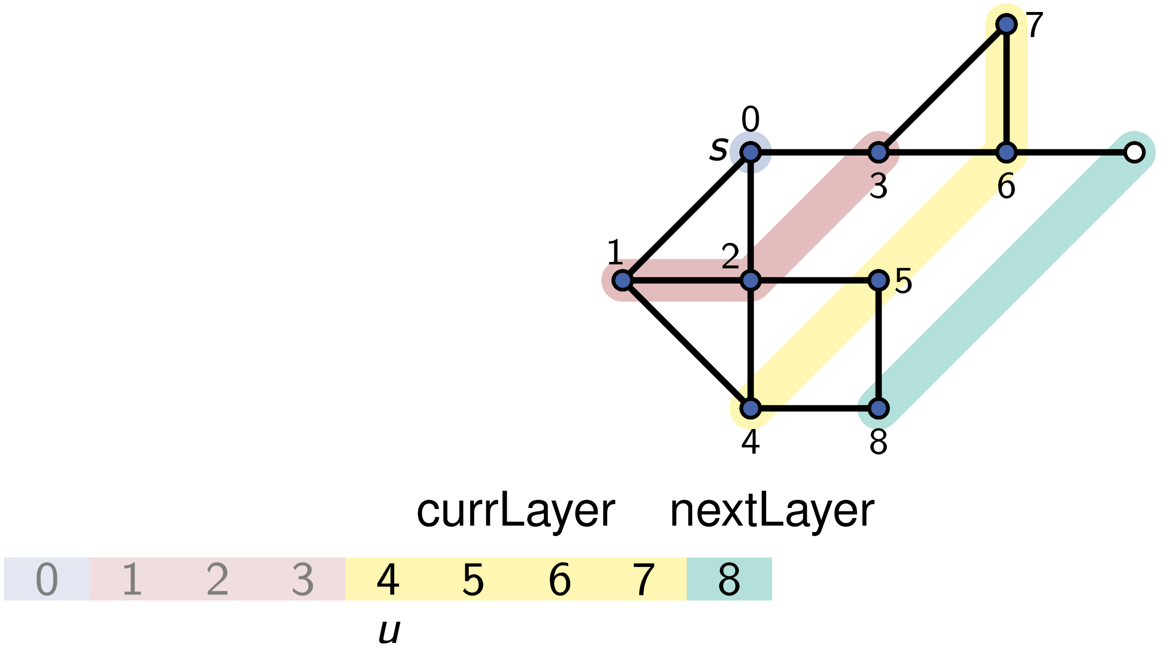


## Färbung beim Einfügen in nextLayer

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer := $\{s\}$
    color node $s$
    nextLayer := $N(s)$ and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := $\emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```

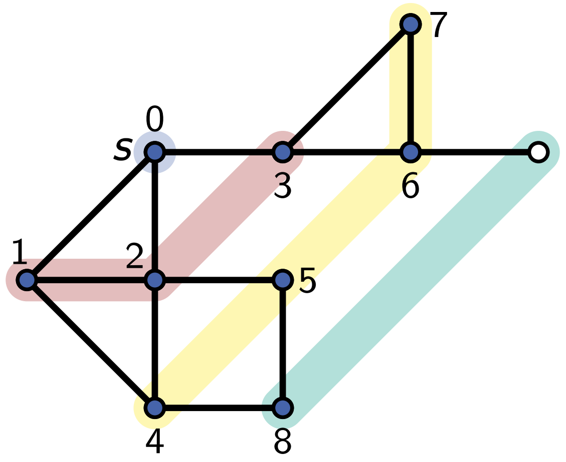


**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph G, Node s)
    currLayer := {s}
    color node s
    nextLayer := N(s)  and color N(s)
    while nextLayer ≠ ∅ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := ∅
        for Node u in currLayer do
            for Node v in N(u) do
                if Node v is uncolored then
                    insert v into nextLayer
                    color node v
```



currLayer nextLayer

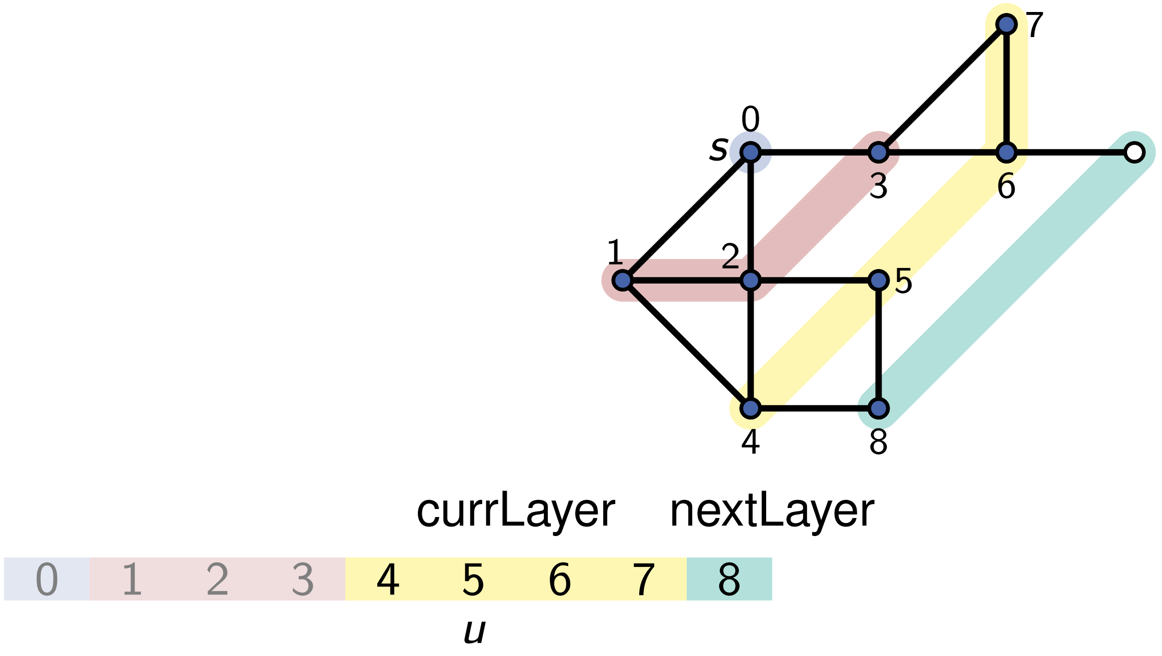
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|  |  |  |  |  | $u$ |  |  |  |

**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
**BFS**(*Graph* $G$, *Node* $s$)
    currLayer $:= \{s\}$
    color node $s$
    nextLayer $:= N(s)$ and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer $:=$ nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer $:= \emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```

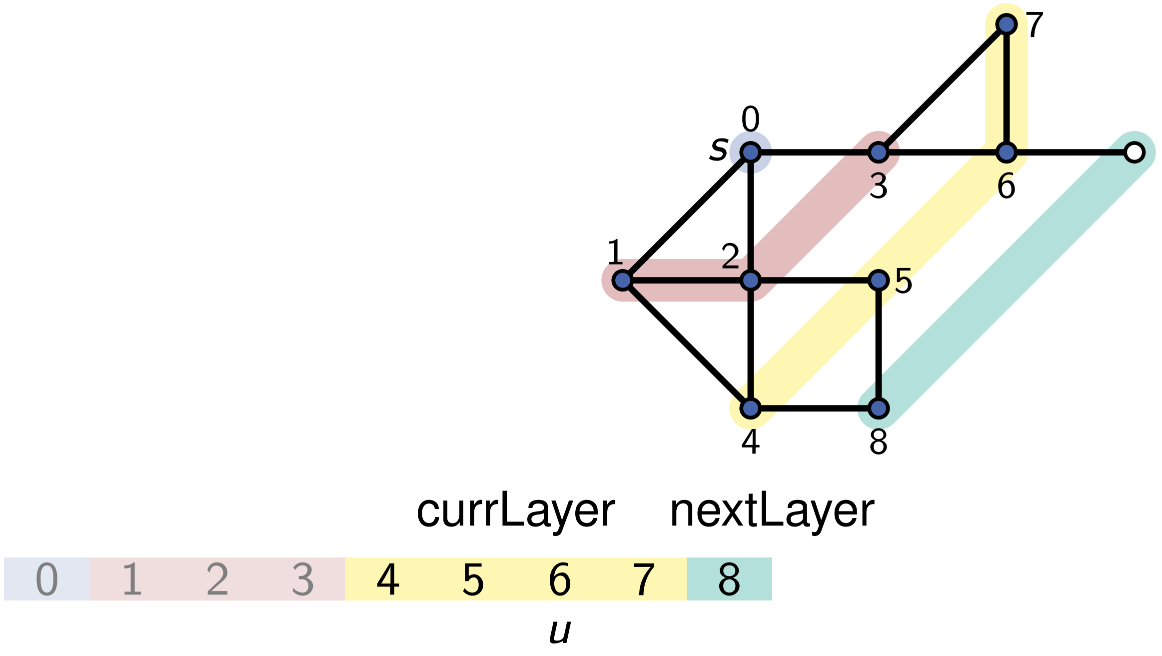


**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer := $\{s\}$
    color node $s$
    nextLayer := $N(s)$  and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := $\emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```

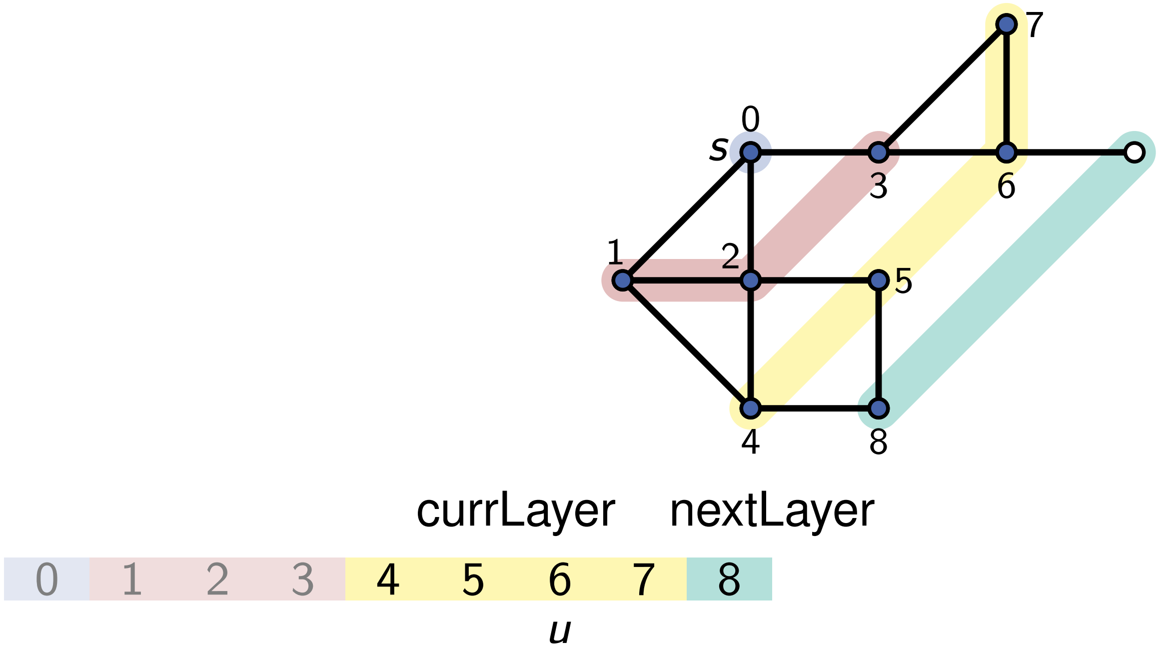


**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
  currLayer := $\{s\}$
  color node $s$
  nextLayer := $N(s)$ and color $N(s)$
  while nextLayer $\neq \emptyset$ do
    currLayer := nextLayer
    // determine next layer
    nextLayer := $\emptyset$
    for Node $u$ in currLayer do
      for Node $v$ in $N(u)$ do
        if Node $v$ is uncolored then
          insert $v$ into nextLayer
          color node $v$
```

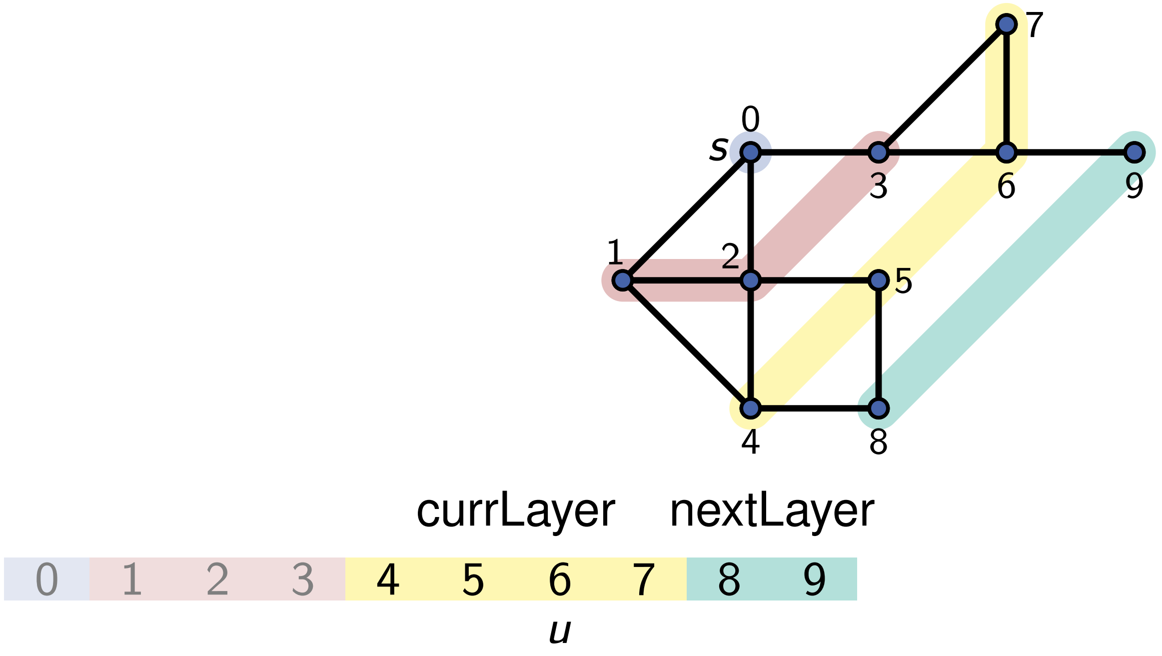


**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
  currLayer $:= \{s\}$
  color node $s$
  nextLayer $:= N(s)$ and color $N(s)$
  while nextLayer $\neq \emptyset$ do
    currLayer $:=$ nextLayer
    // determine next layer
    nextLayer $:= \emptyset$
    for Node $u$ in currLayer do
      for Node $v$ in $N(u)$ do
        if Node $v$ is uncolored then
          insert $v$ into nextLayer
          color node $v$
```

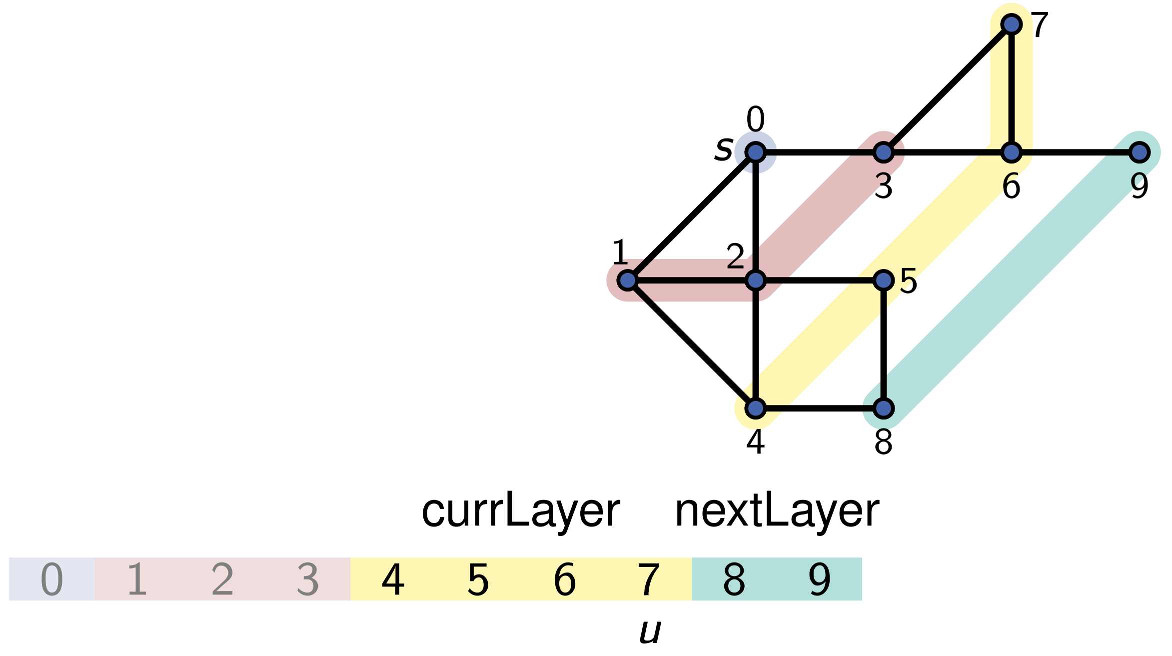


**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer $:= \{s\}$
    color node $s$
    nextLayer $:= N(s)$  and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer $:=$ nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer $:= \emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```

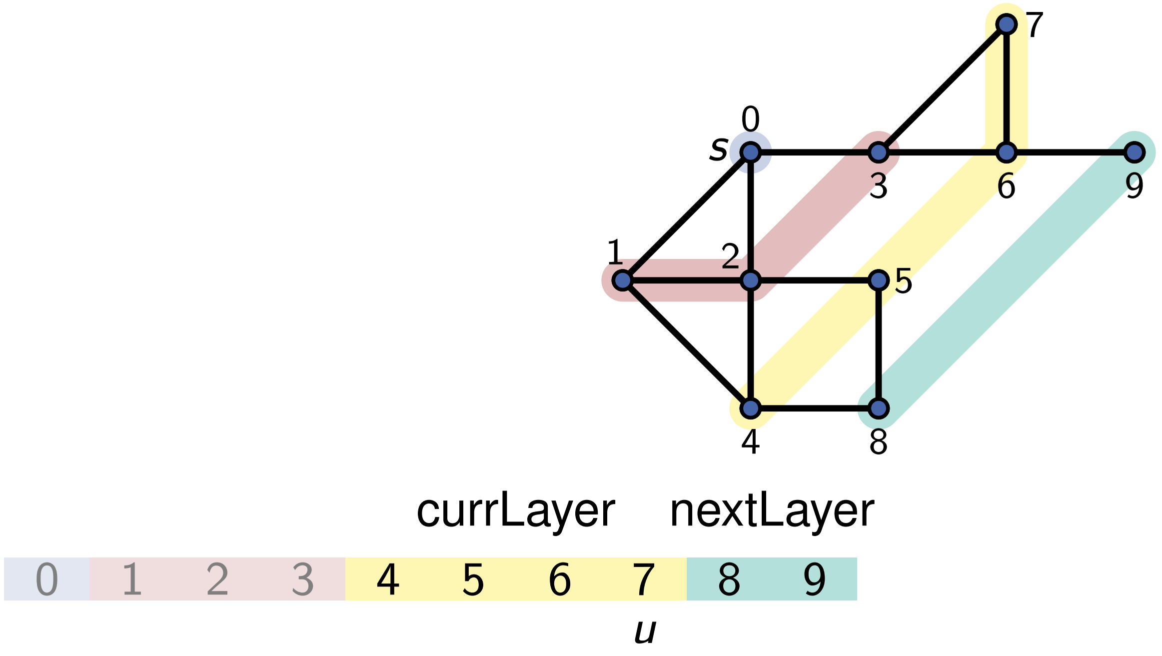


**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
  currLayer $:= \{s\}$
  color node $s$
  nextLayer $:= N(s)$  and color $N(s)$
  while nextLayer $\neq \emptyset$ do
    currLayer $:=$ nextLayer
    // determine next layer
    nextLayer $:= \emptyset$
    for Node $u$ in currLayer do
      for Node $v$ in $N(u)$ do
        if Node $v$ is uncolored then
          insert $v$ into nextLayer
          color node $v$
```

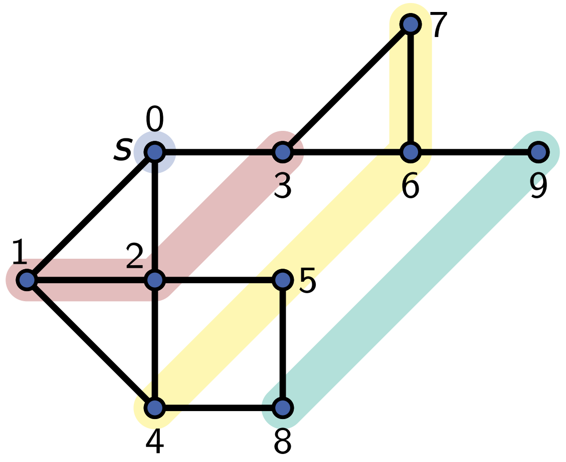


## Färbung beim Einfügen in nextLayer

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph G, Node s)
    currLayer := {s}
    color node s
    nextLayer := N(s)  and color N(s)
    while nextLayer ≠ ∅ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := ∅
        for Node u in currLayer do
            for Node v in N(u) do
                if Node v is uncolored then
                    insert v into nextLayer
                    color node v
```



currLayer nextLayer

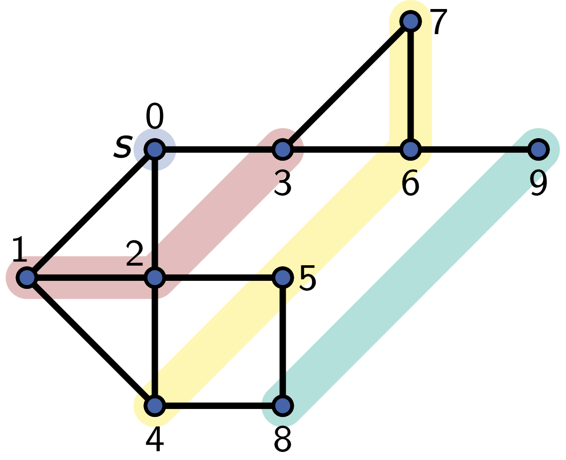
| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

## Färbung beim Einfügen in nextLayer

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer := $\{s\}$
    color node $s$
    nextLayer := $N(s)$ and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := $\emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```



currLayer nextLayer

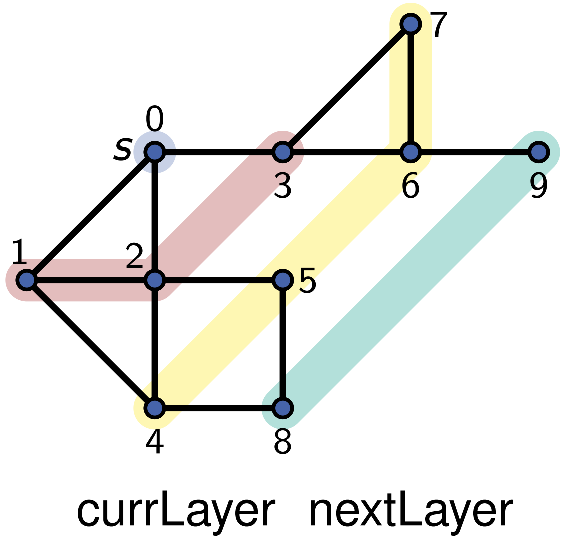
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph G, Node s)
    currLayer := {s}
    color node s
    nextLayer := N(s)  and color N(s)
    while nextLayer ≠ ∅ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := ∅
        for Node u in currLayer do
            for Node v in N(u) do
                if Node v is uncolored then
                    insert v into nextLayer
                    color node v
```



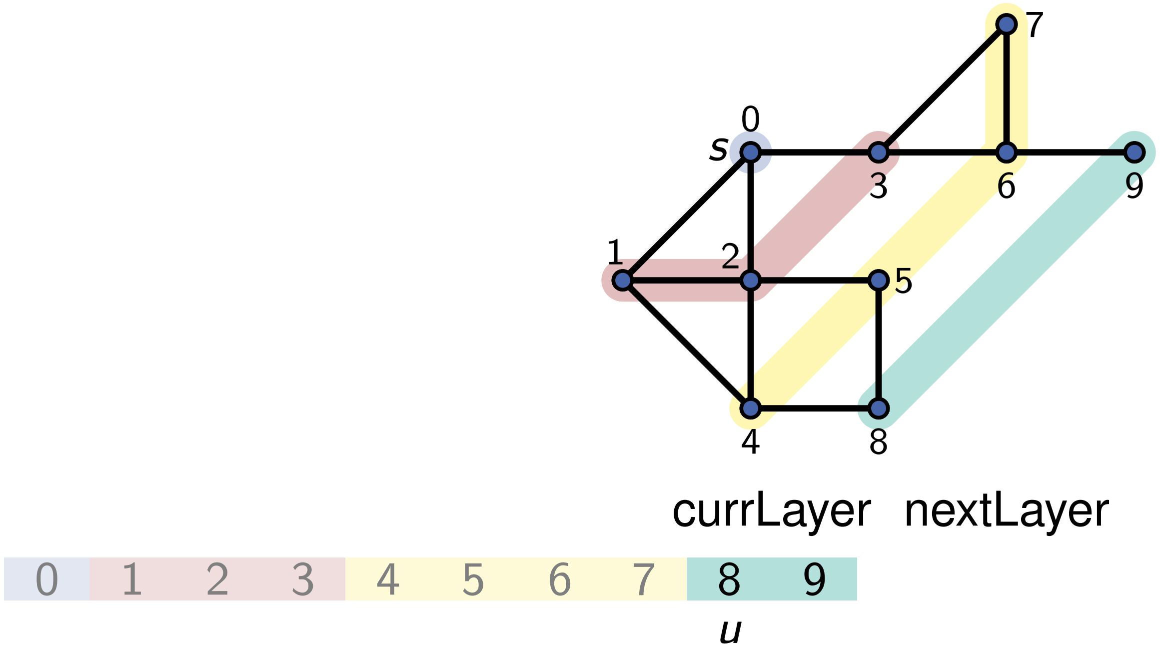
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|   |   |   |   |   |   |   |   | $u$ |   |

**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
  currLayer := $\{s\}$
  color node $s$
  nextLayer := $N(s)$ and color $N(s)$
  while nextLayer $\neq \emptyset$ do
    currLayer := nextLayer
    // determine next layer
    nextLayer := $\emptyset$
    for Node $u$ in currLayer do
      for Node $v$ in $N(u)$ do
        if Node $v$ is uncolored then
          insert $v$ into nextLayer
          color node $v$
```

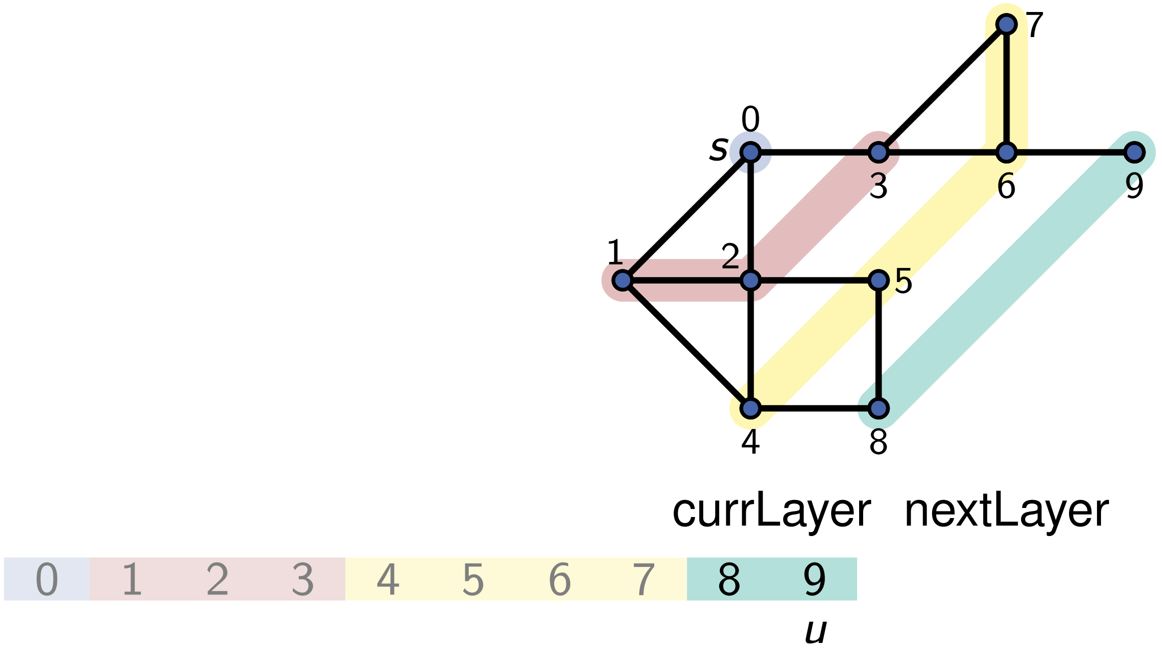


**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer $:= \{s\}$
    color node $s$
    nextLayer $:= N(s)$  and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer $:=$ nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer $:= \emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```

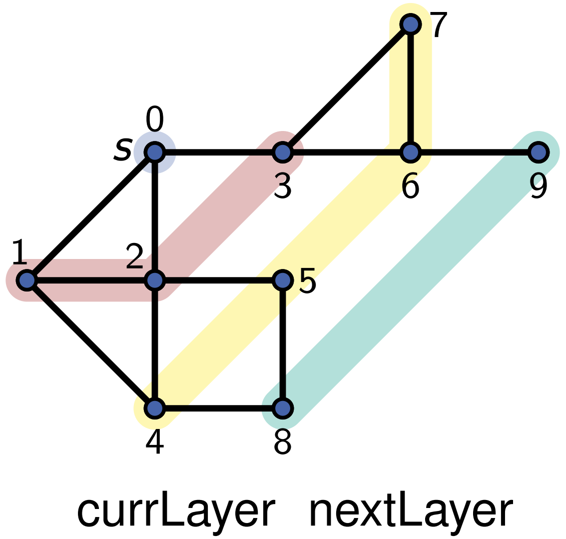


**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer $:= \{s\}$
    color node $s$
    nextLayer $:= N(s)$ and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer $:=$ nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer $:= \emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```



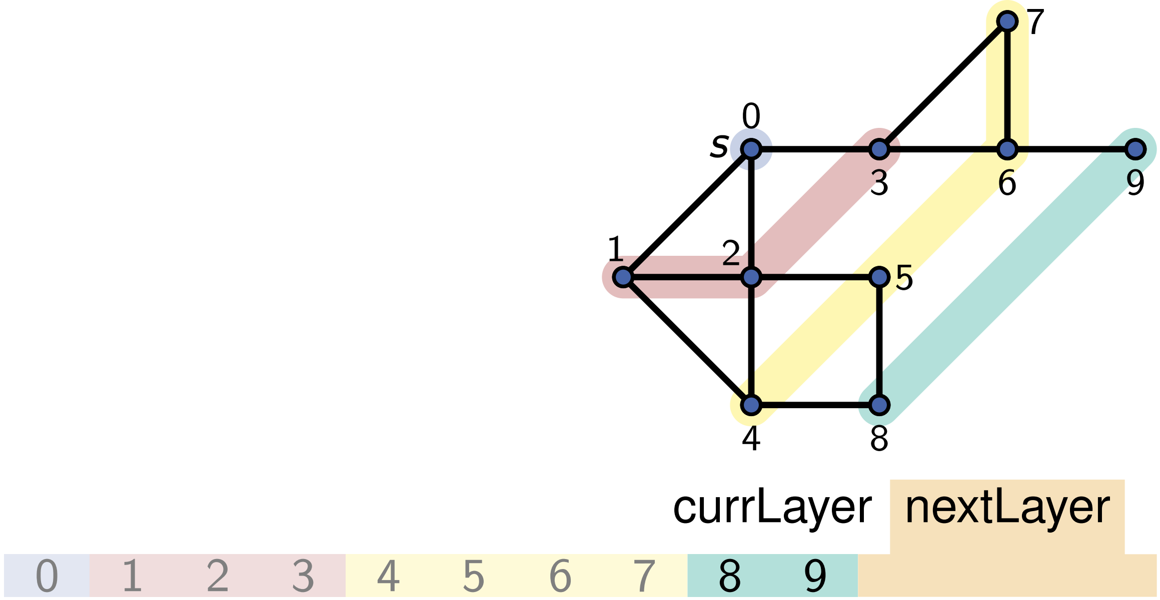
| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| | | | | | | | | | $u$ |

**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    currLayer := $\{s\}$
    color node $s$
    nextLayer := $N(s)$  and color $N(s)$
    while nextLayer $\neq \emptyset$ do
        currLayer := nextLayer
        // determine next layer
        nextLayer := $\emptyset$
        for Node $u$ in currLayer do
            for Node $v$ in $N(u)$ do
                if Node $v$ is uncolored then
                    insert $v$ into nextLayer
                    color node $v$
```



**Färbung beim Einfügen in nextLayer**

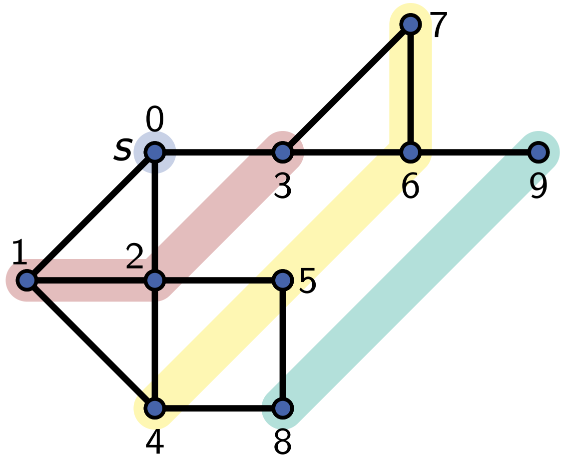
- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

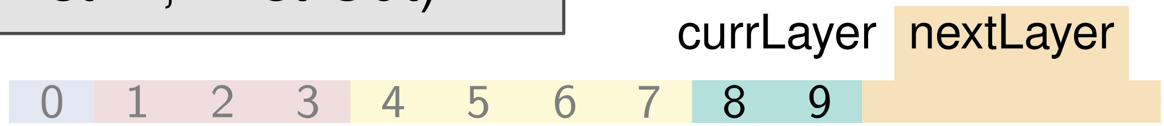
# Algorithmus → Pseudocode (zweiter Versuch)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
  currLayer := $\{s\}$
  color node $s$
  nextLayer := $N(s)$  and color $N(s)$
  while nextLayer $\neq \emptyset$ do
    currLayer := nextLayer
    // determine next layer
    nextLayer := $\emptyset$
    for Node $u$ in currLayer do
      for Node $v$ in $N(u)$ do
        if Node $v$ is uncolored then
          insert $v$ into nextLayer
          color node $v$
```

**Beobachtung**

- neue Knoten $v$ werden hinten eingefügt
- Knoten $u$ läuft von vorne nach hinten
- Verhalten einer Queue (First In, First Out)



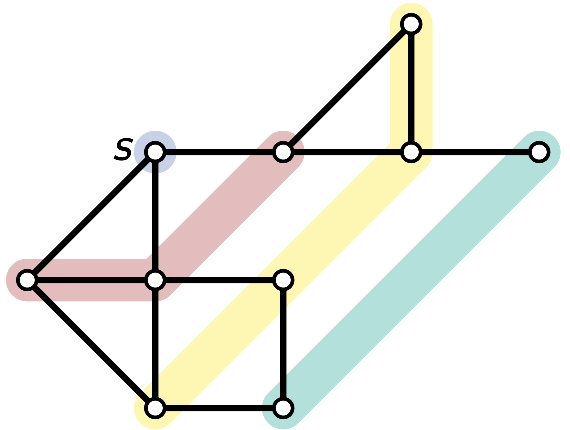


## Färbung beim Einfügen in nextLayer

- stellt sicher, dass jeder Knoten $v$ nur einmal eingefügt wird
- auch dann, wenn $v$ mehrere Kanten vom vorherigen Layer hat

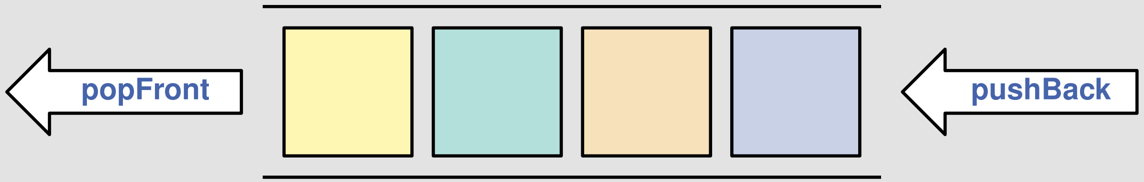
# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
**BFS**(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.**push**($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u := Q$.**pop**()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.**push**($v$)
                color node $v$
```



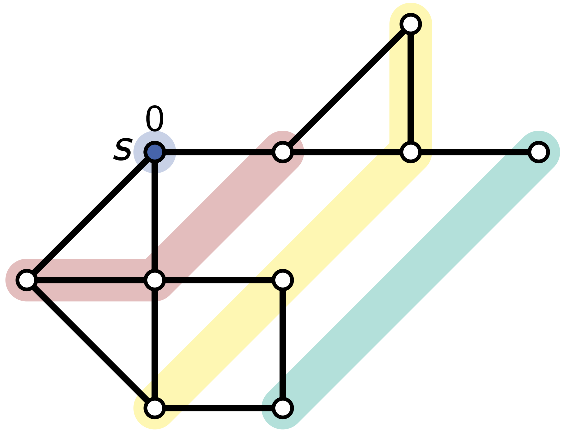
**Erinnerung: Queue**

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

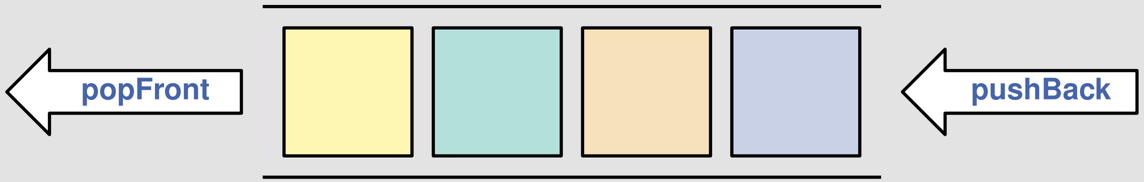
```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
  Queue $Q$ := empty queue
  $Q$.push($s$)
  color node $s$
  while $Q \neq \emptyset$ do
    $u$ := $Q$.pop()
    for Node $v$ in $N(u)$ do
      if $v$ is uncolored then
        $Q$.push($v$)
        color node $v$
```



$Q$: 0

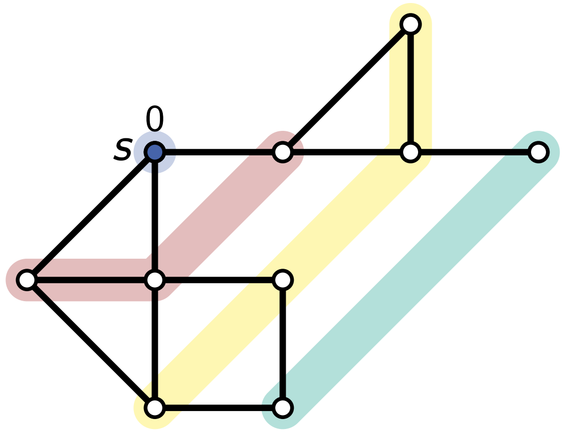
**Erinnerung: Queue**

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```

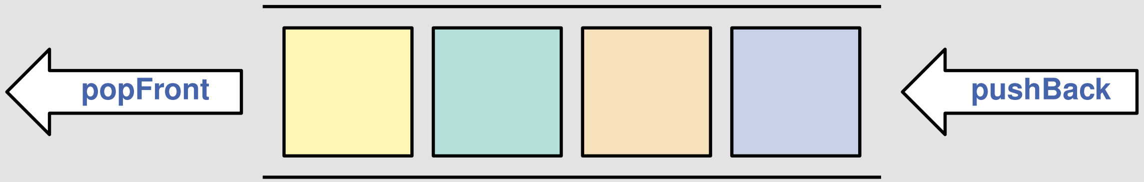


$Q$: 0

$u$

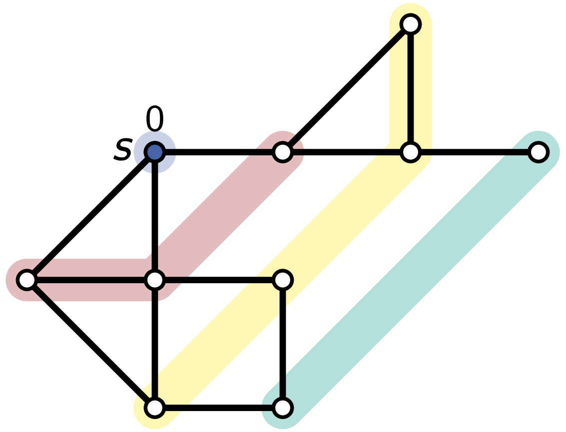
**Erinnerung: Queue**

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u := Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```

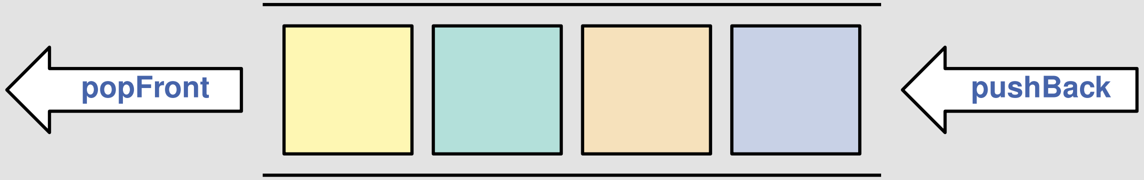


$Q$: 0

$u$

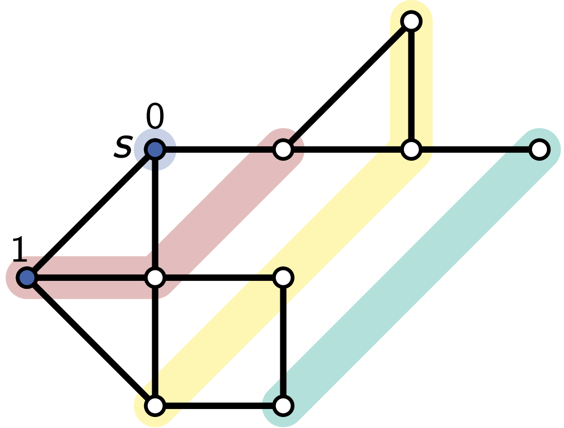
## Erinnerung: Queue

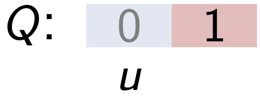
- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

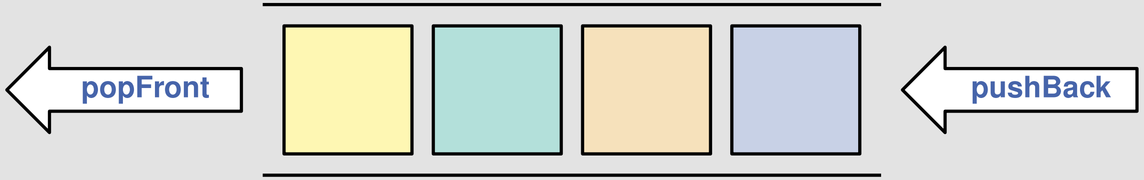
```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```





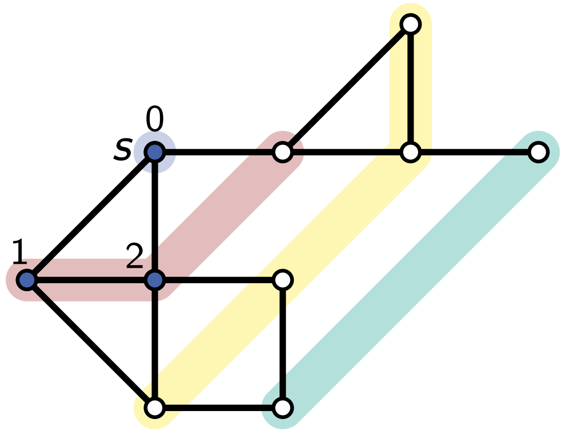
**Erinnerung: Queue**

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
  Queue $Q$ := empty queue
  $Q$.push($s$)
  color node $s$
  while $Q \neq \emptyset$ do
    $u$ := $Q$.pop()
    for Node $v$ in $N(u)$ do
      if $v$ is uncolored then
        $Q$.push($v$)
        color node $v$
```

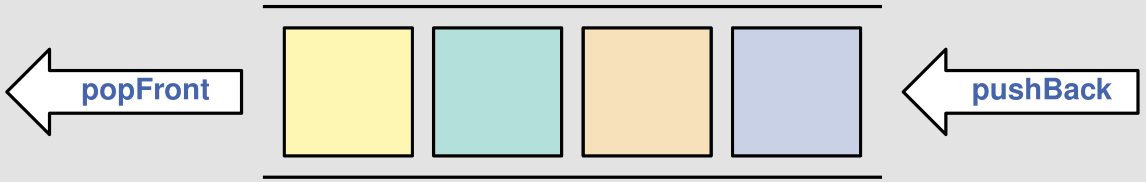


$Q$:

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 |
| $u$ | | |

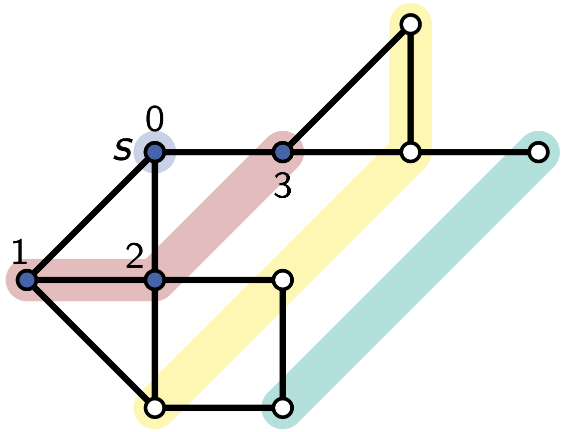
**Erinnerung: Queue**

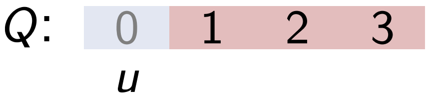
- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

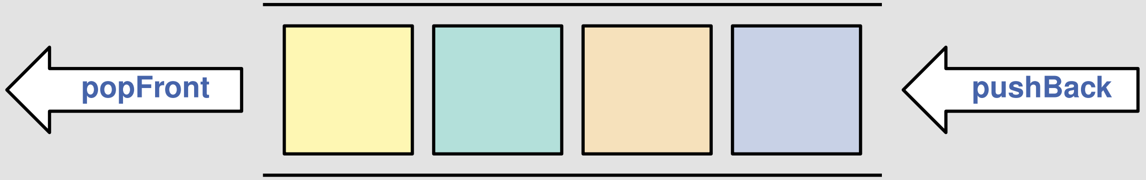
```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```





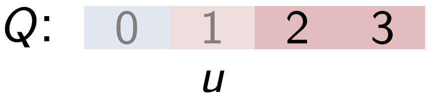
**Erinnerung: Queue**

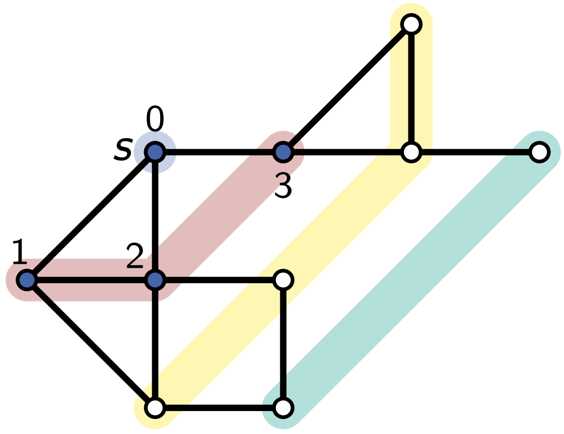
- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

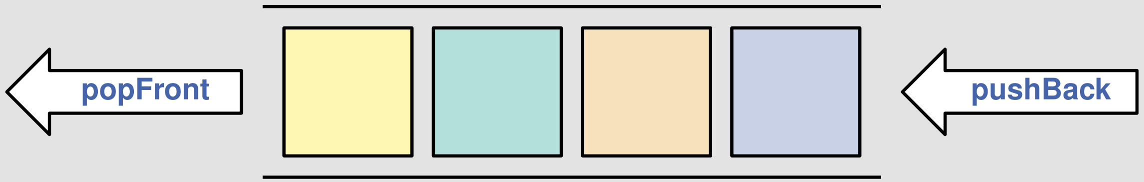
```
**BFS**(*Graph* $G$, *Node* $s$)
    *Queue* $Q$ := empty queue
    $Q$.**push**($s$)
    color node $s$
    **while** $Q \neq \emptyset$ **do**
        $u := Q$.**pop**()
        **for** *Node* $v$ in $N(u)$ **do**
            **if** $v$ is uncolored **then**
                $Q$.**push**($v$)
                color node $v$
```





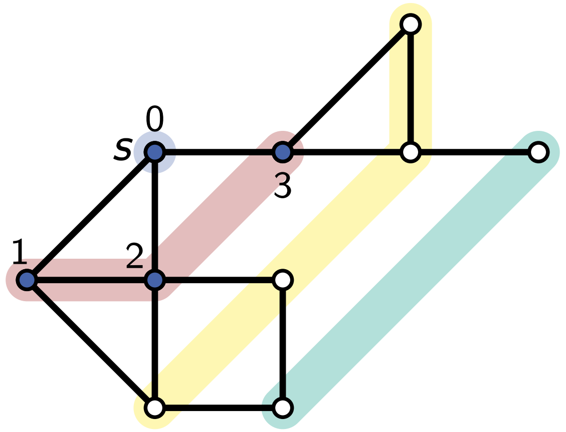
**Erinnerung: Queue**

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
BFS($Graph\ G$, $Node\ s$)
    $Queue\ Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u := Q$.pop()
        for $Node\ v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```

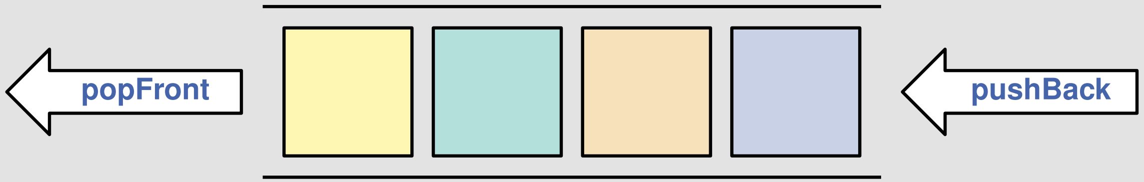


$Q$: 0 1 2 3

$u$

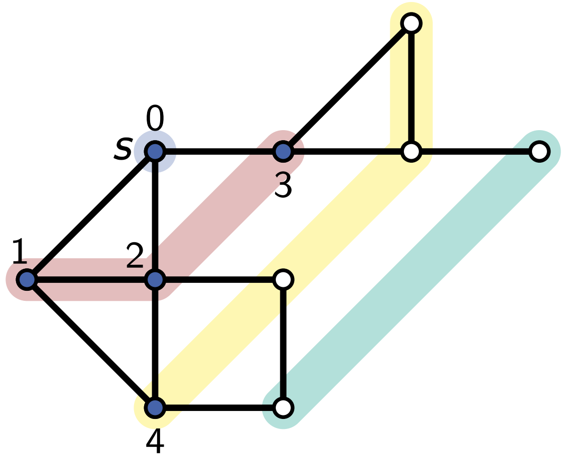
**Erinnerung: Queue**

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```

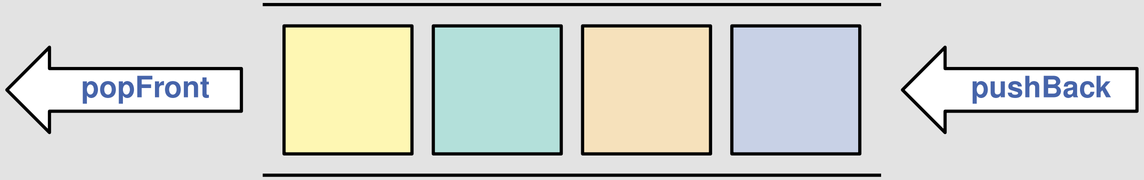


$Q$:

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|   | $u$ |   |   |   |

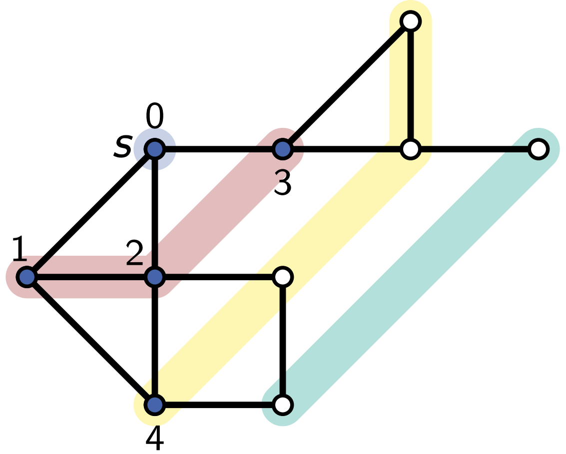
**Erinnerung: Queue**

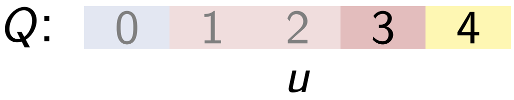
- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

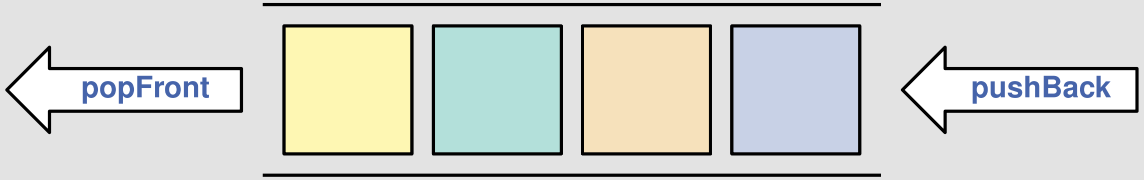
```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```





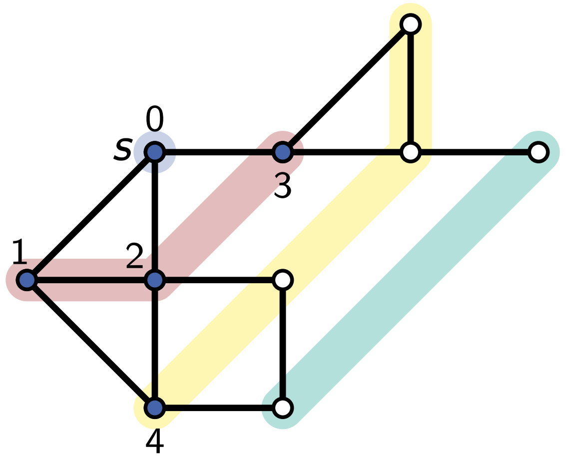
**Erinnerung: Queue**

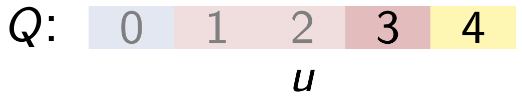
- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

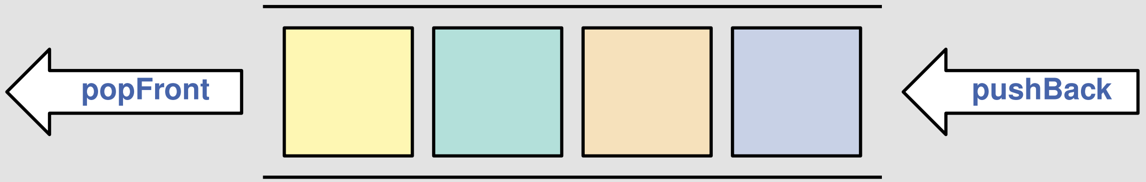
```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```





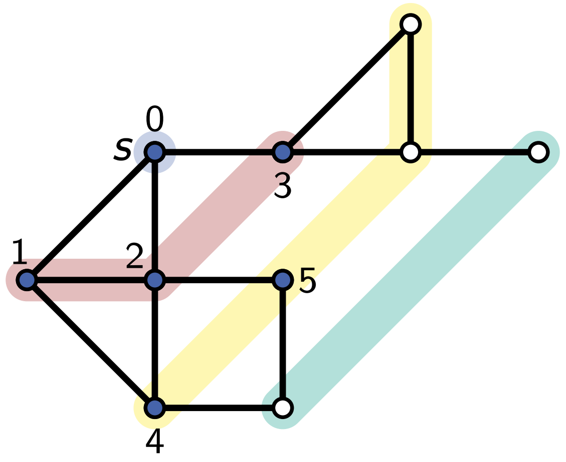
### Erinnerung: Queue

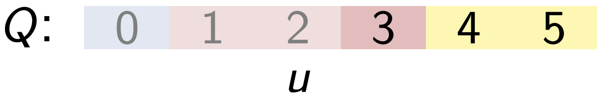
- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
**BFS**($Graph\ G$, $Node\ s$)
    $Queue\ Q :=$ empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u := Q$.pop()
        for $Node\ v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```



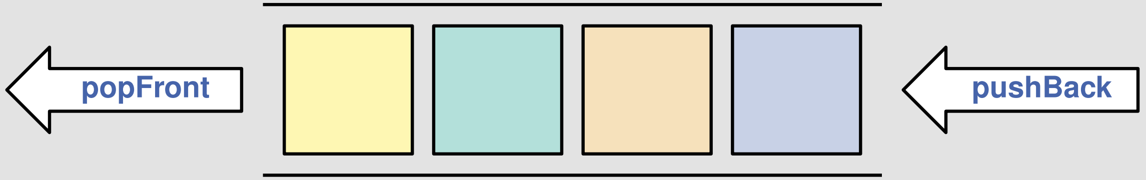


$Q$: 0 1 2 3 4 5

$u$

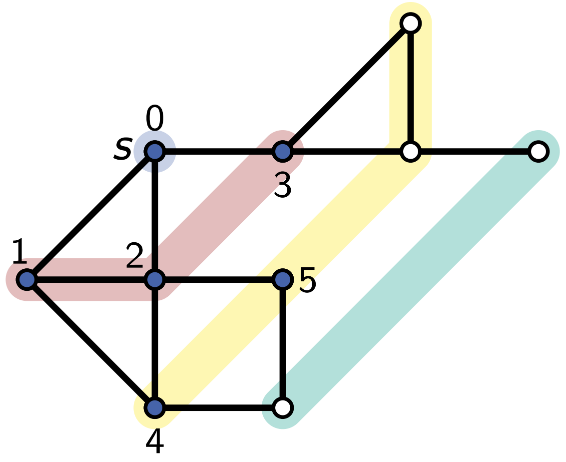
## Erinnerung: Queue

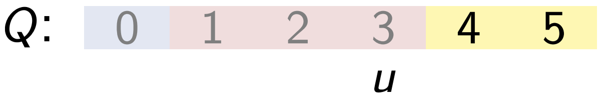
- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

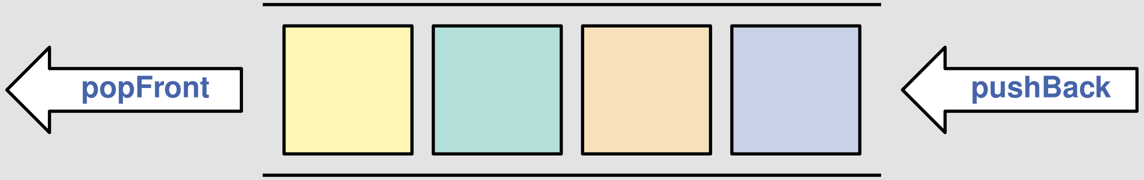
```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```





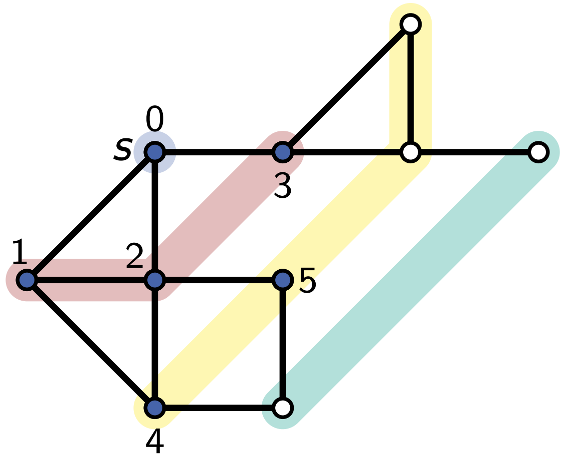
**Erinnerung: Queue**

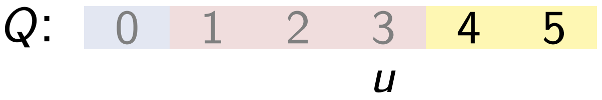
- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

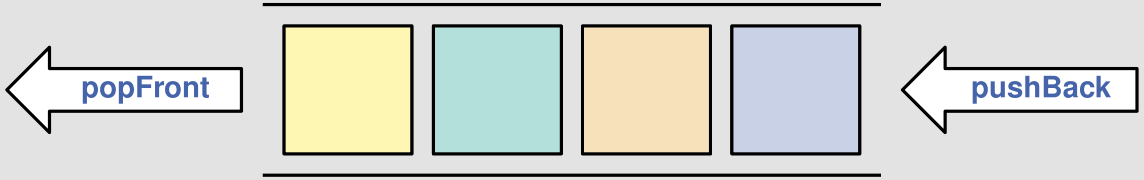
```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```





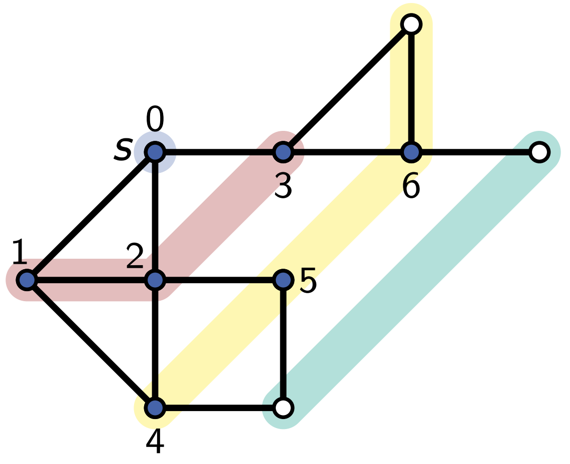
**Erinnerung: Queue**

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```

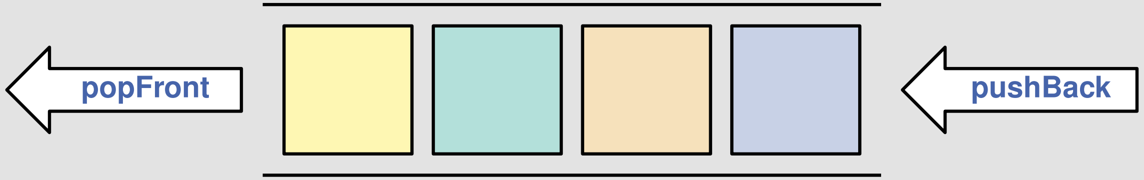


$Q$: 0 1 2 3 4 5 6

$u$

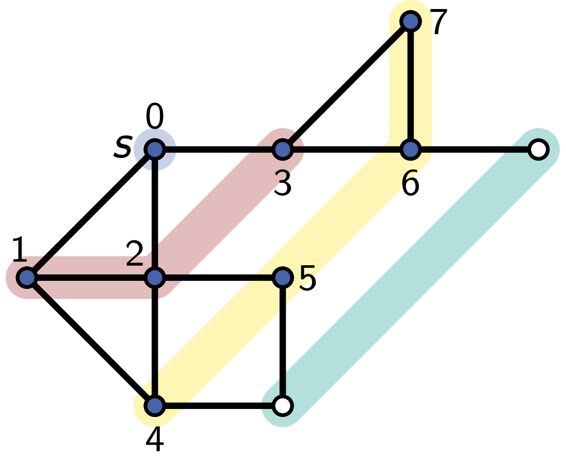
**Erinnerung: Queue**

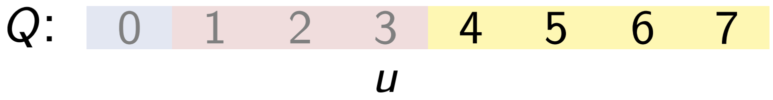
- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

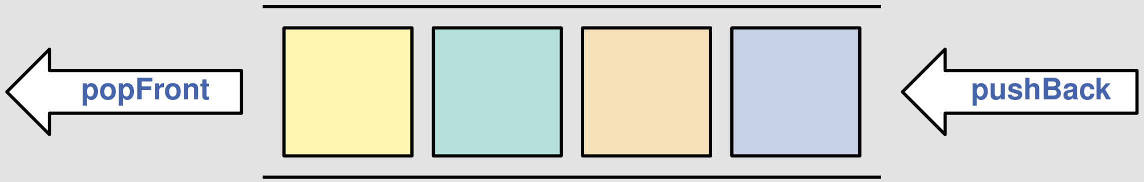
```
**BFS**($Graph\ G$, $Node\ s$)
    $Queue\ Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u := Q$.pop()
        for $Node\ v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```





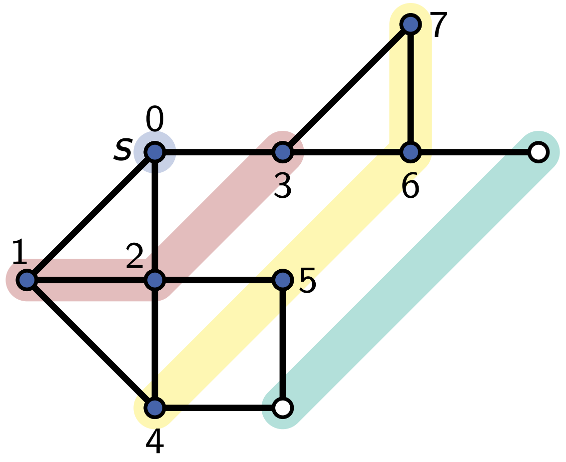
## Erinnerung: Queue

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

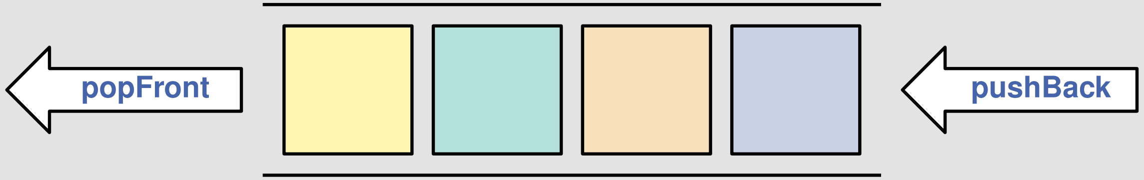
```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u := Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```



| $Q$: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $u$ | | | |

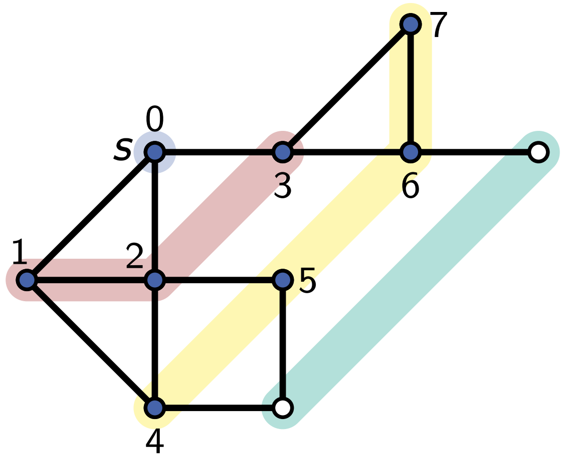
**Erinnerung: Queue**

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```

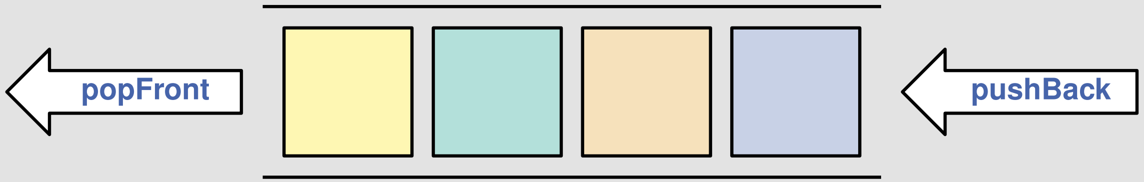


$Q$: 0 1 2 3 4 5 6 7

$u$ (under 4)

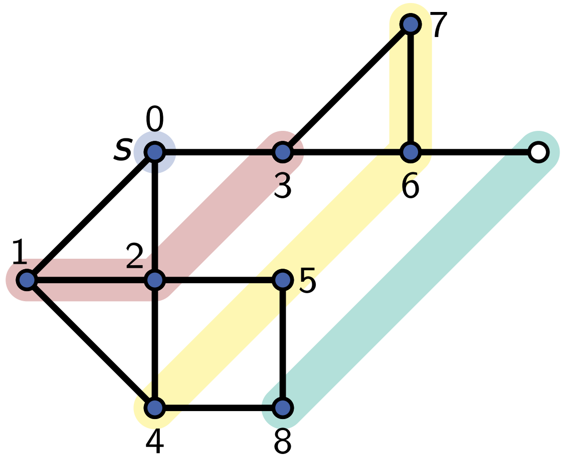
## Erinnerung: Queue

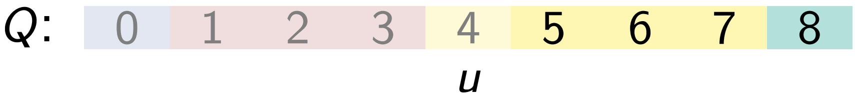
- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```

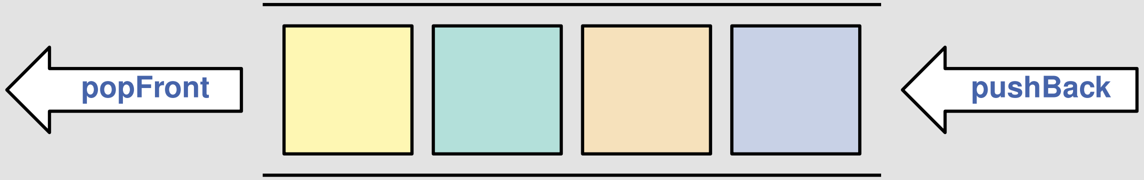



$Q$: 0 1 2 3 4 5 6 7 8

$u$

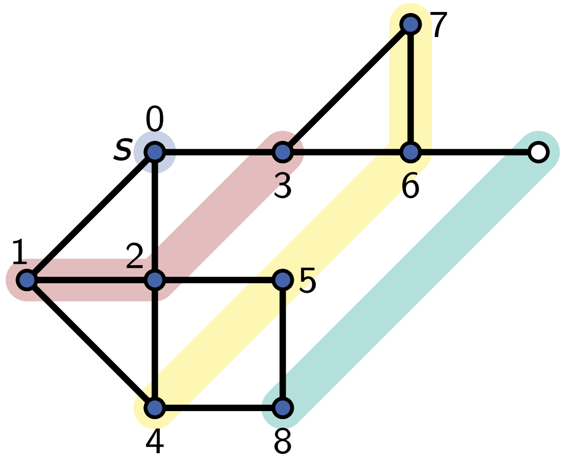
**Erinnerung: Queue**

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
**BFS**(*Graph* $G$, *Node* $s$)
    *Queue* $Q :=$ empty queue
    $Q$.**push**($s$)
    color node $s$
    **while** $Q \neq \emptyset$ **do**
        $u := Q$.**pop**()
        **for** *Node* $v$ in $N(u)$ **do**
            **if** $v$ is uncolored **then**
                $Q$.**push**($v$)
                color node $v$
```

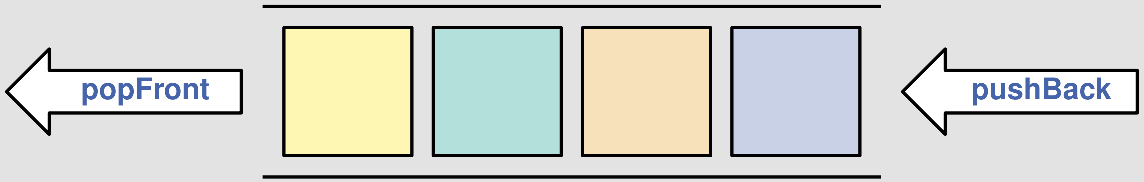


$Q$: 0 1 2 3 4 5 6 7 8

$u$

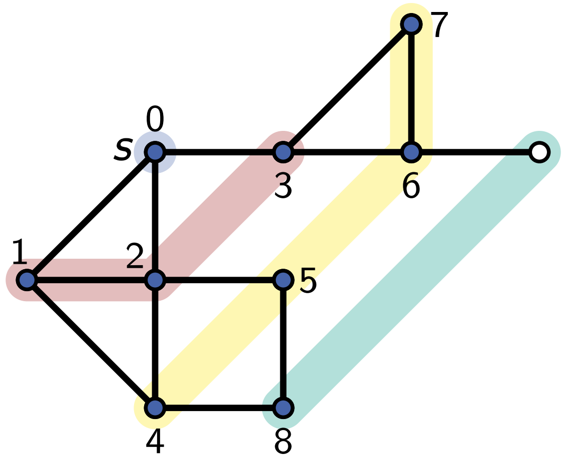
**Erinnerung: Queue**

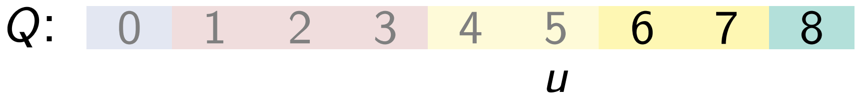
- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

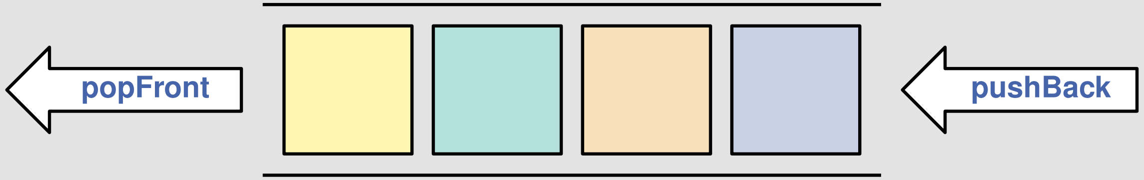
```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```





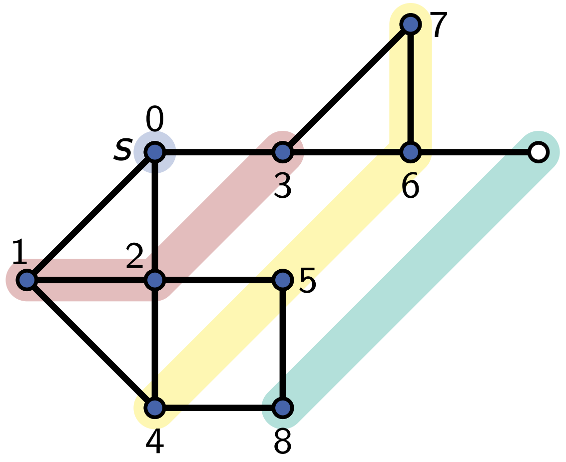
**Erinnerung: Queue**

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
**BFS**($Graph\ G$, $Node\ s$)
    $Queue\ Q :=$ empty queue
    $Q$.**push**($s$)
    color node $s$
    **while** $Q \neq \emptyset$ **do**
        $u := Q$.**pop**()
        **for** $Node\ v$ in $N(u)$ **do**
            **if** $v$ is uncolored **then**
                $Q$.**push**($v$)
                color node $v$
```

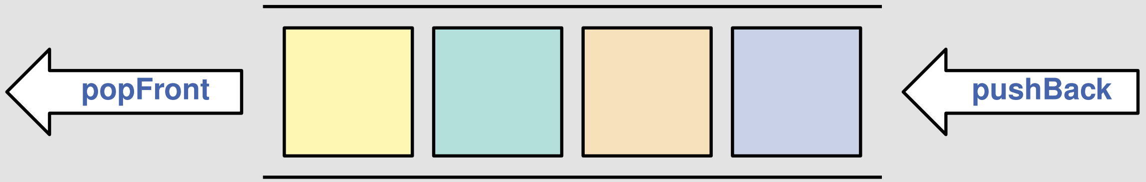


$Q$: 0 1 2 3 4 5 6 7 8

$u$

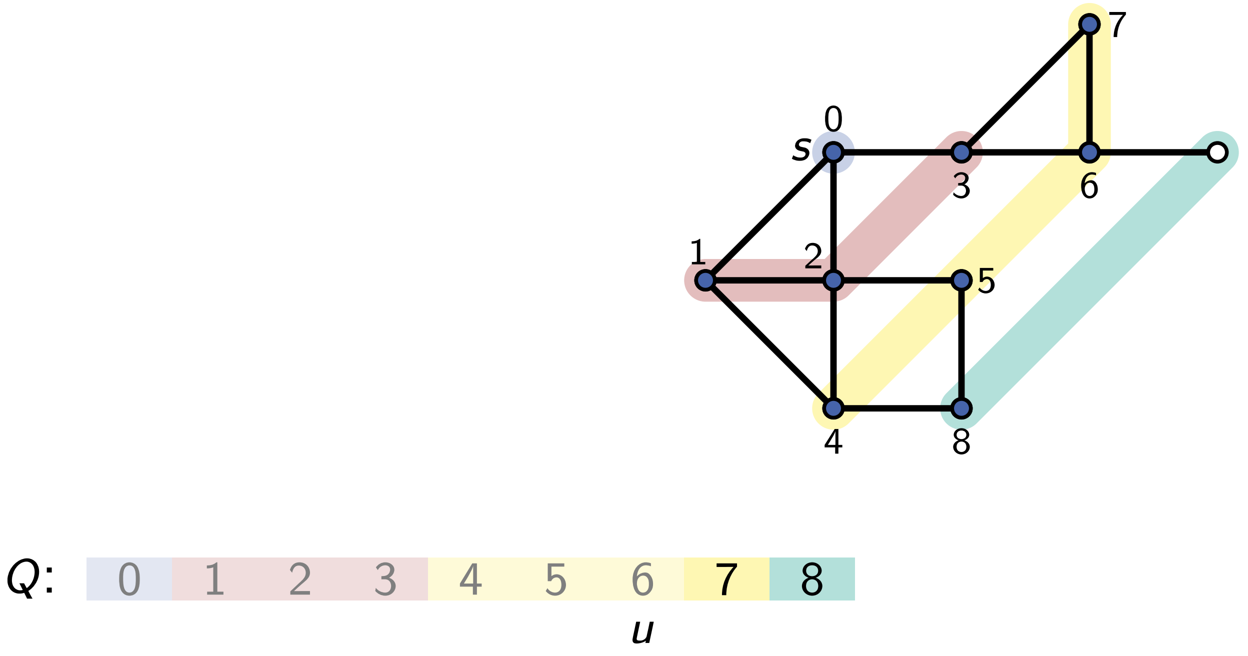
**Erinnerung: Queue**

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



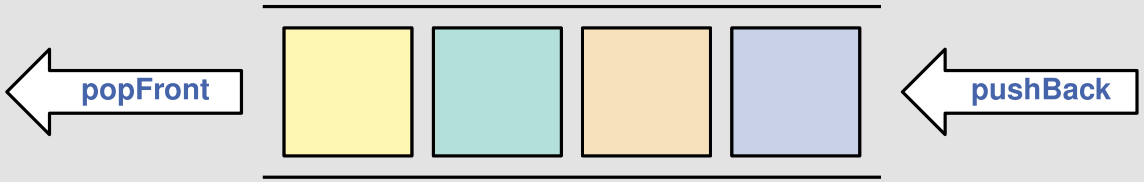
# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
$\textbf{BFS}(\textit{Graph } G, \textit{Node } s)$
    $\textit{Queue } Q :=$ empty queue
    $Q.\textbf{push}(s)$
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u := Q.\textbf{pop}()$
        for $\textit{Node } v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q.\textbf{push}(v)$
                color node $v$
```



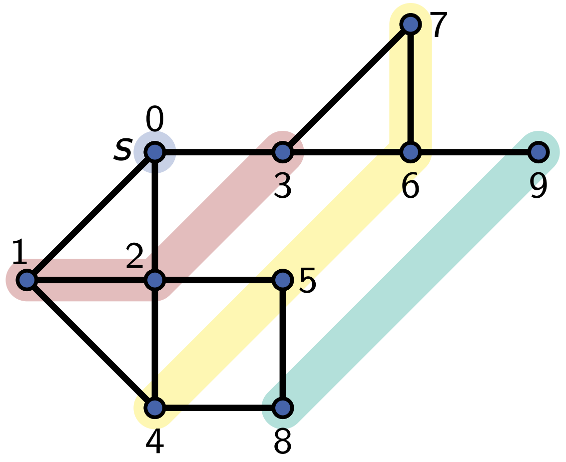
## Erinnerung: Queue

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```

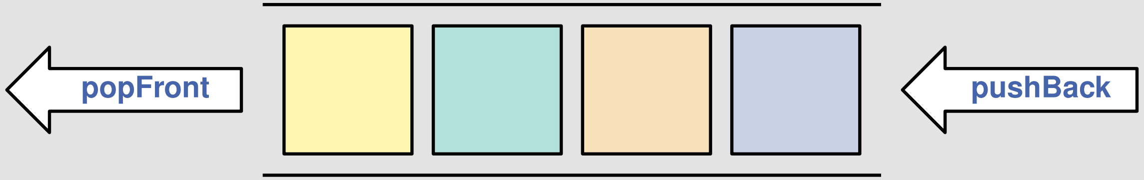


$Q$:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|  |  |  |  |  |  | $u$ |  |  |  |

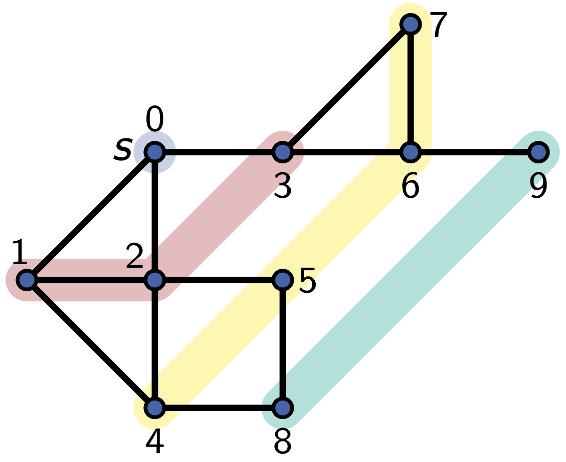
**Erinnerung: Queue**

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

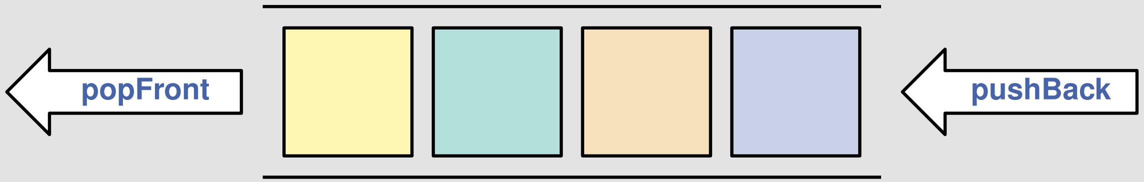
```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u := Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```



| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Q$: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| | | | | | | | | $u$ | | |

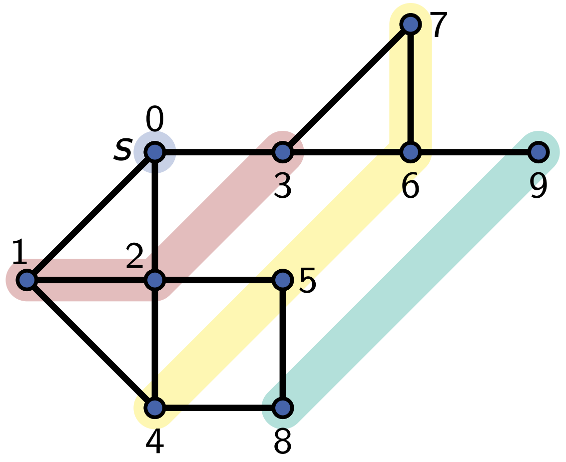
**Erinnerung: Queue**

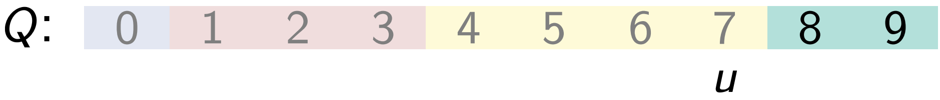
- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

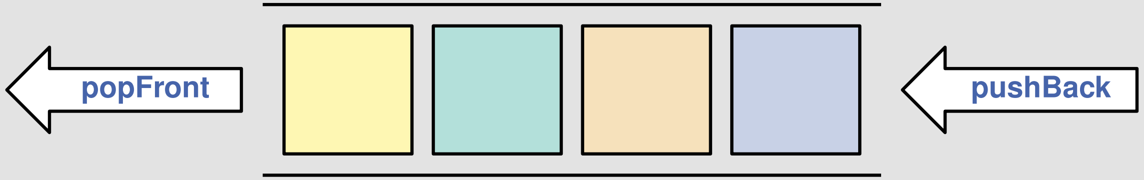
```
BFS(Graph G, Node s)
    Queue Q := empty queue
    Q.push(s)
    color node s
    while Q ≠ ∅ do
        u := Q.pop()
        for Node v in N(u) do
            if v is uncolored then
                Q.push(v)
                color node v
```





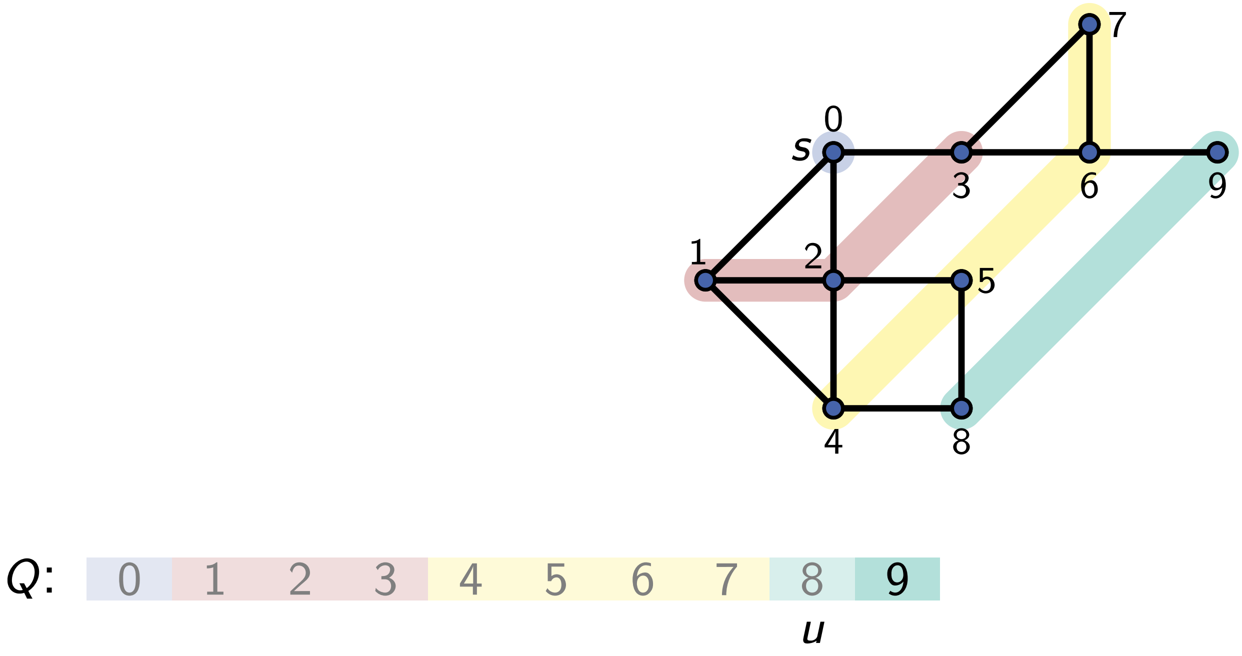
**Erinnerung: Queue**

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



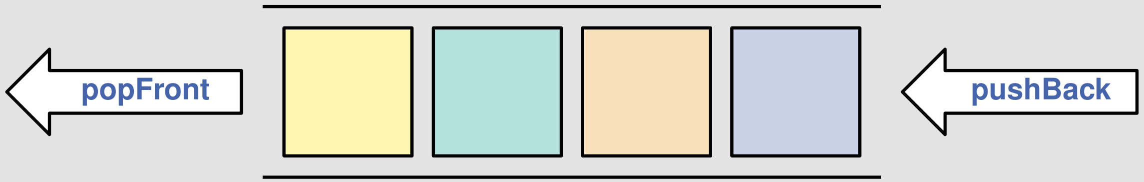
# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```



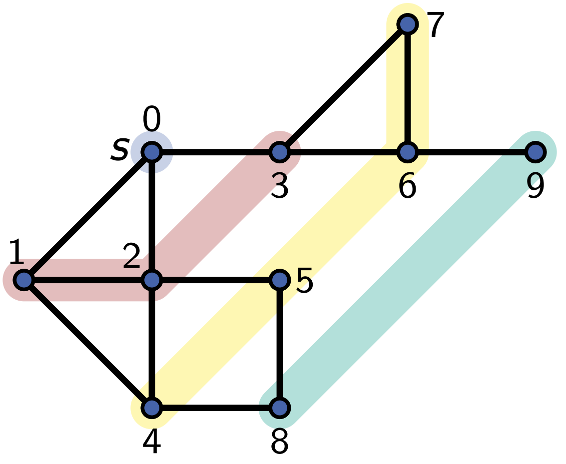
**Erinnerung: Queue**

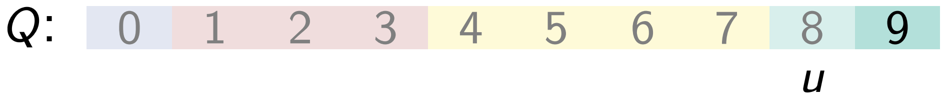
- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
**BFS**($Graph\ G$, $Node\ s$)
    $Queue\ Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u := Q$.pop()
        for $Node\ v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```

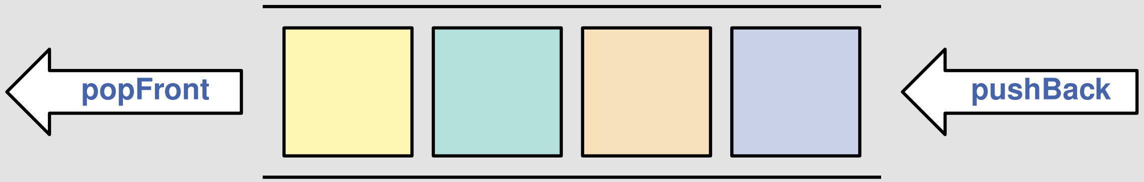




| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Q$: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| | | | | | | | | | $u$ | |

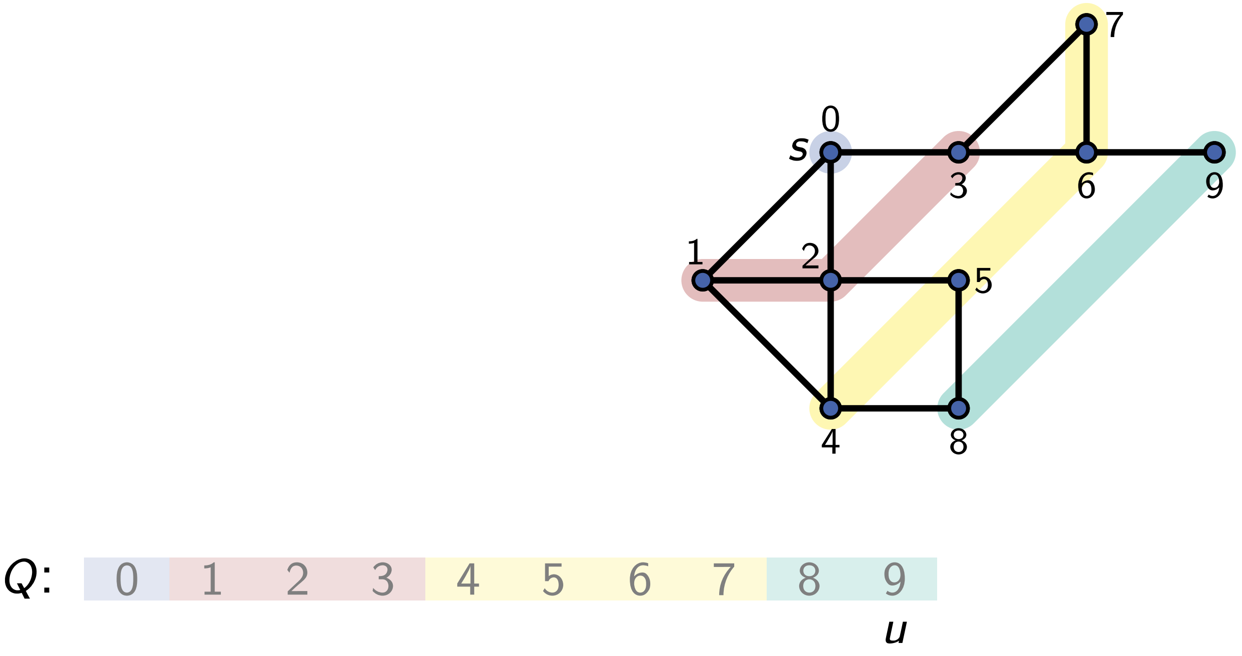
**Erinnerung: Queue**

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



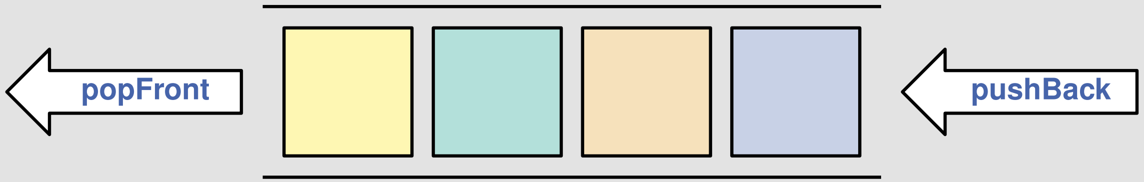
# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```



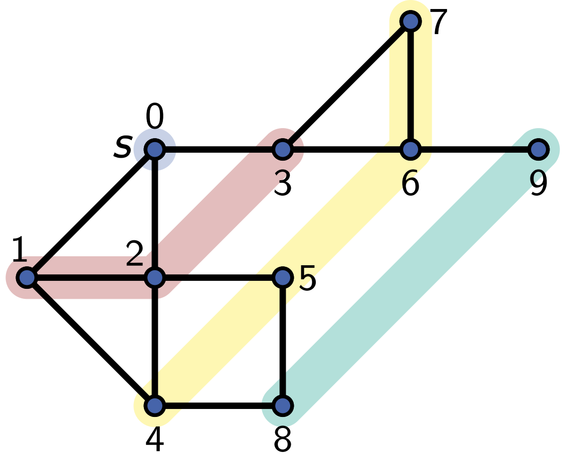
**Erinnerung: Queue**

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u := Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```

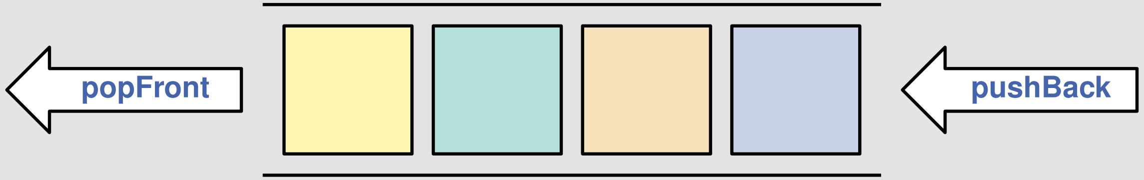


$Q$: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

$u$

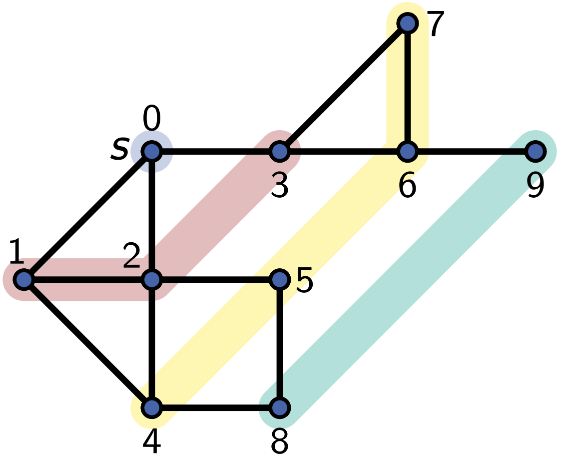
**Erinnerung: Queue**

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Algorithmus → Pseudocode (Endergebnis)

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```

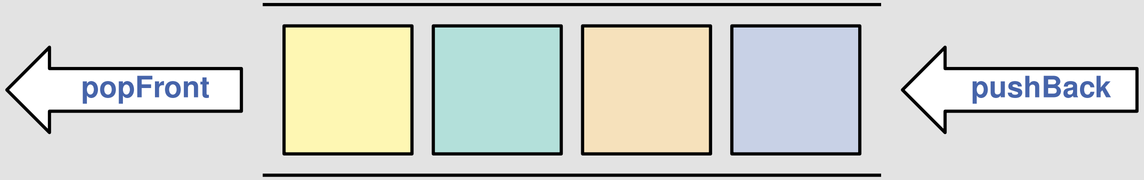


$Q$:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

**Erinnerung: Queue**

- Operationen: **pushBack**, **popFront**
- FIFO: First In – First Out



# Breitensuche: Laufzeit

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```

**Intuition von vorhin: pro Layer . . .**

- betrachte Knoten in dem Layer → insgesamt $\Theta(n)$
- betrachte nur Kanten inzident zu Knoten aus dem Layer → insgesamt $\Theta(m)$

**Notation**

- $V$: Knotenmenge
- $E$: Kantenmenge
- $n = |V|$, $m = |E|$
- $\deg(u)$: Grad von $u$

# Breitensuche: Laufzeit

```
BFS(Graph G, Node s)
  Queue Q := empty queue
  Q.push(s)
  color node s
  while Q ≠ ∅ do
    u := Q.pop()
    for Node v in N(u) do
      if v is uncolored then
        Q.push(v)
        color node v
```

**Intuition von vorhin: pro Layer . . .**

- betrachte Knoten in dem Layer → insgesamt $\Theta(n)$
- betrachte nur Kanten inzident zu Knoten aus dem Layer → insgesamt $\Theta(m)$

**Etwas formaler für unsere finale Umsetzung**

- jeder Knoten wird nur einmal in die Queue eingefügt

**Notation**

- $V$: Knotenmenge
- $E$: Kantenmenge
- $n = |V|$, $m = |E|$
- $\deg(u)$: Grad von $u$

# Breitensuche: Laufzeit

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```

**Intuition von vorhin: pro Layer . . .**

- betrachte Knoten in dem Layer → insgesamt $\Theta(n)$
- betrachte nur Kanten inzident zu Knoten aus dem Layer → insgesamt $\Theta(m)$

**Etwas formaler für unsere finale Umsetzung**

- jeder Knoten wird nur einmal in die Queue eingefügt
- **while**-Schleife: ein Durchlauf für jeden Knoten $u \in V$

**Notation**
- $V$: Knotenmenge
- $E$: Kantenmenge
- $n = |V|$, $m = |E|$
- $\deg(u)$: Grad von $u$

# Breitensuche: Laufzeit

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```

**Intuition von vorhin: pro Layer . . .**

- betrachte Knoten in dem Layer → insgesamt $\Theta(n)$
- betrachte nur Kanten inzident zu Knoten aus dem Layer → insgesamt $\Theta(m)$

**Etwas formaler für unsere finale Umsetzung**

- jeder Knoten wird nur einmal in die Queue eingefügt
- **while**-Schleife: ein Durchlauf für jeden Knoten $u \in V$
- **for**-Schleife: $\deg(u) = |N(u)|$ Durchläufe

**Notation**

- $V$: Knotenmenge
- $E$: Kantenmenge
- $n = |V|$, $m = |E|$
- $\deg(u)$: Grad von $u$

# Breitensuche: Laufzeit

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```

**Intuition von vorhin: pro Layer . . .**

- betrachte Knoten in dem Layer → insgesamt $\Theta(n)$
- betrachte nur Kanten inzident zu Knoten aus dem Layer → insgesamt $\Theta(m)$

**Etwas formaler für unsere finale Umsetzung**

- jeder Knoten wird nur einmal in die Queue eingefügt
- **while**-Schleife: ein Durchlauf für jeden Knoten $u \in V$
- **for**-Schleife: $\deg(u) = |N(u)|$ Durchläufe
- Gesamtkosten: $\sum_{u \in V} \deg(u)$

**Notation**
- $V$: Knotenmenge
- $E$: Kantenmenge
- $n = |V|$, $m = |E|$
- $\deg(u)$: Grad von $u$

# Breitensuche: Laufzeit

```
BFS(Graph G, Node s)
    Queue Q := empty queue
    Q.push(s)
    color node s
    while $Q \neq \emptyset$ do
        u := Q.pop()
        for Node v in N(u) do
            if v is uncolored then
                Q.push(v)
                color node v
```

**Intuition von vorhin: pro Layer . . .**

- betrachte Knoten in dem Layer → insgesamt $\Theta(n)$
- betrachte nur Kanten inzident zu Knoten aus dem Layer → insgesamt $\Theta(m)$

**Etwas formaler für unsere finale Umsetzung**

- jeder Knoten wird nur einmal in die Queue eingefügt
- **while**-Schleife: ein Durchlauf für jeden Knoten $u \in V$
- **for**-Schleife: $\deg(u) = |N(u)|$ Durchläufe
- Gesamtkosten: $\sum_{u \in V} \deg(u)$

**Zu was summiert sich $\sum_{u \in V} \deg(u)$?**

**Notation**
- $V$: Knotenmenge
- $E$: Kantenmenge
- $n = |V|$, $m = |E|$
- $\deg(u)$: Grad von $u$

# Breitensuche: Laufzeit

```
BFS(Graph G, Node s)
    Queue Q := empty queue
    Q.push(s)
    color node s
    while $Q \neq \emptyset$ do
        u := Q.pop()
        for Node v in N(u) do
            if v is uncolored then
                Q.push(v)
                color node v
```

**Intuition von vorhin: pro Layer ...**

- betrachte Knoten in dem Layer → insgesamt $\Theta(n)$
- betrachte nur Kanten inzident zu Knoten aus dem Layer → insgesamt $\Theta(m)$

**Etwas formaler für unsere finale Umsetzung**

- jeder Knoten wird nur einmal in die Queue eingefügt
- while-Schleife: ein Durchlauf für jeden Knoten $u \in V$
- for-Schleife: $\deg(u) = |N(u)|$ Durchläufe
- Gesamtkosten: $\sum_{u \in V} \deg(u) = 2m$

(jede Kante $\{u, v\}$ wird doppelt gezählt:
einmal für $u$ in $\deg(u)$ und einmal für $v$ in $\deg(v)$)

**Notation**
- $V$: Knotenmenge
- $E$: Kantenmenge
- $n = |V|$, $m = |E|$
- $\deg(u)$: Grad von $u$

# Breitensuche: Laufzeit

```
BFS(Graph $G$, Node $s$)
    Queue $Q$ := empty queue
    $Q$.push($s$)
    color node $s$
    while $Q \neq \emptyset$ do
        $u$ := $Q$.pop()
        for Node $v$ in $N(u)$ do
            if $v$ is uncolored then
                $Q$.push($v$)
                color node $v$
```

**Intuition von vorhin: pro Layer . . .**

- betrachte Knoten in dem Layer → insgesamt $\Theta(n)$
- betrachte nur Kanten inzident zu Knoten aus dem Layer → insgesamt $\Theta(m)$

**Etwas formaler für unsere finale Umsetzung**

- jeder Knoten wird nur einmal in die Queue eingefügt
- while-Schleife: ein Durchlauf für jeden Knoten $u \in V$
- for-Schleife: $\deg(u) = |N(u)|$ Durchläufe
- Gesamtkosten: $\sum_{u \in V} \deg(u) = 2m$

(jede Kante $\{u, v\}$ wird doppelt gezählt:
einmal für $u$ in $\deg(u)$ und einmal für $v$ in $\deg(v)$)

**Notation**
- $V$: Knotenmenge
- $E$: Kantenmenge
- $n = |V|$, $m = |E|$
- $\deg(u)$: Grad von $u$

**⇒ BFS hat lineare Laufzeit $\Theta(m)$**

# Breitensuche: Laufzeit

```
BFS(Graph G, Node s)
    Queue Q := empty queue
    Q.push(s)
    color node s
    while $Q \neq \emptyset$ do
        u := Q.pop()
        for Node v in N(u) do
            if v is uncolored then
                Q.push(v)
                color node v
```

**Intuition von vorhin: pro Layer . . .**

- betrachte Knoten in dem Layer → insgesamt $\Theta(n)$
- betrachte nur Kanten inzident zu Knoten aus dem Layer → insgesamt $\Theta(m)$

**Etwas formaler für unsere finale Umsetzung**

- jeder Knoten wird nur einmal in die Queue eingefügt
- **while**-Schleife: ein Durchlauf für jeden Knoten $u \in V$
- **for**-Schleife: $\deg(u) = |N(u)|$ Durchläufe
- Gesamtkosten: $\sum_{u \in V} \deg(u) = 2m$

(jede Kante $\{u, v\}$ wird doppelt gezählt:
einmal für $u$ in $\deg(u)$ und einmal für $v$ in $\deg(v)$)

**Notation**
- $V$: Knotenmenge
- $E$: Kantenmenge
- $n = |V|$, $m = |E|$
- $\deg(u)$: Grad von $u$

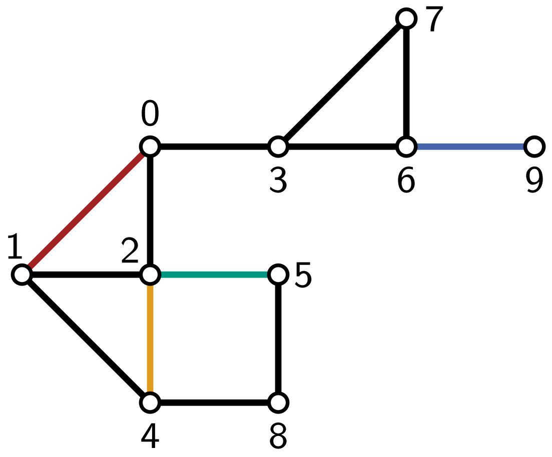
**⇒ BFS hat lineare Laufzeit $\Theta(m)$**

(vorausgesetzt, unsere Graphdatenstruktur erlaubt es uns in $O(\deg(u))$ über $N(u)$ zu iterieren)

# Einschub: Graphrepräsentation

**Grundsätzliches**

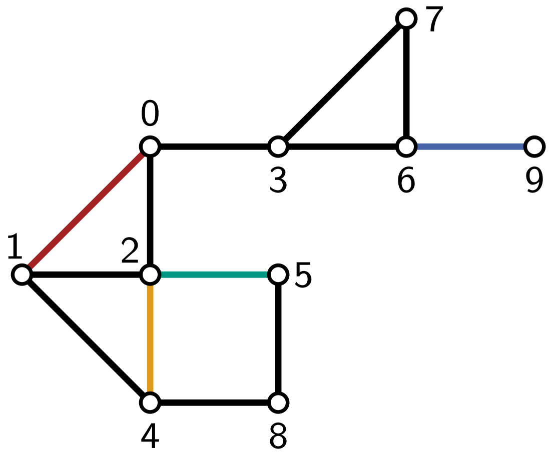
- repräsentiere jeden Knoten durch eine Zahl in $\{0, \ldots, n-1\}$
- Zusatzinfos für Knoten (z.B. Farbe): Array der Länge $n$
  - Array erstellen: einmalig $\Theta(n)$
  - Eigenschaft eines Knotens ändern/abfragen: $\Theta(1)$



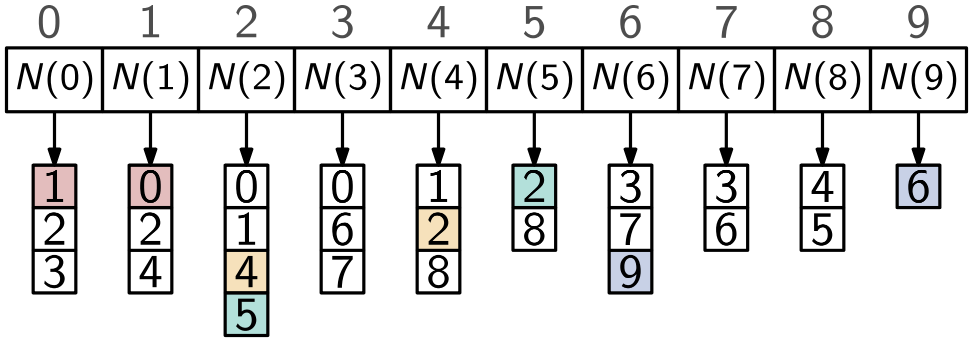
# Einschub: Graphrepräsentation

## Grundsätzliches

- repräsentiere jeden Knoten durch eine Zahl in $\{0, \ldots, n-1\}$
- Zusatzinfos für Knoten (z.B. Farbe): Array der Länge $n$
  - Array erstellen: einmalig $\Theta(n)$
  - Eigenschaft eines Knotens ändern/abfragen: $\Theta(1)$



## Adjazenzliste



| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $N(0)$ | $N(1)$ | $N(2)$ | $N(3)$ | $N(4)$ | $N(5)$ | $N(6)$ | $N(7)$ | $N(8)$ | $N(9)$ |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 6 |
| 2 | 2 | 1 | 6 | 2 | 8 | 7 | 6 | 5 | |
| 3 | 4 | 4 | 7 | 8 | | 9 | | | |
| | | 5 | | | | | | | |

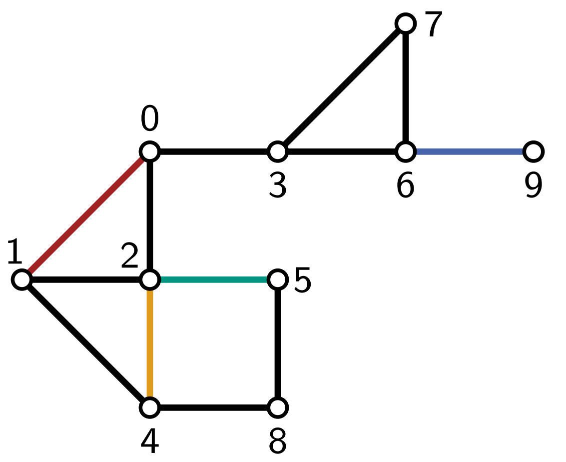
- über $N(v)$ iterieren: $\Theta(\deg(v))$
- Detailumsetzung hängt von Anwendung ab

  (mit Engineering-Potential, z.B. für bessere Cache-Effizienz)

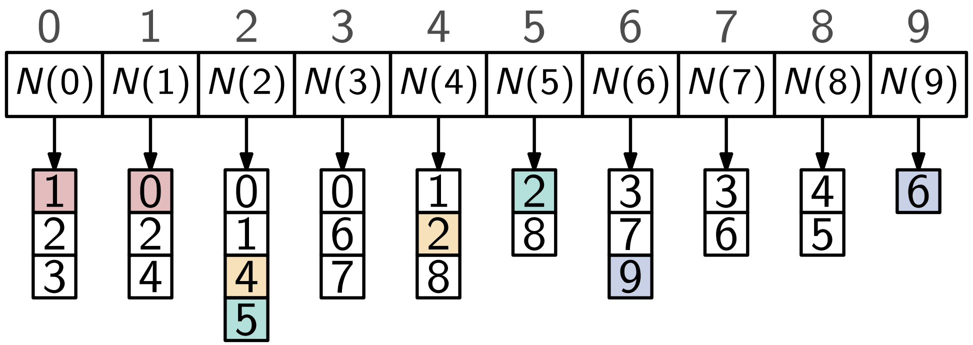
# Einschub: Graphrepräsentation

## Grundsätzliches

- repräsentiere jeden Knoten durch eine Zahl in $\{0, \ldots, n-1\}$
- Zusatzinfos für Knoten (z.B. Farbe): Array der Länge $n$
  - Array erstellen: einmalig $\Theta(n)$
  - Eigenschaft eines Knotens ändern/abfragen: $\Theta(1)$



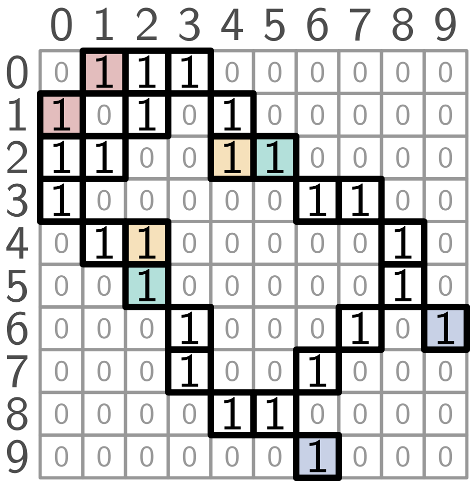
## Adjazenzliste



- über $N(v)$ iterieren: $\Theta(\deg(v))$
- Detailumsetzung hängt von Anwendung ab

(mit Engineering-Potential, z.B. für bessere Cache-Effizienz)

## Adjazenzmatrix



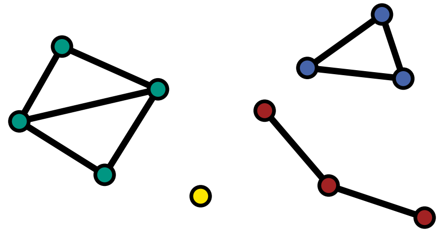
$$\begin{array}{c|cccccccccc}
 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\
\hline
0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
4 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
5 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
6 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
7 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0
\end{array}$$

- testen ob $\{u, v\} \in E$ geht in $\Theta(1)$
- $\Theta(n^2)$ Speicher
- $N(v)$ iterieren: $\Theta(n)$

# Zusammenhangskomponenten

## Grundlegendes Problem: Zusammenhangskomponenten finden

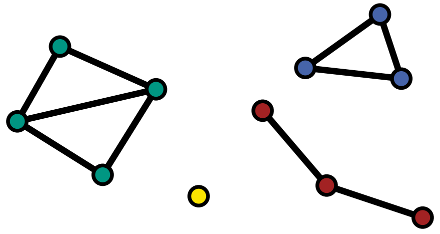
- gegeben: Graph
- Ziel: färbe die Knoten entsprechend der Komponenten



# Zusammenhangskomponenten

**Grundlegendes Problem: Zusammenhangskomponenten finden**

- gegeben: Graph
- Ziel: färbe die Knoten entsprechend der Komponenten



**Gerade gesehen**

- **BFS**$(G, s)$ färbt von $s$ aus erreichbaren Knoten (Komponente $C(s)$)
- Laufzeit: $\Theta(m_{C(s)})$

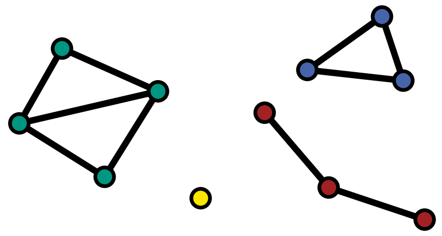
**Notation**

- $G = (V, E)$: Graph
- $n = |V|$, $m = |E|$
- $C(s)$: Komponente von $s$
- $m_{C(s)}$: #Kanten in $C(s)$

# Zusammenhangskomponenten

## Grundlegendes Problem: Zusammenhangskomponenten finden

- gegeben: Graph
- Ziel: färbe die Knoten entsprechend der Komponenten



## Gerade gesehen

- **BFS**$(G, s)$ färbt von $s$ aus erreichbaren Knoten (Komponente $C(s)$)
- Laufzeit: $\Theta(m_{C(s)})$

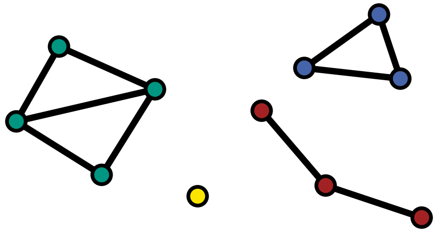
## Färbung aller Komponenten

- iteriere über alle Knoten $s \in V \rightarrow$ **BFS**$(G, s)$ wenn $s$ noch ungefärbt
- wähle für jeden Aufruf der BFS eine neue Farbe

**Notation**

- $G = (V, E)$: Graph
- $n = |V|$, $m = |E|$
- $C(s)$: Komponente von $s$
- $m_{C(s)}$: #Kanten in $C(s)$

# Zusammenhangskomponenten



## Grundlegendes Problem: Zusammenhangskomponenten finden

- gegeben: Graph
- Ziel: färbe die Knoten entsprechend der Komponenten

## Gerade gesehen

- **BFS**$(G, s)$ färbt von $s$ aus erreichbaren Knoten (Komponente $C(s)$)
- Laufzeit: $\Theta(m_{C(s)})$

## Färbung aller Komponenten

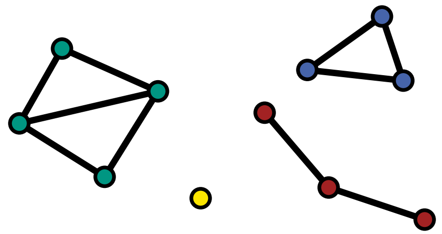
- iteriere über alle Knoten $s \in V \rightarrow$ **BFS**$(G, s)$ wenn $s$ noch ungefärbt
- wähle für jeden Aufruf der BFS eine neue Farbe
- für jede Komponente wird die BFS einmal ausgeführt → eine Farbe pro Komponenten

**Notation**
- $G = (V, E)$: Graph
- $n = |V|$, $m = |E|$
- $C(s)$: Komponente von $s$
- $m_{C(s)}$: #Kanten in $C(s)$

# Zusammenhangskomponenten

**Grundlegendes Problem: Zusammenhangskomponenten finden**

- gegeben: Graph
- Ziel: färbe die Knoten entsprechend der Komponenten



**Gerade gesehen**

- **BFS**$(G, s)$ färbt von $s$ aus erreichbaren Knoten (Komponente $C(s)$)
- Laufzeit: $\Theta(m_{C(s)})$

**Notation**

- $G = (V, E)$: Graph
- $n = |V|$, $m = |E|$
- $C(s)$: Komponente von $s$
- $m_{C(s)}$: #Kanten in $C(s)$

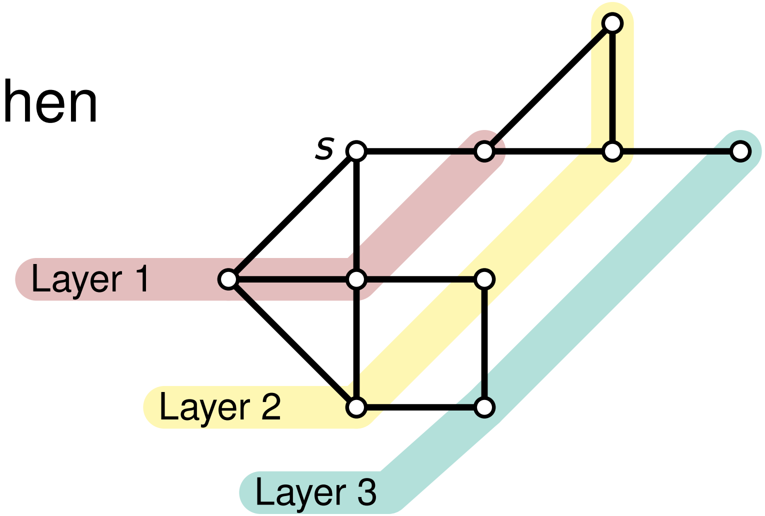
**Färbung aller Komponenten**

- iteriere über alle Knoten $s \in V \rightarrow$ **BFS**$(G, s)$ wenn $s$ noch ungefärbt
- wähle für jeden Aufruf der BFS eine neue Farbe
- für jede Komponente wird die BFS einmal ausgeführt → eine Farbe pro Komponenten
- Laufzeit: $\Theta(n + m)$
  - über alle Knoten Iterieren: $\Theta(n)$
  - BFS in Summe (jede Kante gehört zu nur einer Komponente): $\Theta(m)$

# BFS: Layer, Distanzen, Kürzeste Pfade

**Beobachtung**

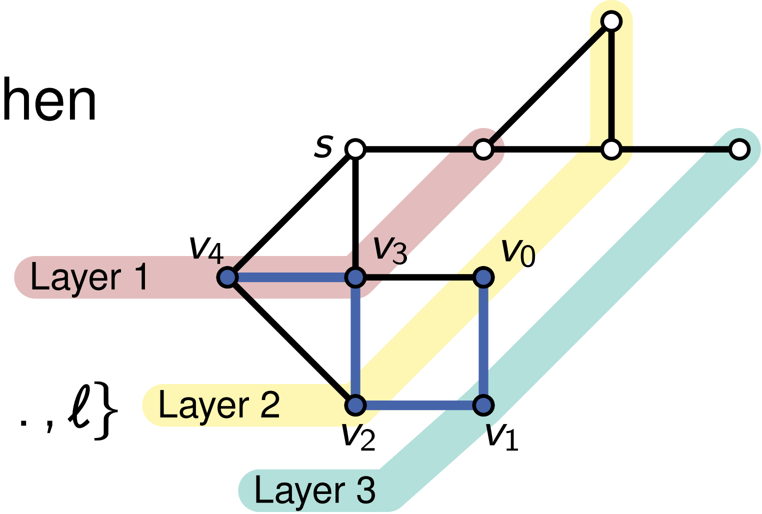
- Knoten in Layer $\ell$ kann man mit $\ell$ Schritten von $s$ aus erreichen
- BFS berechnet also die Distanz von $s$ zu anderen Knoten



# BFS: Layer, Distanzen, Kürzeste Pfade

## Beobachtung

- Knoten in Layer $\ell$ kann man mit $\ell$ Schritten von $s$ aus erreichen
- BFS berechnet also die Distanz von $s$ zu anderen Knoten



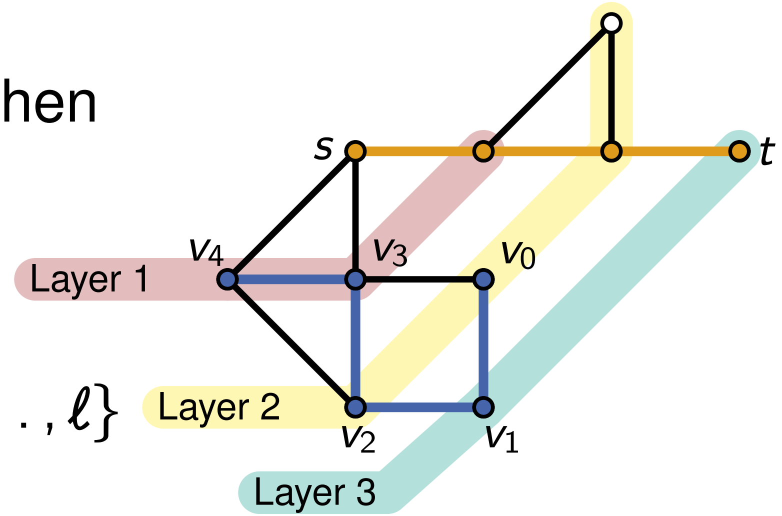
## Etwas formaler: ein paar Grundbegriffe

- **Pfad**: Knotenfolge $\langle v_0, \ldots, v_\ell \rangle$, mit $\{v_{i-1}, v_i\} \in E$ für $i \in \{1, \ldots, \ell\}$
- **Länge** des Pfades $\langle v_0, \ldots, v_\ell \rangle$: $\ell$
- $v_0$ und $v_\ell$ sind **Start-** bzw. **Endknoten** von $\langle v_0, \ldots, v_\ell \rangle$

# BFS: Layer, Distanzen, Kürzeste Pfade

## Beobachtung

- Knoten in Layer $\ell$ kann man mit $\ell$ Schritten von $s$ aus erreichen
- BFS berechnet also die Distanz von $s$ zu anderen Knoten



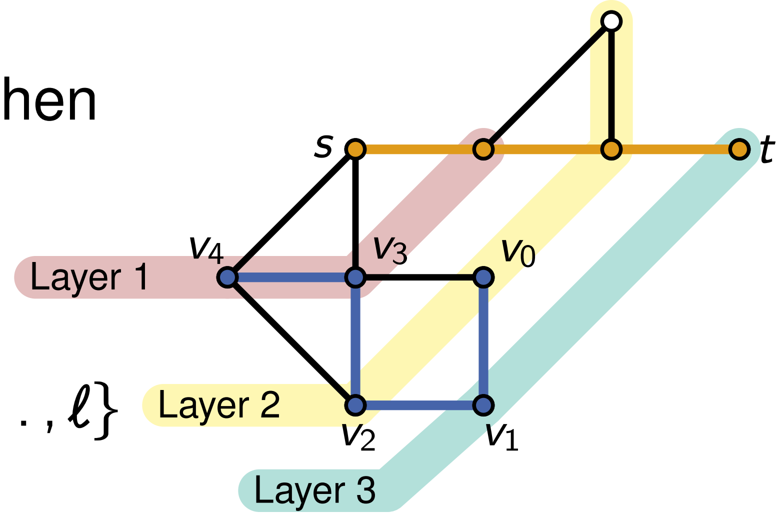
## Etwas formaler: ein paar Grundbegriffe

- **Pfad**: Knotenfolge $\langle v_0, \ldots, v_\ell \rangle$, mit $\{v_{i-1}, v_i\} \in E$ für $i \in \{1, \ldots, \ell\}$
- **Länge** des Pfades $\langle v_0, \ldots, v_\ell \rangle$: $\ell$
- $v_0$ und $v_\ell$ sind **Start-** bzw. **Endknoten** von $\langle v_0, \ldots, v_\ell \rangle$
- **kürzester Pfad** von $s \in V$ nach $t \in V$: Pfad minimaler Länge mit Start $s$ und Ende $t$
- **Distanz** $\operatorname{dist}(s, t)$: Länge des kürzesten $st$-Pfades

# BFS: Layer, Distanzen, Kürzeste Pfade

## Beobachtung

- Knoten in Layer $\ell$ kann man mit $\ell$ Schritten von $s$ aus erreichen
- BFS berechnet also die Distanz von $s$ zu anderen Knoten



## Etwas formaler: ein paar Grundbegriffe

- **Pfad**: Knotenfolge $\langle v_0, \dots, v_\ell \rangle$, mit $\{v_{i-1}, v_i\} \in E$ für $i \in \{1, \dots, \ell\}$
- **Länge** des Pfades $\langle v_0, \dots, v_\ell \rangle$: $\ell$
- $v_0$ und $v_\ell$ sind **Start-** bzw. **Endknoten** von $\langle v_0, \dots, v_\ell \rangle$
- **kürzester Pfad** von $s \in V$ nach $t \in V$: Pfad minimaler Länge mit Start $s$ und Ende $t$
- **Distanz** $\mathrm{dist}(s, t)$: Länge des kürzesten $st$-Pfades

**Theorem**
Liegt ein Knoten $v$ bei der Breitensuche von $s$ aus in Layer $\ell$ dann gilt $\mathrm{dist}(s, v) = \ell$.

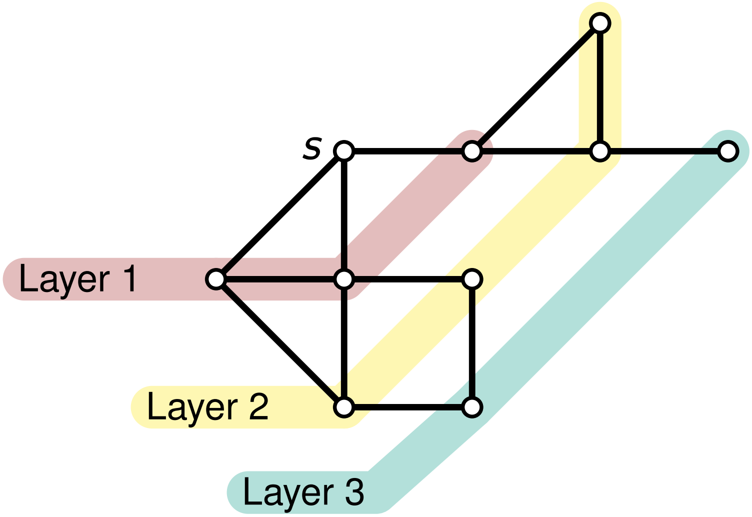
# BFS kann Distanzen berechnen

**Theorem**
Liegt ein Knoten $v$ bei der Breitensuche von $s$ aus in Layer $\ell$ dann gilt $\mathrm{dist}(s, v) = \ell$.

**Beweis**

- es gibt einen Pfad der Länge $\ell$ von $s$ nach $v$

- es gibt keinen kürzeren Pfad von $s$ nach $v$

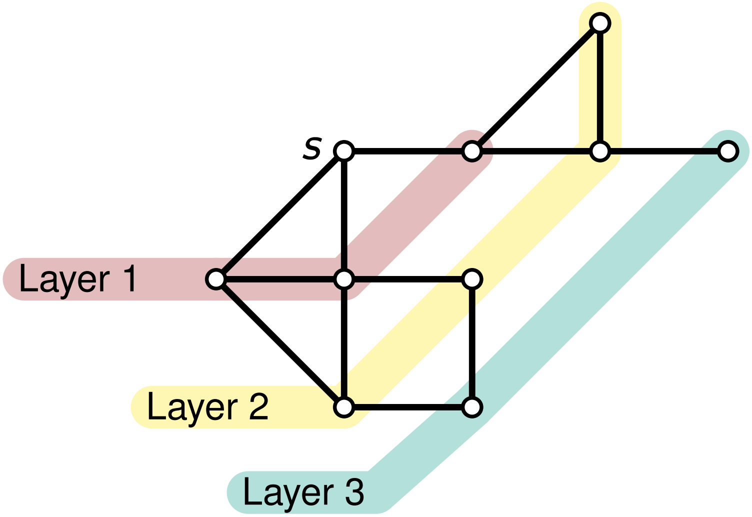


# BFS kann Distanzen berechnen

**Theorem**
Liegt ein Knoten $v$ bei der Breitensuche von $s$ aus in Layer $\ell$ dann gilt $\mathrm{dist}(s, v) = \ell$.

**Beweis**

- es gibt einen Pfad der Länge $\ell$ von $s$ nach $v$
  - Induktion über $\ell$: klar für $\ell = 0$
- es gibt keinen kürzeren Pfad von $s$ nach $v$



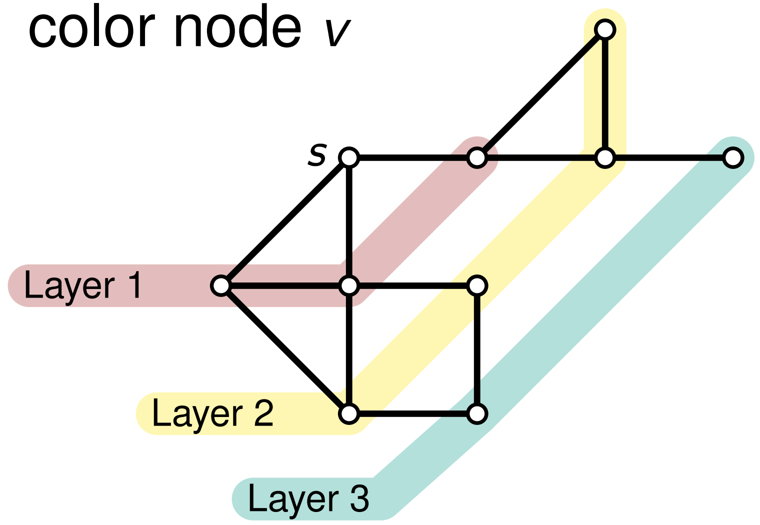
# BFS kann Distanzen berechnen

**Theorem**
Liegt ein Knoten $v$ bei der Breitensuche von $s$ aus in Layer $\ell$ dann gilt $\mathrm{dist}(s, v) = \ell$.

**Beweis**

- es gibt einen Pfad der Länge $\ell$ von $s$ nach $v$
  - Induktion über $\ell$: klar für $\ell = 0$
  - $v$ in Layer $\ell \Rightarrow v$ hat Nachbarn $u$ in Layer $\ell - 1$
- es gibt keinen kürzeren Pfad von $s$ nach $v$

```
...
for Node $v$ in $N(u)$ do
    if $v$ is uncolored then
        $Q$.push($v$)
        color node $v$
```



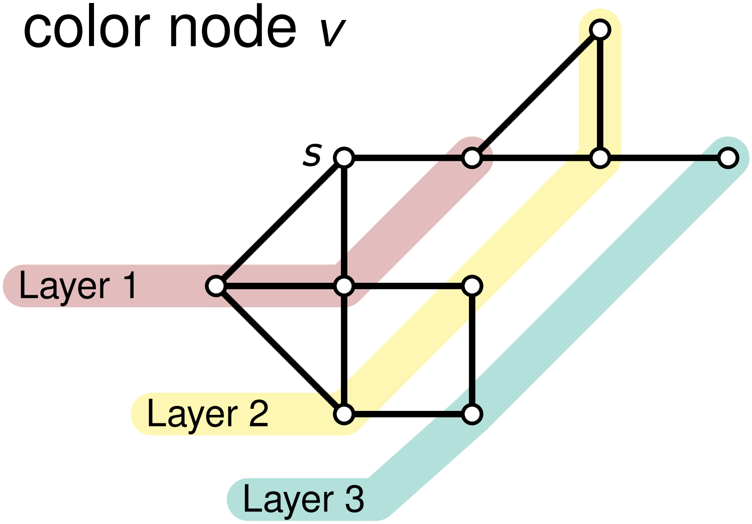
# BFS kann Distanzen berechnen

**Theorem**
Liegt ein Knoten $v$ bei der Breitensuche von $s$ aus in Layer $\ell$ dann gilt $\operatorname{dist}(s, v) = \ell$.

**Beweis**

- es gibt einen Pfad der Länge $\ell$ von $s$ nach $v$
  - Induktion über $\ell$: klar für $\ell = 0$
  - $v$ in Layer $\ell \Rightarrow v$ hat Nachbarn $u$ in Layer $\ell - 1$
  - I.-Voraussetzung $\Rightarrow su$-Pfad der Länge $\ell - 1$
  - daher: $sv$-Pfad der Länge $\ell$
- es gibt keinen kürzeren Pfad von $s$ nach $v$

```
...
for Node $v$ in $N(u)$ do
    if $v$ is uncolored then
        $Q$.push($v$)
        color node $v$
```



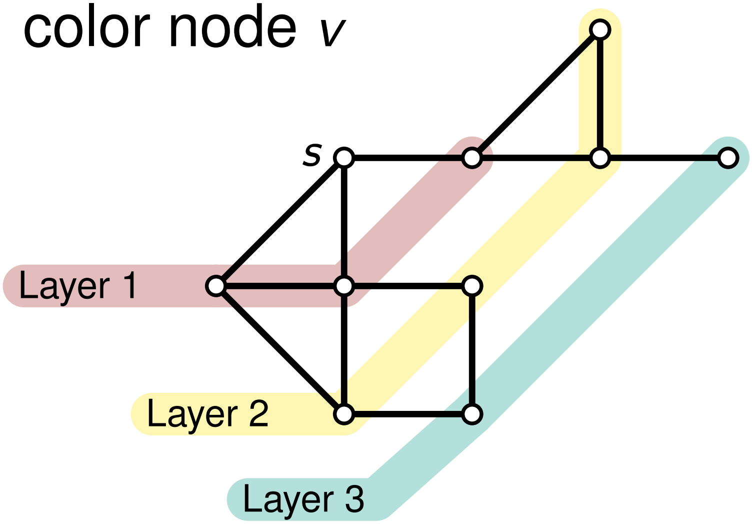
# BFS kann Distanzen berechnen

**Theorem**
Liegt ein Knoten $v$ bei der Breitensuche von $s$ aus in Layer $\ell$ dann gilt $\mathrm{dist}(s, v) = \ell$.

**Beweis**

- es gibt einen Pfad der Länge $\ell$ von $s$ nach $v$
  - Induktion über $\ell$: klar für $\ell = 0$
  - $v$ in Layer $\ell \Rightarrow v$ hat Nachbarn $u$ in Layer $\ell - 1$
  - I.-Voraussetzung $\Rightarrow$ $su$-Pfad der Länge $\ell - 1$
  - daher: $sv$-Pfad der Länge $\ell$
- es gibt keinen kürzeren Pfad von $s$ nach $v$
  - Kanten überspringen keine Layer
  - jeder Pfad von $v$ (Layer $\ell$) nach $s$ (Layer $0$) hat Länge mindestens $\ell$

```
...
for Node $v$ in $N(u)$ do
    if $v$ is uncolored then
        $Q$.push($v$)
        color node $v$
```

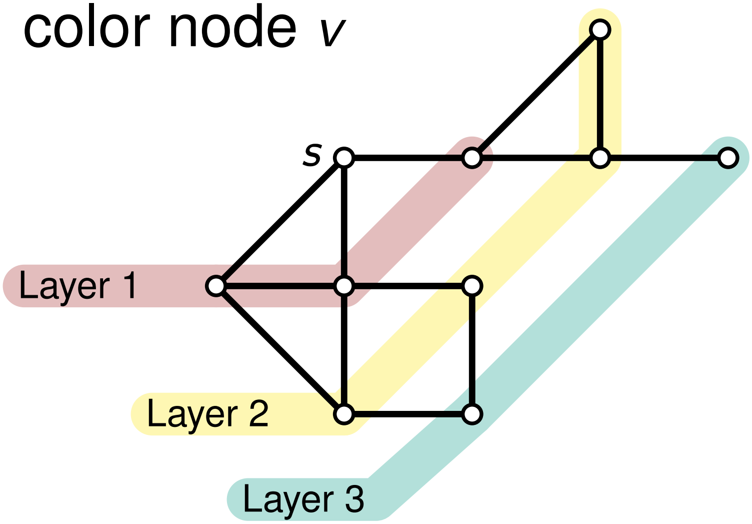


# Distanzen und kürzeste Wege: tatsächliche Berechnung

## Folgerungen aus dem Beweis

- gerade bewiesen: die Layer geben die Distanzen von $s$

```
...
for Node $v$ in $N(u)$ do
    if $v$ is uncolored then
        $Q$.push($v$)
        color node $v$
```

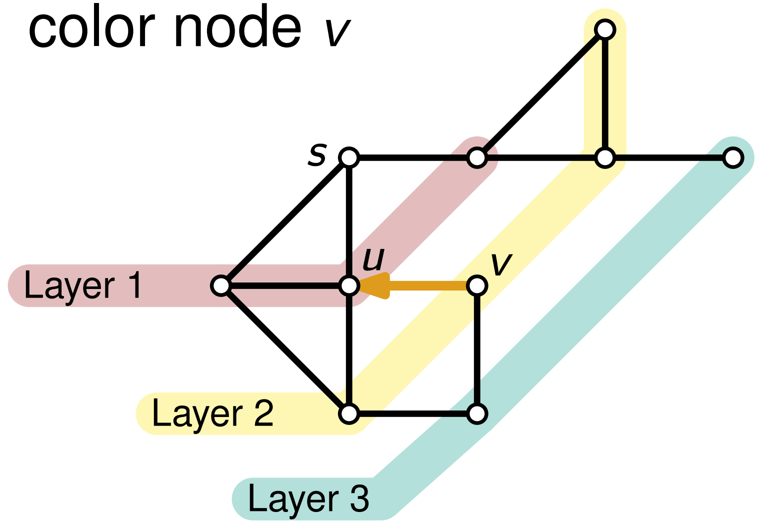


# Distanzen und kürzeste Wege: tatsächliche Berechnung

## Folgerungen aus dem Beweis

- gerade bewiesen: die Layer geben die Distanzen von $s$
- im Beweis sieht man, wie man den kürzesten Weg erhält:
    - Knoten $v$ wird durch Knoten $u$ gefunden
    - definiere $u$ als Elternknoten von $v$
    - Zurückverfolgung der Eltern bis $s$ liefert kürzesten Pfad

```
...
for Node $v$ in $N(u)$ do
    if $v$ is uncolored then
        $Q$.push($v$)
        color node $v$
```



# Distanzen und kürzeste Wege: tatsächliche Berechnung

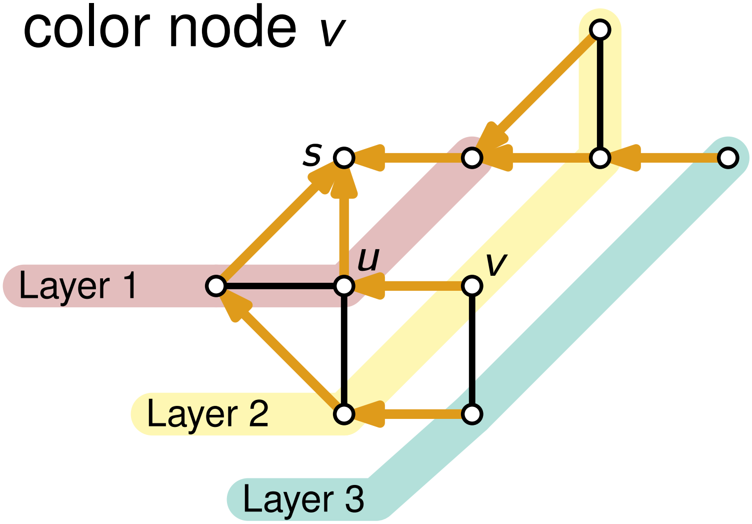
## Folgerungen aus dem Beweis

- gerade bewiesen: die Layer geben die Distanzen von $s$
- im Beweis sieht man, wie man den kürzesten Weg erhält:
  - Knoten $v$ wird durch Knoten $u$ gefunden
  - definiere $u$ als Elternknoten von $v$
  - Zurückverfolgung der Eltern bis $s$ liefert kürzesten Pfad

```
...
for Node $v$ in $N(u)$ do
    if $v$ is uncolored then
        $Q$.push($v$)
        color node $v$
```

## Beobachtung

- Eltern-Beziehung liefert Baum mit Wurzel $s$
- diesen Baum nennt man auch **BFS-Baum**



# Distanzen und kürzeste Wege: tatsächliche Berechnung

## Folgerungen aus dem Beweis

- gerade bewiesen: die Layer geben die Distanzen von $s$
- im Beweis sieht man, wie man den kürzesten Weg erhält:
    - Knoten $v$ wird durch Knoten $u$ gefunden
    - definiere $u$ als Elternknoten von $v$
    - Zurückverfolgung der Eltern bis $s$ liefert kürzesten Pfad

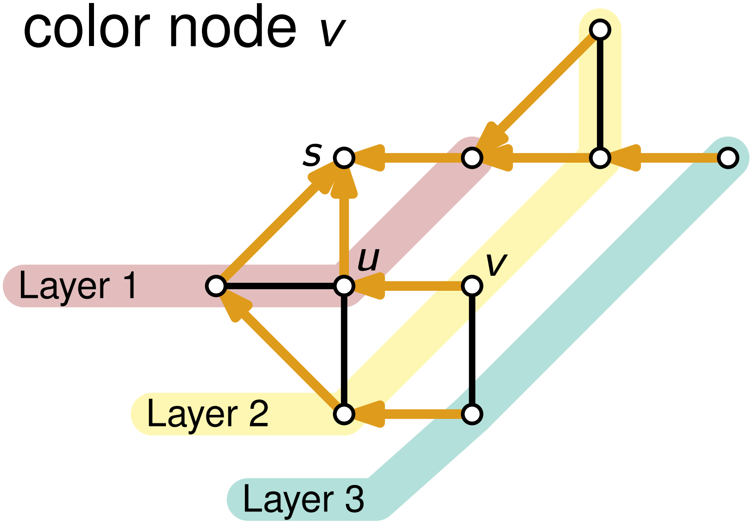
```
...
for Node $v$ in $N(u)$ do
    if $v$ is uncolored then
        $Q$.push($v$)
        color node $v$
```

## Beobachtung

- Eltern-Beziehung liefert Baum mit Wurzel $s$
- diesen Baum nennt man auch **BFS-Baum**

## Anmerkung

- auch hier: wie das geht ist im Prinzip klar
- für die tatsächliche Umsetzung muss man aber nochmal tätig werden



# Zusammenfassung

## Graph Traversierung

- zwei Vorgehensweisen: BFS und DFS (DFS kommt später nochmal im Detail)
- damit kann man zum Beispiel die Zusammenhangskomponenten finden

# Zusammenfassung

## Graph Traversierung

- zwei Vorgehensweisen: BFS und DFS (DFS kommt später nochmal im Detail)
- damit kann man zum Beispiel die Zusammenhangskomponenten finden

## Algorithmenidee → Pseudocode am Beispiel BFS

- auch bei einem so einfachen Algorithmus kann man viel falsch machen

# Zusammenfassung

## Graph Traversierung

- zwei Vorgehensweisen: BFS und DFS (DFS kommt später nochmal im Detail)
- damit kann man zum Beispiel die Zusammenhangskomponenten finden

## Algorithmenidee → Pseudocode am Beispiel BFS

- auch bei einem so einfachen Algorithmus kann man viel falsch machen
- meine Hoffnung:
  - wenn du die Idee der Breitensuche kennst
  - du aber **nicht** den Pseudocode dazu auswendig kannst
  - dann kannst du eine Breitensuche im Schlaf implementieren

# Zusammenfassung

## Graph Traversierung

- zwei Vorgehensweisen: BFS und DFS (DFS kommt später nochmal im Detail)
- damit kann man zum Beispiel die Zusammenhangskomponenten finden

## Algorithmenidee → Pseudocode am Beispiel BFS

- auch bei einem so einfachen Algorithmus kann man viel falsch machen
- meine Hoffnung:
  - wenn du die Idee der Breitensuche kennst
  - du aber **nicht** den Pseudocode dazu auswendig kannst
  - dann kannst du eine Breitensuche im Schlaf implementieren

## Kürzeste Wege

- BFS besucht Knoten in aufsteigender Distanz vom Start
- daher: Berechnung von Distanzen und kürzesten Wegen