

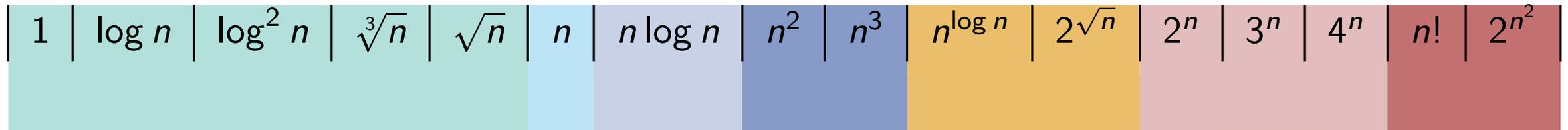
Algorithmen 1

Übung 7 Average-Case Analyse, Zusammenfassung, Ausblick

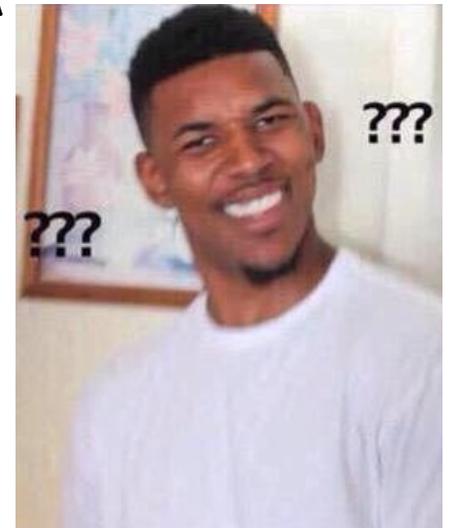


Why is everything so heavy?

- die Welt braucht effiziente Algorithmen
- elementare Funktionen die Laufzeiten beschreiben



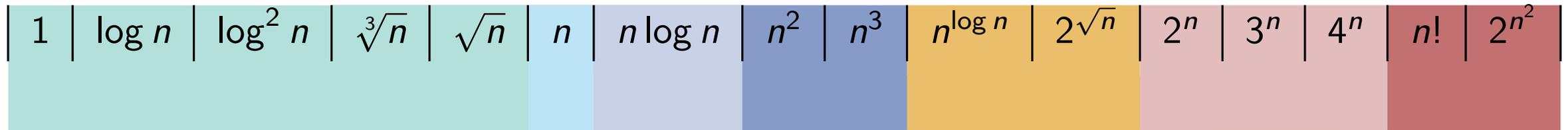
- super viele praktisch relevante Probleme **scheinen** hier zu leben
- Was heißt das?
 - Wir wissen, dass diese Probleme gleich schwer zu lösen sind
 - Wir kennen keine (unbedingten) unteren Schranken
 - Bisher hat niemand einen polynomiellen Algorithmus gefunden
- Bekannte Algorithmen haben exponentielle Laufzeit im Worst Case
- Ändert nichts daran, dass wir sie in der Praxis trotzdem lösen müssen .
- Häufig sind die Algorithmen in der Praxis super effizient



<https://i.imgflip.com/o63vh.jpg?a460593> (cropped)

Why is everything so easy?

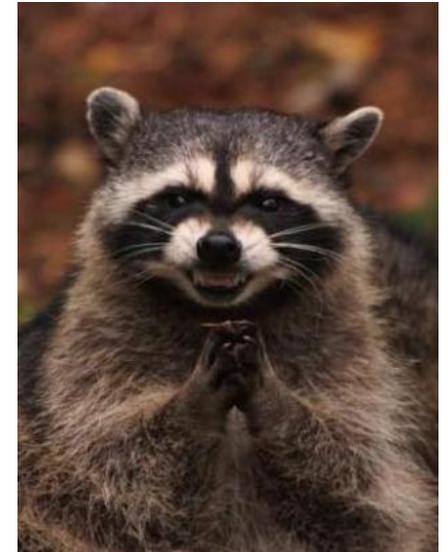
- die Welt braucht effiziente Algorithmen
- elementare Funktionen die Laufzeiten beschreiben



Praxis ... ← ... Theorie

- theoretische Analyse ~~unbrauchbar?~~
zu pessimistisch!
- bisher typischerweise betrachtet: Worst-Case Laufzeit
- ein Adversary kennt den Algorithmus und baut eine Instanz die die Laufzeit maximiert
- so gut wie immer die richtige Sichtweise (stärkst-mögliche Aussage, insbesondere beim Entwurf von Algorithmen)
- aber... so entstehen keine Instanzen in der Praxis ...

Algorithmen



<https://i.imgflip.com/3w723.jpg?a460595> (cropped)

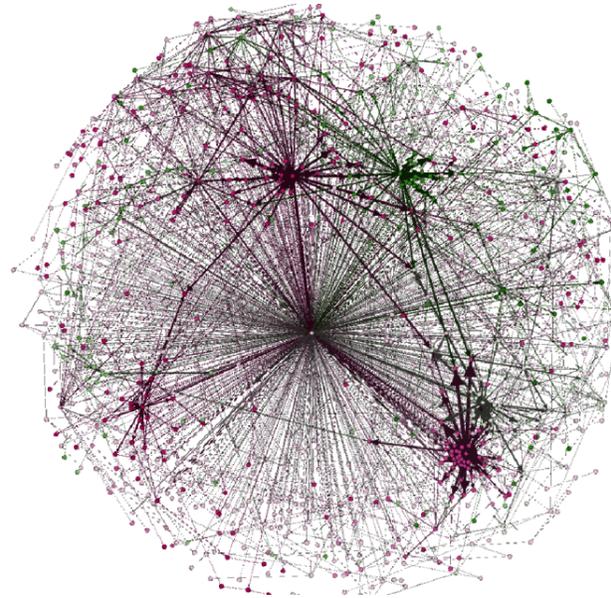
Praktische Instanzen: Graphen

Straßen



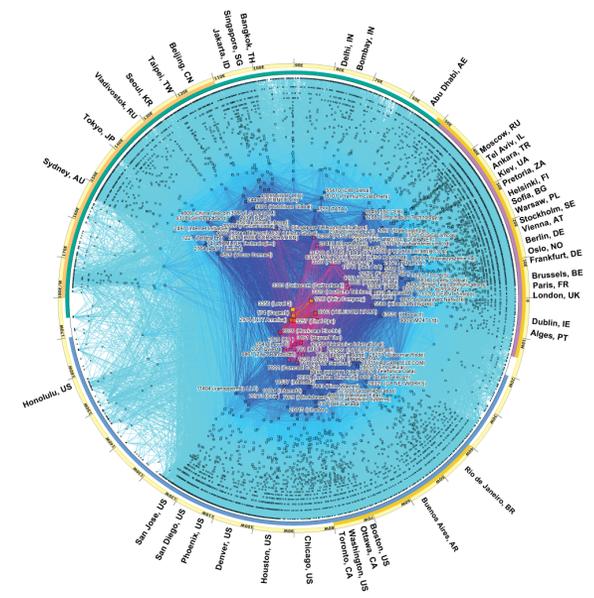
http://en.wikipedia.org/wiki/Image:International_E_Road_Network.png

Soziale Interaktionen



Nia et al. SIN: A Platform to Make Interactions in Social Networks Accessible, SocialInformatics 2012

Internet



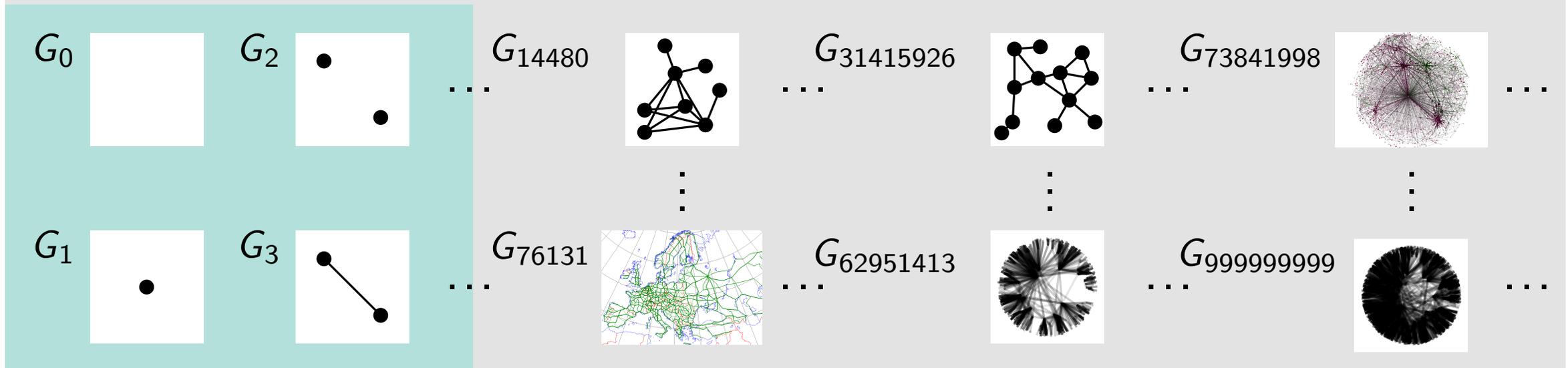
<https://www.caida.org/projects/ascore/pics/2017/ascore-2017-feb-ipv4-standalone-1000x1037.png>

- Werden nicht gebaut um deinen Algorithmus langsam zu machen
- echte Netzwerke unterscheiden sich von Worst-Case Instanzen

Zurück in die Theorie?

- theoretisch erklären warum Algorithmen in der Praxis schnell sind → Analyse einschränken auf realistische Instanzen

Menge aller Graphen

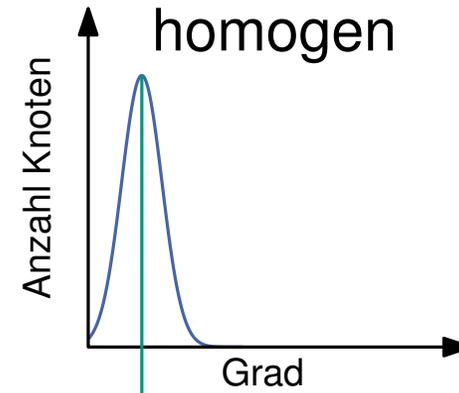
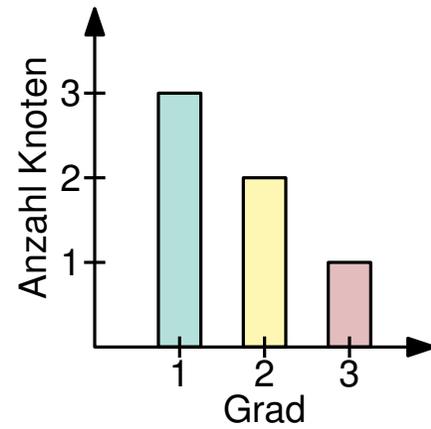
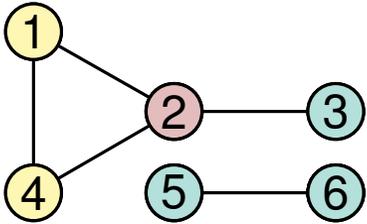


- Wie können wir mathematisch beschreiben wie der Adversary Instanzen wählen darf?
 - “alle Graphen mit **Maximalgrad höchstens 2**” ← Einschränkung über Eigenschaften von Graphen
- Welche Eigenschaften haben realistische Instanzen?

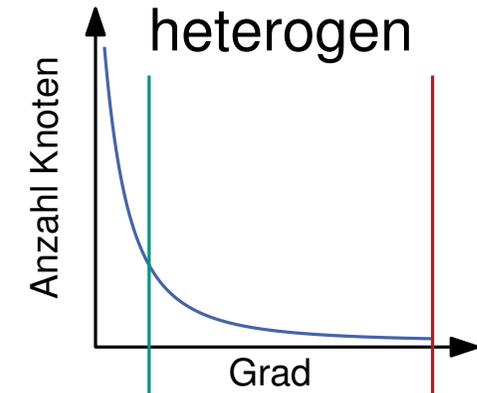


Eigenschaften von echten Graphen

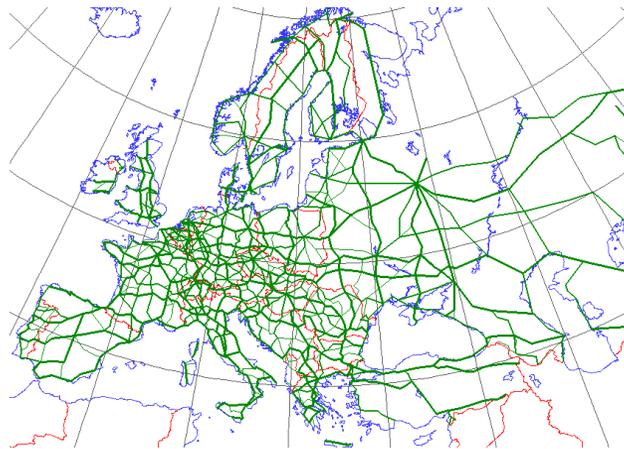
Gradverteilung



konstanter Durchschnittsgrad



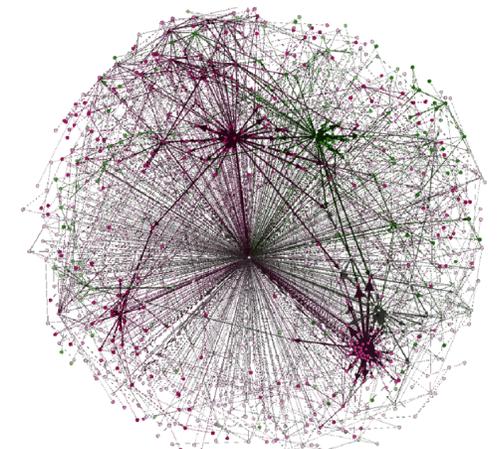
wurzeliger Maximalgrad



http://en.wikipedia.org/wiki/Image:International_E_Road_Network.png

Die Gradverteilung eines Straßennetzwerks ist eher...

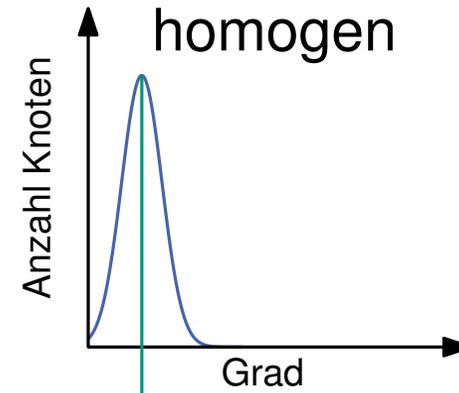
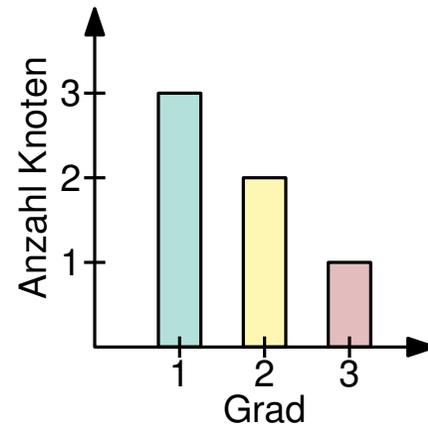
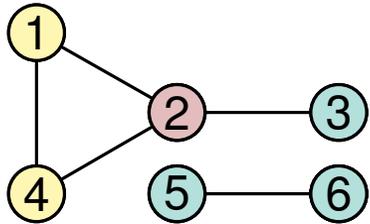
Die Gradverteilung eines sozialen Netzwerks ist eher...



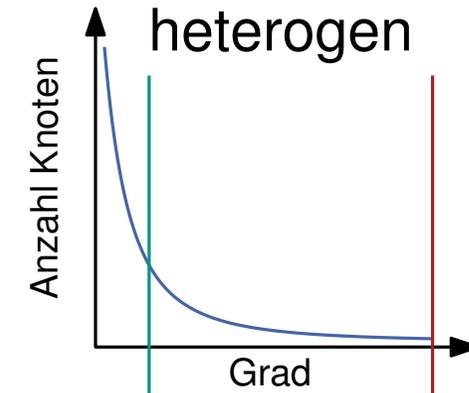
Nia et al. SIN: A Platform to Make Interactions in Social Networks Accessible, SocialInformatics 2012

Eigenschaften von echten Graphen

Gradverteilung



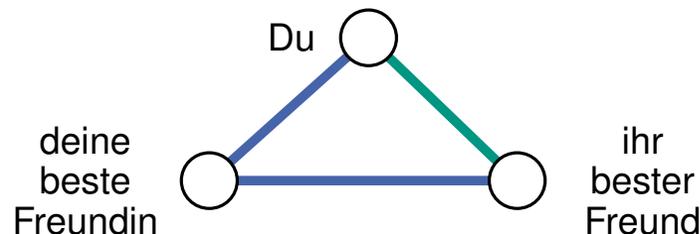
konstanter Durchschnittsgrad



wurzeliger Maximalgrad

Lokalität

- “Kanten sind kurz”
- Kanten verbinden Knoten zwischen denen es schon kurze Pfade gibt



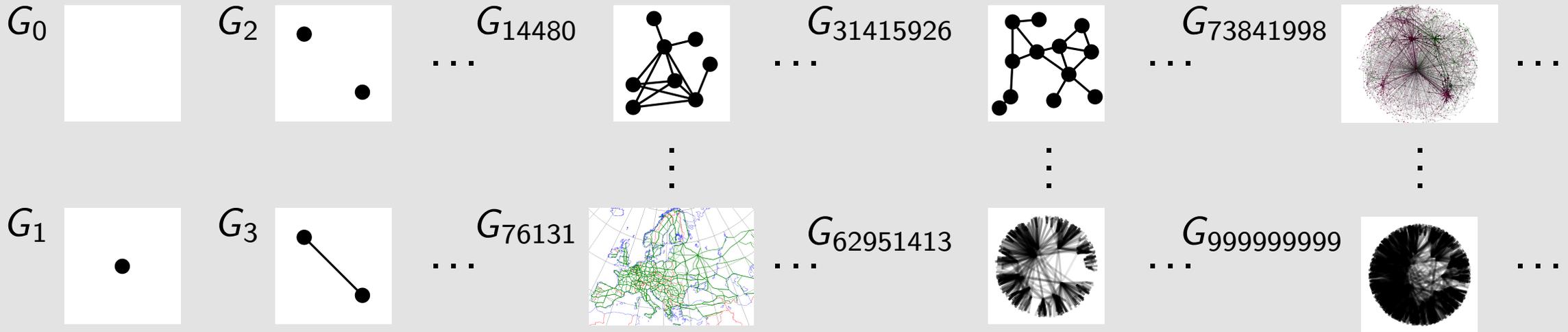
Durchmesser

- “Jeder kennt jeden über 6 Ecken”
- der längste kürzeste Pfad ist kurz
- in Facebook kennt jeder jeden über 3.57 Ecken (im Durchschnitt)
- in Straßennetzwerken eher nicht

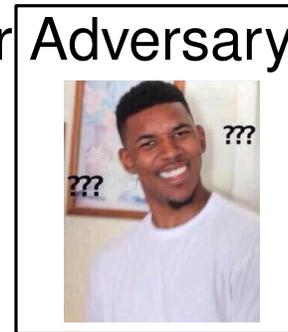
<https://research.facebook.com/blog/2016/2/three-and-a-half-degrees-of-separation/>

Zurück in die Theorie?

Menge aller Graphen



- Wie können wir **mathematisch** beschreiben wie der Adversary Instanzen wählen darf?
 - “Graphen mit heterogener Gradverteilung”
 - “... und hoher Lokalität”
 - “... und kleinem Durchmesser”
- Das ist alles zu unkonkret!



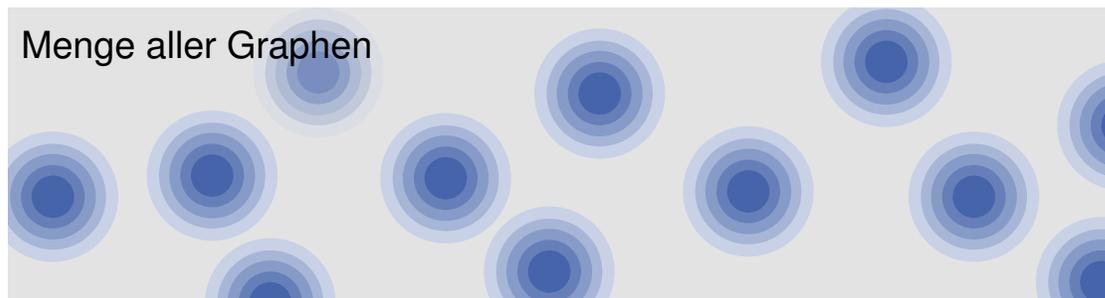
<https://i.imgflip.com/o63vh.jpg?a460593> (cropped)

Zufallsgraph

Ein **Zufallsgraph** ist ein Graph $G = (V, E)$ bei dem E eine Zufallsvariable ist.

■ Erdős-Rényi Modell

- $V = \{1, \dots, n\}$
- $X_{u,v}$ Indikatorzufallsvariable mit $p(X_{u,v} = 1) = p$ für alle $1 \leq u < v \leq n$.
- $E = \{\{u, v\} \in \binom{V}{2} \mid X_{u,v} = 1\}$
 - Folgt einer Verteilung über alle Graphen mit n Knoten.



Menge aller Graphen

(unter der Annahme, dass wir nach der Generierung die Knoten-IDs vergessen)

“Adversary soll Erdős-Rényi Zufallsgraph generieren”

Beispiel

$$V = \{1, \dots, 5\}$$

$$p = 1/2$$

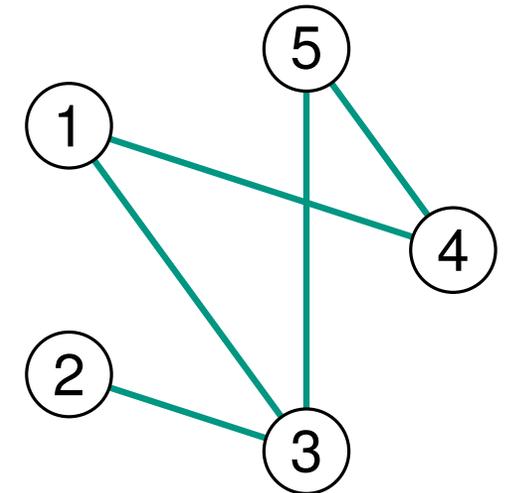
$$X_{1,2} = 0 \quad X_{2,4} = 0$$

$$X_{1,3} = 1 \quad X_{2,5} = 0$$

$$X_{1,4} = 1 \quad X_{3,4} = 0$$

$$X_{1,5} = 0 \quad X_{3,5} = 1$$

$$X_{2,3} = 1 \quad X_{4,5} = 1$$



Eigenschaften

- Erwarteter Grad eines Knotens homogen
 $\mathbb{E}[\deg(v)] = \sum_{u \neq v} X_{u,v} = p \cdot (n - 1)$
- Kanten unabhängig keine Lokalität

Geometrischer Zufallsgraph

■ Euklidisch

- $V = \{1, \dots, n\}$
- X_v gleichverteilt aus dem Einheitskreis
- $E = \{\{u, v\} \in \binom{V}{2} \mid \|X_u - X_v\|_2 \leq R\}$

■ Lokalität

Sind zwei Knoten mit gemeinsamem Nachbar wahrscheinlicher verbunden, als zwei zufällig gewählte Knoten?

- u, w sind zwei zufällig gewählte Knoten

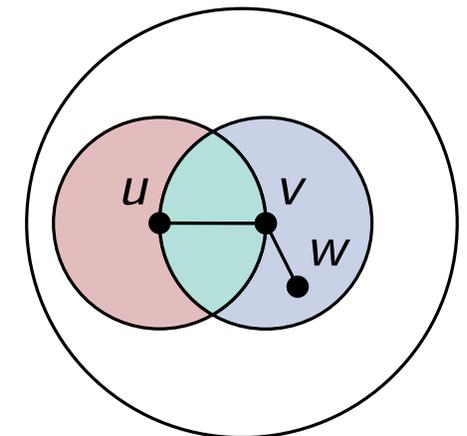
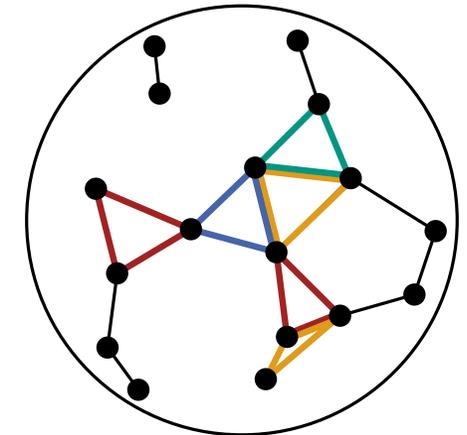
- $\{u, w\} \in E \Leftrightarrow \|X_u - X_w\|_2 \leq R$
 $\Leftrightarrow w \in \odot$

- $\Pr[\{u, v\} \in E] \leq \frac{A(\odot)}{A(\bigcirc)} = \frac{\pi R^2}{\pi 1^2} = R^2 = 0.25$

- u, w haben Nachbar $v \rightarrow w \in \odot$
- $\{u, w\} \in E \Leftrightarrow w \in \odot$ $\xrightarrow{\quad}$ $w \in \odot$

- $\Pr[\{u, w\} \in E \mid \{u, v\}, \{v, w\} \in E] = \frac{A(\odot)}{A(\bigcirc)} \gtrsim 0.391$

$$R = 1/2$$



Geometrischer Zufallsgraph

■ Euklidisch

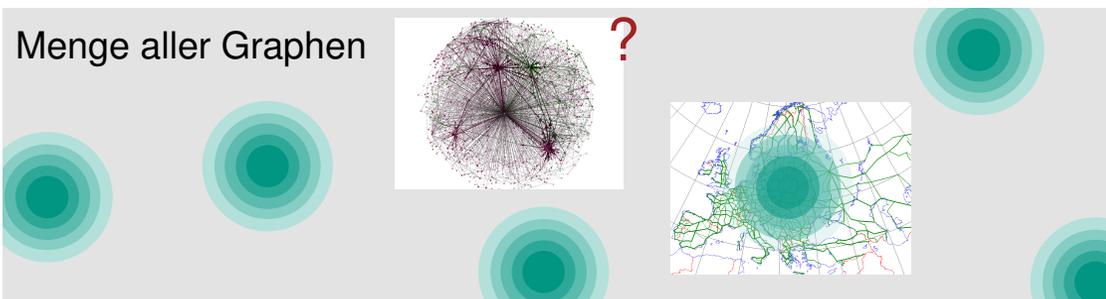
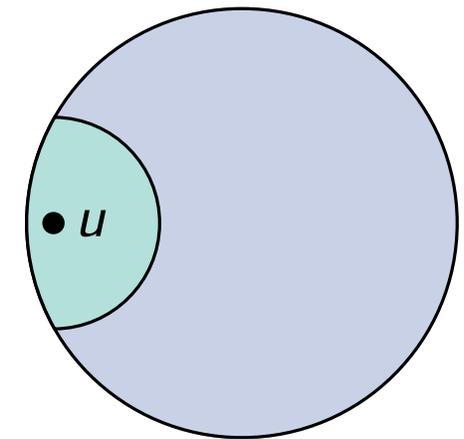
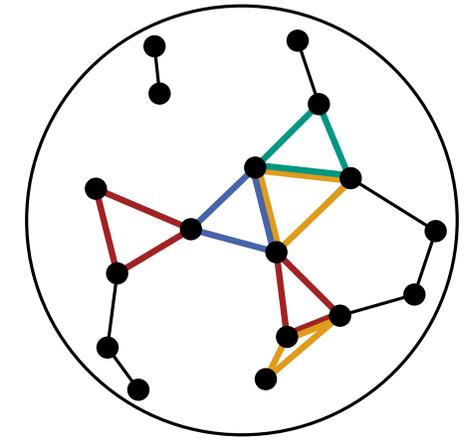
- $V = \{1, \dots, n\}$
- X_v gleichverteilt aus dem Einheitskreis
- $E = \{\{u, v\} \in \binom{V}{2} \mid \|X_u - X_v\|_2 \leq R\}$

■ Lokalität ✓

■ Gradverteilung homogen

- $\mathbb{E}[\text{deg}(u)] \leq n \cdot \frac{A(\odot)}{A(\bigcirc)} = n \cdot 0.25 \dots$ aber nicht beliebig klein

$$R = 1/2$$



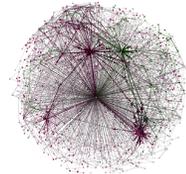
Geometrischer Zufallsgraph

- **Hyperbolisch**

- $V = \{1, \dots, n\}$
- X_v gleichverteilt aus einem Kreis in der hyperbolischen Ebene \mathbb{H}
- $E = \{\{u, v\} \in \binom{V}{2} \mid \text{dist}_{\mathbb{H}}(u, v) \leq R\}$

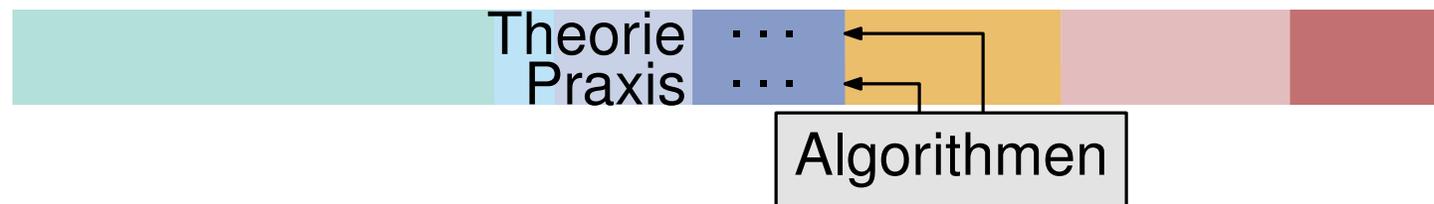
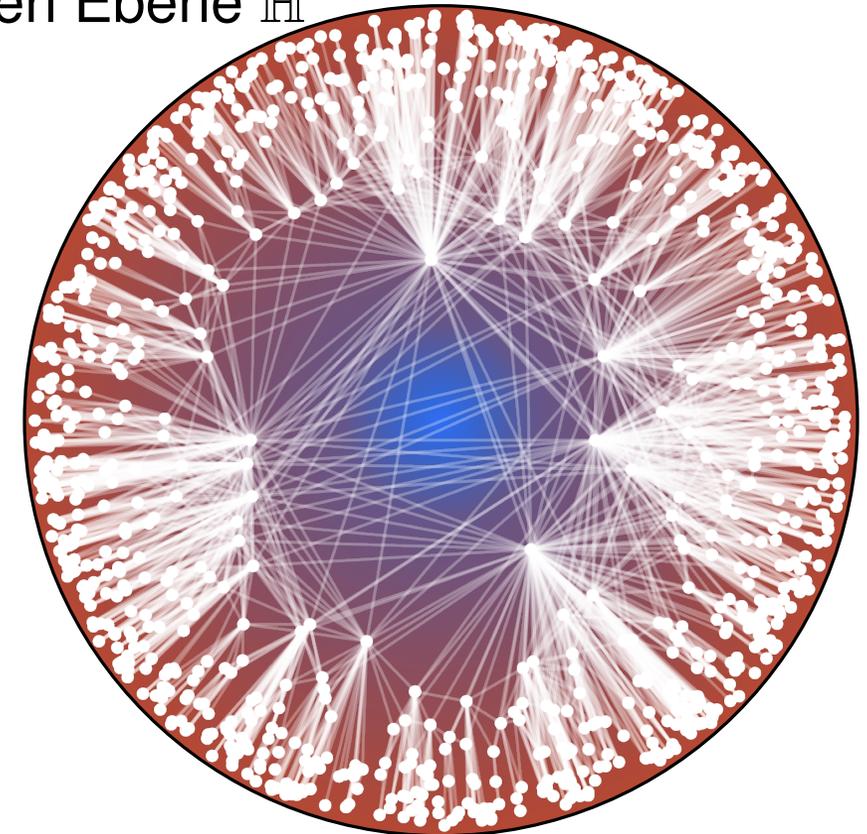
- **Lokalität** ✓

- **Gradverteilung** heterogen



- **Average-Case Analyse**

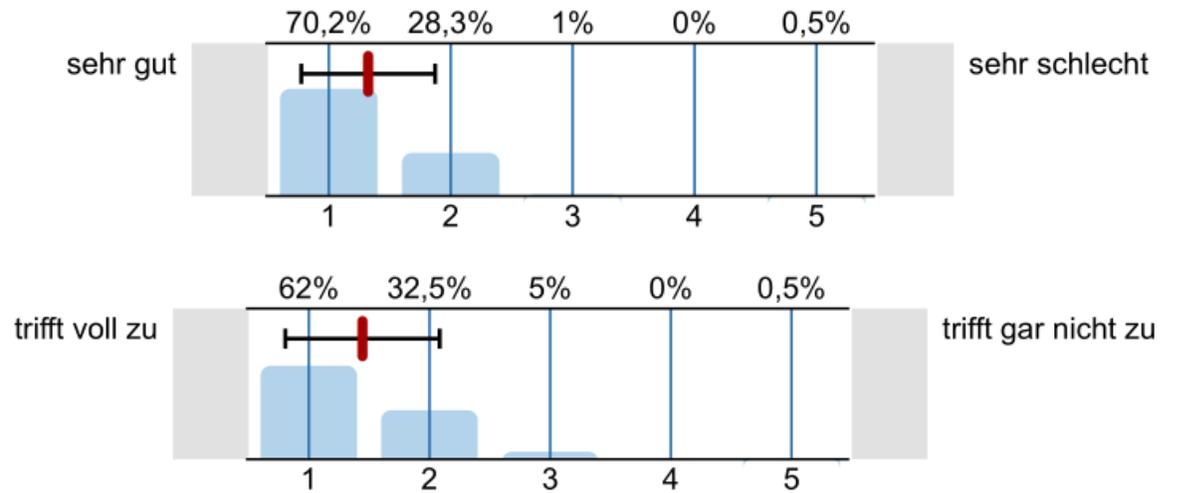
- Eingabe für den Algorithmus: ein hyperbolischer Zufallsgraph
- geringe Laufzeit mit hoher Wahrscheinlichkeit



Eval – Gesamteindruck

Bitte benoten Sie die Lehrveranstaltung insgesamt

In dieser Lehrveranstaltung lerne ich viel.



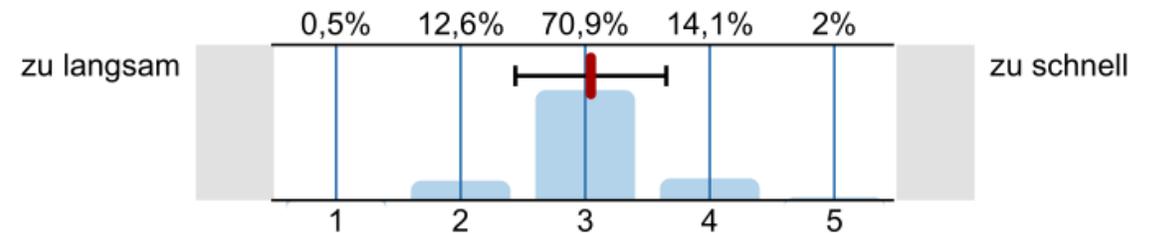
Vorlesung war eig ganz nice und interessant

55× Klicker-Abfragen regen zum mitdenken an
 interaktive Umfragen in der Vorlesung hilfreich
 Die interaktive teilnahme

Eval – Vortragsstil

29× **Der Vortragende hat laut und deutlich geredet** **Die hohe Qualität des Vortrags**
Die allgemeine Art des Vortragens und der Präsentation des Stoffes war absolut genial.

Geschwindigkeit

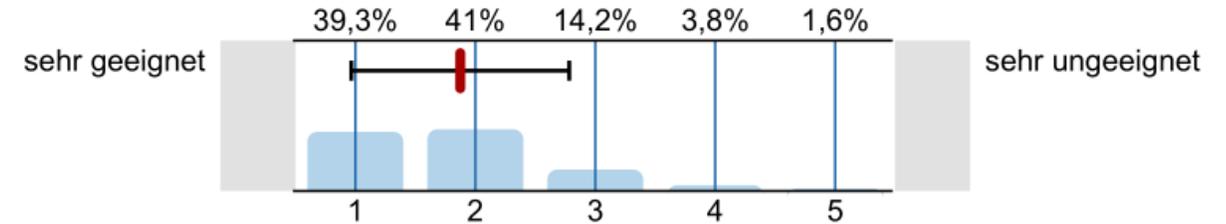


6× **Manchmal redet der Prof zu schnell(zu lange schnelle Monologe).**
Manchmal redet er sehr schnell **Sehr schnelle Sprechgeschwindigkeit**

8× **Oft ziemlich langsam** **Etwas zu langsam**
Teilweise werden einfache Beispiele und Tatsachen zu ausführlich ausgeführt, obwohl diese relativ offensichtlich sind.

Eval – Lernmaterialien

Eignung der Lernmaterialien



32× hervorgangende Folien (die auch später noch gut verständlich sind)
 sehr sehr sehr gute, übersichtliche Folien :-)
 Sehr gute Folien als Vorlesungsskript.

12× Kein skript. Hätte erne ein skript
 Bitte ein Skript erstellen.
 - Dem Skript, also den Folien, fehlt so etwas wie ein Inhaltsverzeichnis / Stichwortverzeichnis. Es gibt viele Begriffe und manchmal sucht man eine Weile, bis man den Begriff gefunden hat.
 Zusätzliches Skript wäre sinnvoll. Foliensätze zum Nachschlagen nicht gut geeignet

neu (auf der Homepage): Dokument mit Lernzielen, Literaturhinweisen und Glossar

Eval – Plattformen

5×

Nutzen von Discord

Kein Forum auf Ilias -> Entweder zwang zu Discord oder Email für kleine allgemeine Frage

8×

Lieber Ilias nutzen als die Website für Einheitlichkeit mit anderen Modulen

Bitte ILIAS statt eigener Vorlesungswebsite nutzen

- ILIAS statt Website nutzen

Vorhandene Ressourcen werden nicht genutzt, sondern auf neue, unbekannte Systeme wird zurückgegriffen: Ilias, das zum Übungsblätter zur Verfügung stellen von jedem sonst genutzt wird, wird auf eine eigene Website ausgelagert.

Das integrierte Ilias Forum wird nicht benutzt, sondern man muss sich erst extra mit Discord auseinandersetzen, um essenzielle Informationen über z.B. die Übungsblätter zu erhalten.

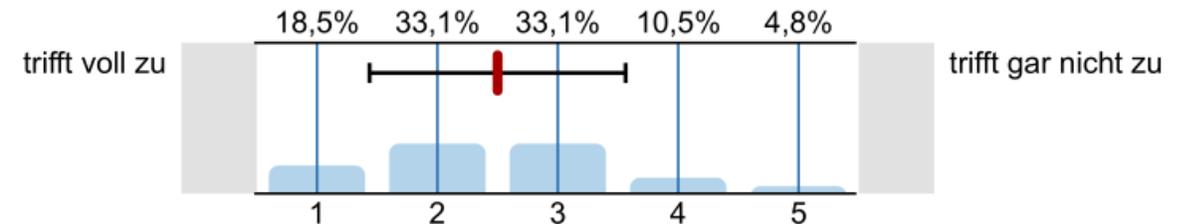
Alle anderen Lehrveranstaltungen nutzen Zoom. Nur hier wird Twitch benutzt, worüber das Fragenstellen nur Benutzern möglich ist.

19× schnelle Kommunikation über Discord praktisch Beantwortung von Fragen in Discord

Den regen Austausch auf Discord. Es scheint als würde man hier mehr und schnellere Antworten als auf den anderen Ilias Foren erhalten.

Eval – Übung

In dieser Lehrveranstaltung lerne ich viel.



4× teilweise etwas zu viel Wiederholung
ausufernde Wiederholungen
für meinen Geschmack etwas zu viel Wiederholung des Vorlesungsstoffs

6× Ist wird öfters neuer Stoff vermittelt und nicht der alte Stoff geübt

Zu viel Übertrag und neue Themen
Fehlende Wiederholung der Inhalte

Es wird wenig wiederholt oder Beispielaufgaben gerechnet.

14× Anwendungen des Vorlesungsstoffs
Andere Beispiele als in der Vorlesung, Vertiefung

Teilweise auch neue Konzepte (bsp. Rot Schwarz Bäume) die nicht Teil der Vorlesung sind werden behandelt.
Das ist wesentlich interessanter und hilfreicher als einfach nur die Musterlösung vorzulesen



Eval 2.0

Welche Plattformen bevorzugt ihr?

Was wäre für euch in der Übung am hilfreichsten?

Falls ihr weniger als 50% der Übungspunkte erzielt habt, woran lag das?

Wie waren eure Tutorien?

Was haben wir gelernt?

Datenstrukturen

- Welche Datenstrukturen haben wir kennen gelernt?
- Für welchen Zweck ist welche Datenstruktur geeignet?
- Wie funktioniert die effiziente Umsetzung?

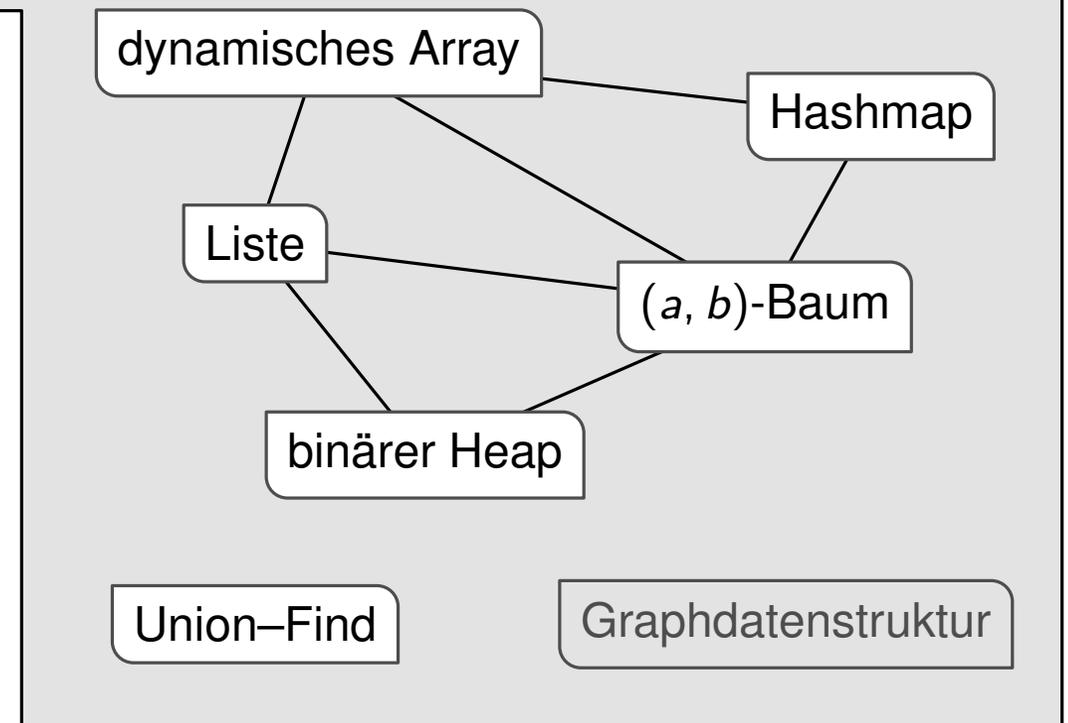
Kante: Überleg dir, was jeweils die Vor- und Nachteile der beiden Strukturen im Vergleich miteinander sind. Kennst du für beide Richtungen Situationen, in denen jeweils die eine der anderen überlegen ist?

Algorithmen

- Welche Algorithmen haben wir kennen gelernt?
- Wie und warum funktionieren sie?

Methoden und Techniken

- Formalisierung
- Algorithmenentwurf
- Detailumsetzung
- Korrektheit
- Laufzeit



Was haben wir gelernt?

Datenstrukturen

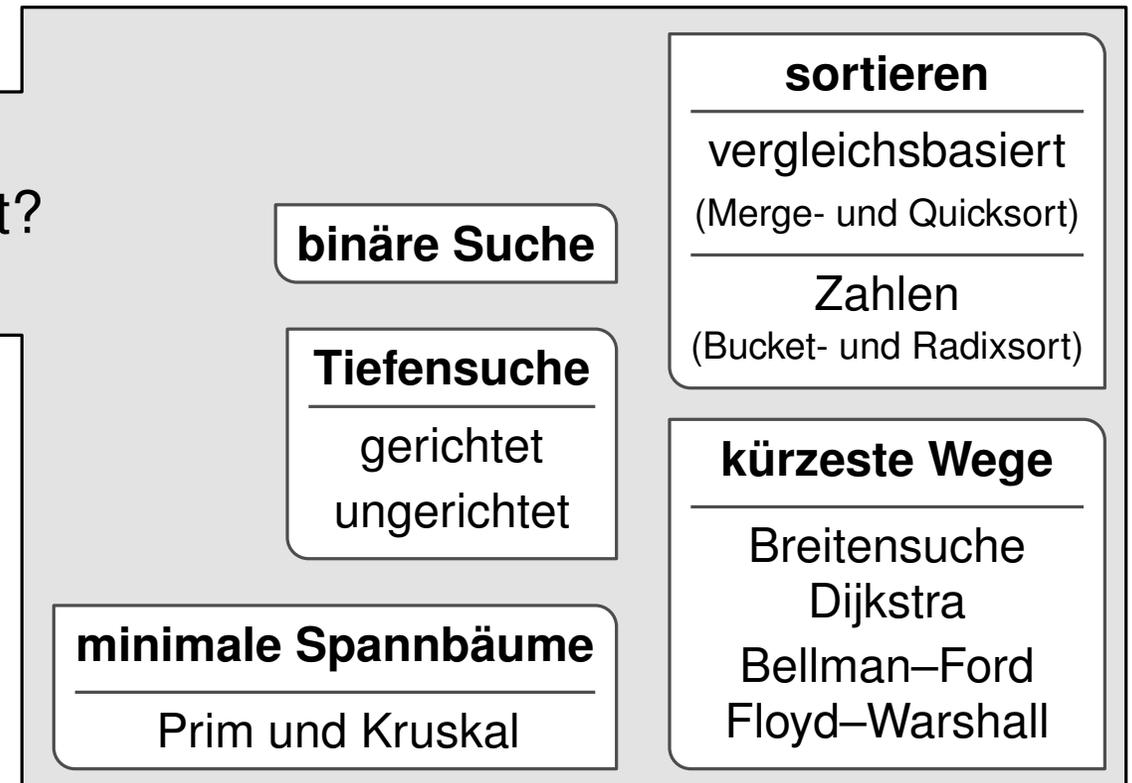
- Welche Datenstrukturen haben wir kennen gelernt?
- Für welchen Zweck ist welche Datenstruktur geeignet?
- Wie funktioniert die effiziente Umsetzung?

Algorithmen

- Welche Algorithmen haben wir kennen gelernt?
- Wie und warum funktionieren sie?

Methoden und Techniken

- Formalisierung
- Algorithmenentwurf
- Detailumsetzung
- Korrektheit
- Laufzeit



Was haben wir gelernt?

Datenstrukturen

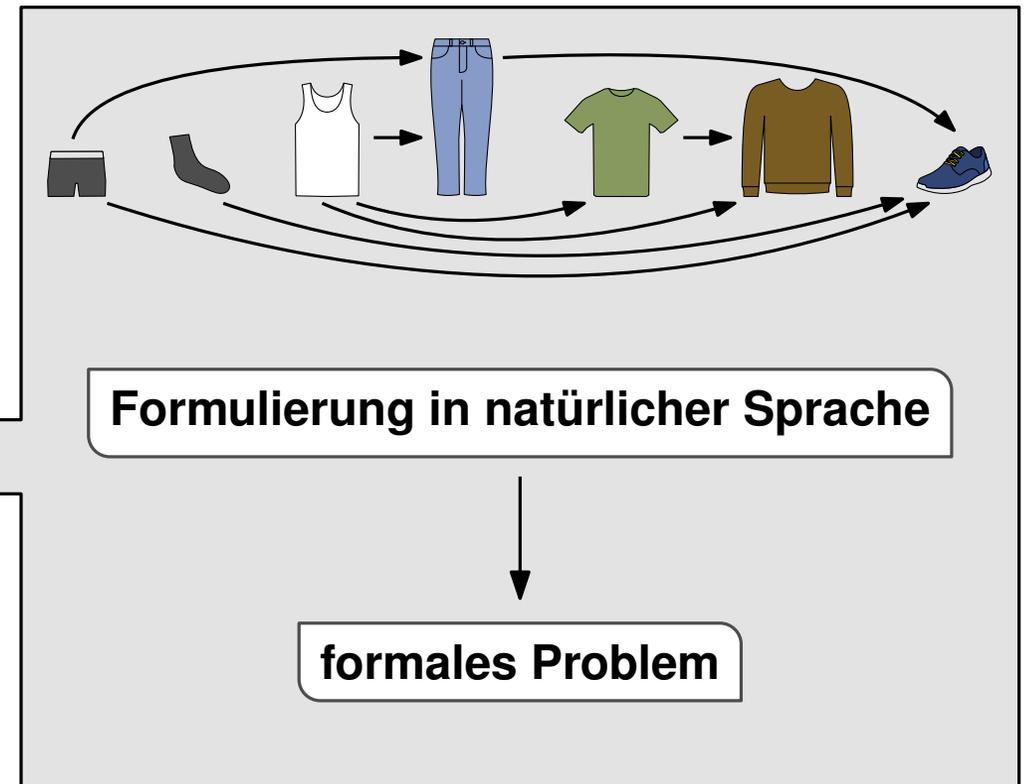
- Welche Datenstrukturen haben wir kennen gelernt?
- Für welchen Zweck ist welche Datenstruktur geeignet?
- Wie funktioniert die effiziente Umsetzung?

Algorithmen

- Welche Algorithmen haben wir kennen gelernt?
- Wie und warum funktionieren sie?

Methoden und Techniken

- Formalisierung
- Algorithmenentwurf
- Detailumsetzung
- Korrektheit
- Laufzeit



Was haben wir gelernt?

Datenstrukturen

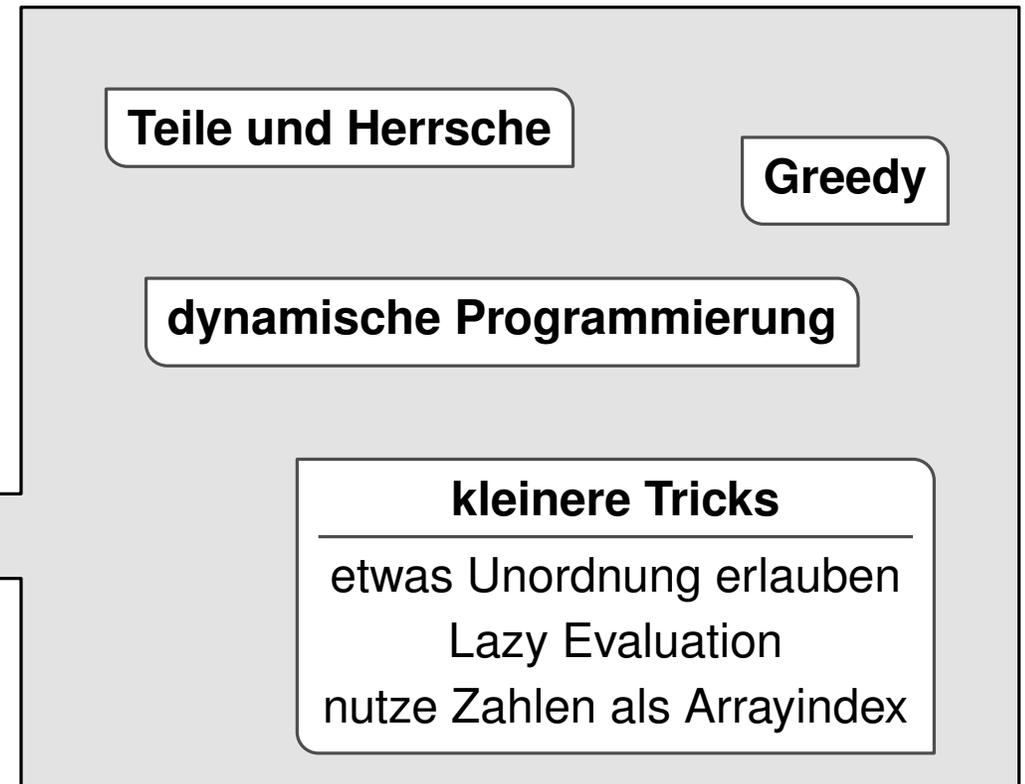
- Welche Datenstrukturen haben wir kennen gelernt?
- Für welchen Zweck ist welche Datenstruktur geeignet?
- Wie funktioniert die effiziente Umsetzung?

Algorithmen

- Welche Algorithmen haben wir kennen gelernt?
- Wie und warum funktionieren sie?

Methoden und Techniken

- Formalisierung
- Algorithmenentwurf
- Detailumsetzung
- Korrektheit
- Laufzeit



Was haben wir gelernt?

Datenstrukturen

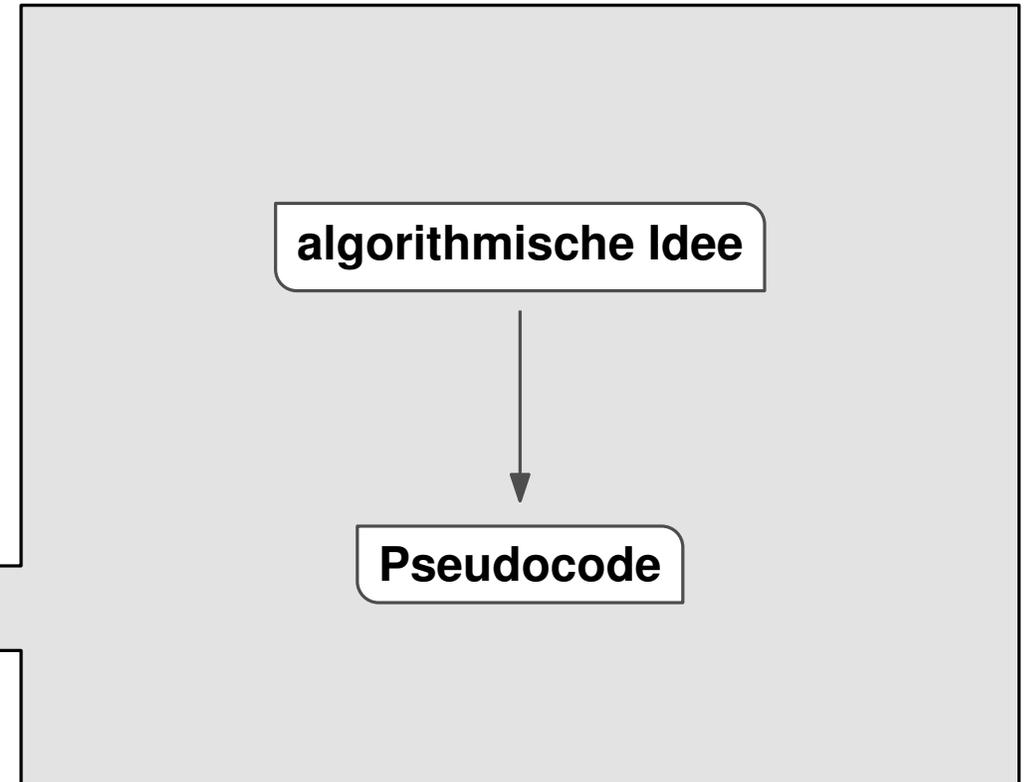
- Welche Datenstrukturen haben wir kennen gelernt?
- Für welchen Zweck ist welche Datenstruktur geeignet?
- Wie funktioniert die effiziente Umsetzung?

Algorithmen

- Welche Algorithmen haben wir kennen gelernt?
- Wie und warum funktionieren sie?

Methoden und Techniken

- Formalisierung
- Algorithmenentwurf
- Detailumsetzung
- Korrektheit
- Laufzeit



Was haben wir gelernt?

Datenstrukturen

- Welche Datenstrukturen haben wir kennen gelernt?
- Für welchen Zweck ist welche Datenstruktur geeignet?
- Wie funktioniert die effiziente Umsetzung?

Algorithmen

- Welche Algorithmen haben wir kennen gelernt?
- Wie und warum funktionieren sie?

Methoden und Techniken

- Formalisierung
- Algorithmenentwurf
- Detailumsetzung
- Korrektheit
- Laufzeit

Invarianten

Induktion

Widerspruchsbeweis
(minimales Gegenbeispiel)

Austauschargument (Greedy)

(es gibt aber meist kein Kochrezept)

Was haben wir gelernt?

Datenstrukturen

- Welche Datenstrukturen haben wir kennen gelernt?
- Für welchen Zweck ist welche Datenstruktur geeignet?
- Wie funktioniert die effiziente Umsetzung?

Algorithmen

- Welche Algorithmen haben wir kennen gelernt?
- Wie und warum funktionieren sie?

Methoden und Techniken

- Formalisierung
- Algorithmenentwurf
- Detailumsetzung
- Korrektheit
- Laufzeit

Asymptotik: O -Notation

Rekurrenzen auflösen
(via Rekursionsbaum)

exponentielle Summen

amortisierte Analyse

Average-Case Analyse
(randomisierte Algorithmen)

Adversary Argument

$\sum_{v \in V} \deg(v) \in \Theta(m)$

Klausur (1. September, 8 Uhr)

Materialien

- Folien für Vorlesung und Übung (Homepage)
- Übungsblätter mit Lösungen (Homepage)
- Lernziele, Literaturhinweise und Glossar (Homepage)
- Aufzeichnung von Vorlesung und Übung (Ilias)
- alte Klausuren (Fachschaft)

Zusätzliche Angebote

- Nachholtuts im August jeweils Montag und Mittwoch 9:45 in Raum –102
- digitale Sprechstunde (via Twitch): 3.8. um 14 Uhr und eventuell nochmal in der Woche 22.8. – 26.8.

Erlaubte Hilfsmittel

- Spickzettel: ein A4 Blatt (Vor- und Rückseite), beliebig beschrieben
- Empfehlung: selbst erstellen und nicht von Kommiliton:innen kopieren

Algorithmen-Vorlesungen am KIT (Stand 2022)

Im Bachelor belegbar

- (Theoretische Grundlagen der Informatik)
- Algorithmen 2
- Algorithmen für planare Graphen
- Fortgeschrittenes algorithmisches Programmieren

Welche Vorlesungen genau angeboten werden ist natürlich immer etwas im Wandel.

Vertiefungsvorlesungen für den Master

- Algorithm Engineering
- Fortgeschrittene Datenstrukturen
- Parallele Algorithmen
- Text-Indexierung
- Algorithmen in Zellularautomaten
- Randomisierte Algorithmen
- Modelle der Parallelverarbeitung
- Algorithmische Geometrie
- Parametrisierte Algorithmen
- Algorithmen für Routenplanung
- Algorithmische Graphentheorie
- Algorithmen zur Visualisierung von Graphen

Todo für euch

Meldet euch für die Klausur an!

Bereitet euch gut darauf vor!

Schreibt eine gute Klausur!

Wir wünschen viel Erfolg!