Karlsruher Institut für Technologie

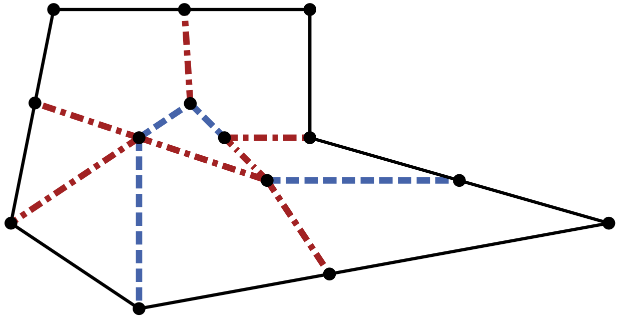
Algorithmische Geometrie

Faltbarkeit – Origami und Co

Flache Faltmuster

Gegeben

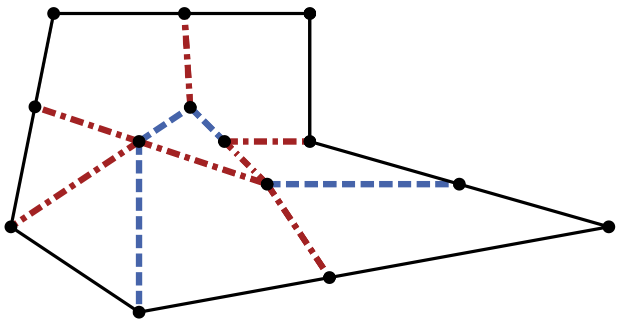
- ein geometrischer Graph
- jede innere Kante ist entweder mit Berg oder Tal gekennzeichnet



Flache Faltmuster

Gegeben

- ein geometrischer Graph
- jede innere Kante ist entweder mit Berg oder Tal gekennzeichnet



Interpretation

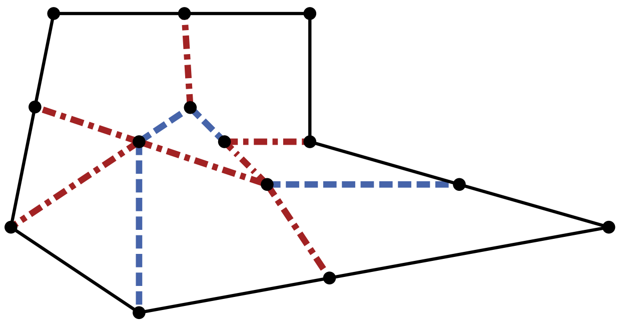
- Rand der äußere Facette ist ein Blatt Papier

(im Folgenden meist ein Quadrat)

Flache Faltmuster

Gegeben

- ein geometrischer Graph
- jede innere Kante ist entweder mit Berg oder Tal gekennzeichnet



Interpretation

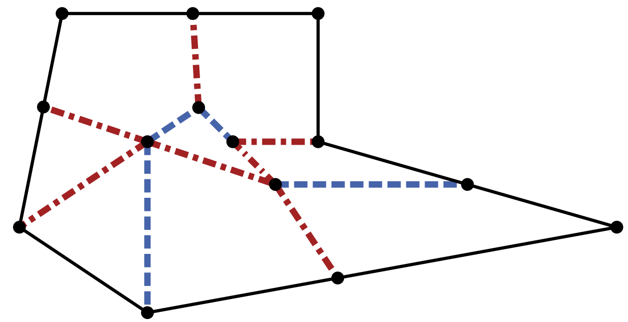
- Rand der äußere Facette ist ein Blatt Papier (im Folgenden meist ein Quadrat)
- der geometrische Graph ist ein **Faltmuster**
- Faltrichtung ist durch **Berg/Tal-Zuweisung** gegeben

$\left.\right\}$ **Berg/Tal-Muster**

Flache Faltmuster

Gegeben

- ein geometrischer Graph
- jede innere Kante ist entweder mit Berg oder Tal gekennzeichnet



Interpretation

- Rand der äußere Facette ist ein Blatt Papier (im Folgenden meist ein Quadrat)
- der geometrische Graph ist ein **Faltmuster**
- Faltrichtung ist durch **Berg/Tal-Zuweisung** gegeben

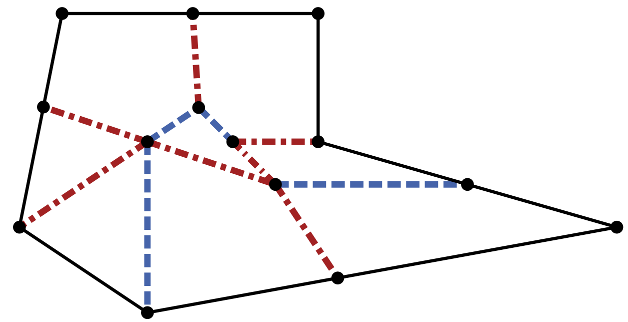
Berg/Tal-Muster

Problem: Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?

Flache Faltmuster

Gegeben

- ein geometrischer Graph
- jede innere Kante ist entweder mit Berg oder Tal gekennzeichnet



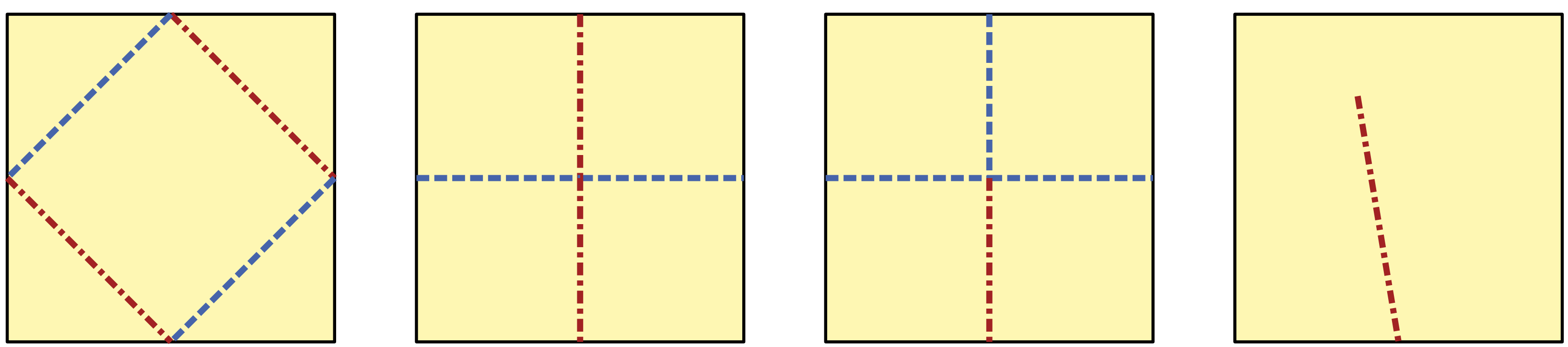
Interpretation

- Rand der äußere Facette ist ein Blatt Papier (im Folgenden meist ein Quadrat)
- der geometrische Graph ist ein **Faltmuster**
- Faltrichtung ist durch **Berg/Tal-Zuweisung** gegeben

Berg/Tal-Muster

Problem: Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?

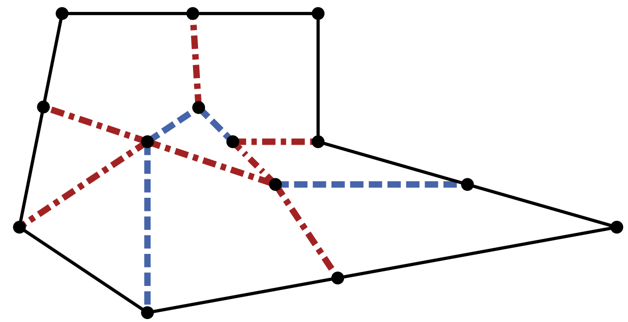
Beispiele



Flache Faltmuster

Gegeben

- ein geometrischer Graph
- jede innere Kante ist entweder mit Berg oder Tal gekennzeichnet



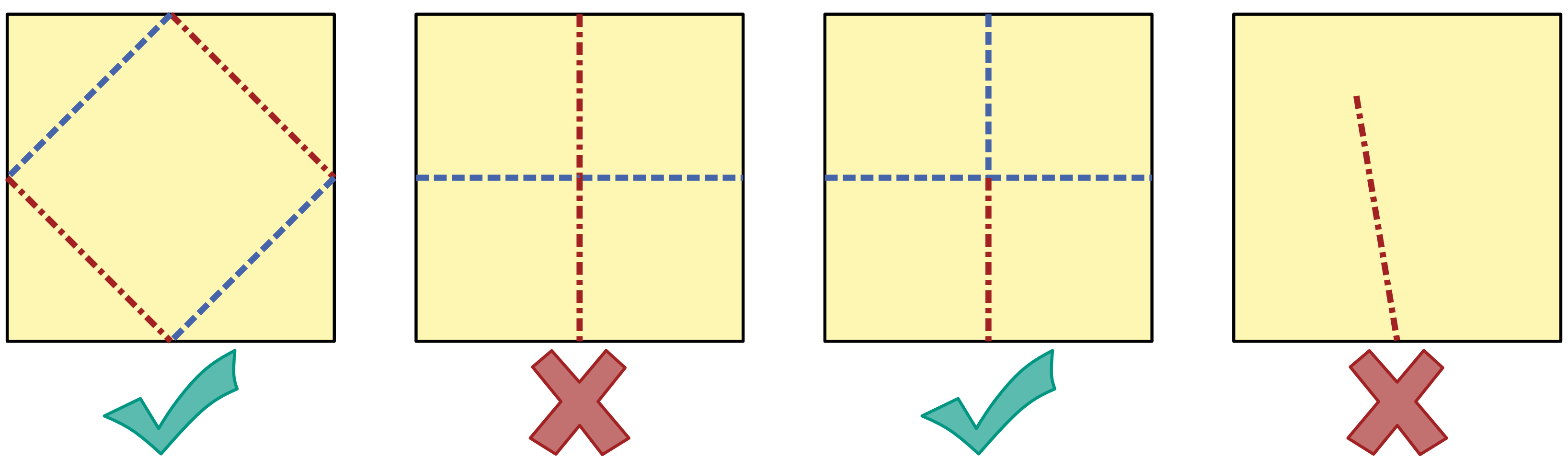
Interpretation

- Rand der äußere Facette ist ein Blatt Papier (im Folgenden meist ein Quadrat)
- der geometrische Graph ist ein **Faltmuster**
- Faltrichtung ist durch **Berg/Tal-Zuweisung** gegeben

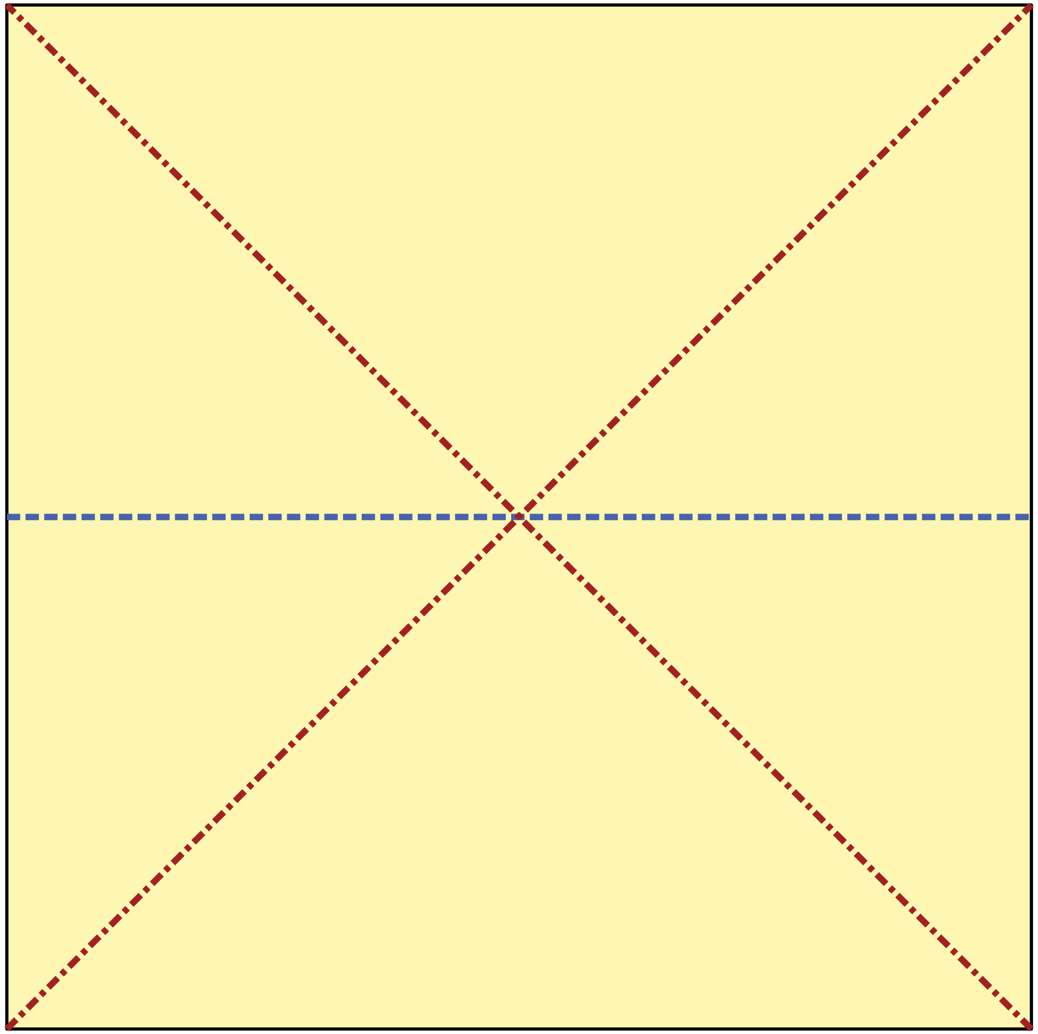
Berg/Tal-Muster

Problem: Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?

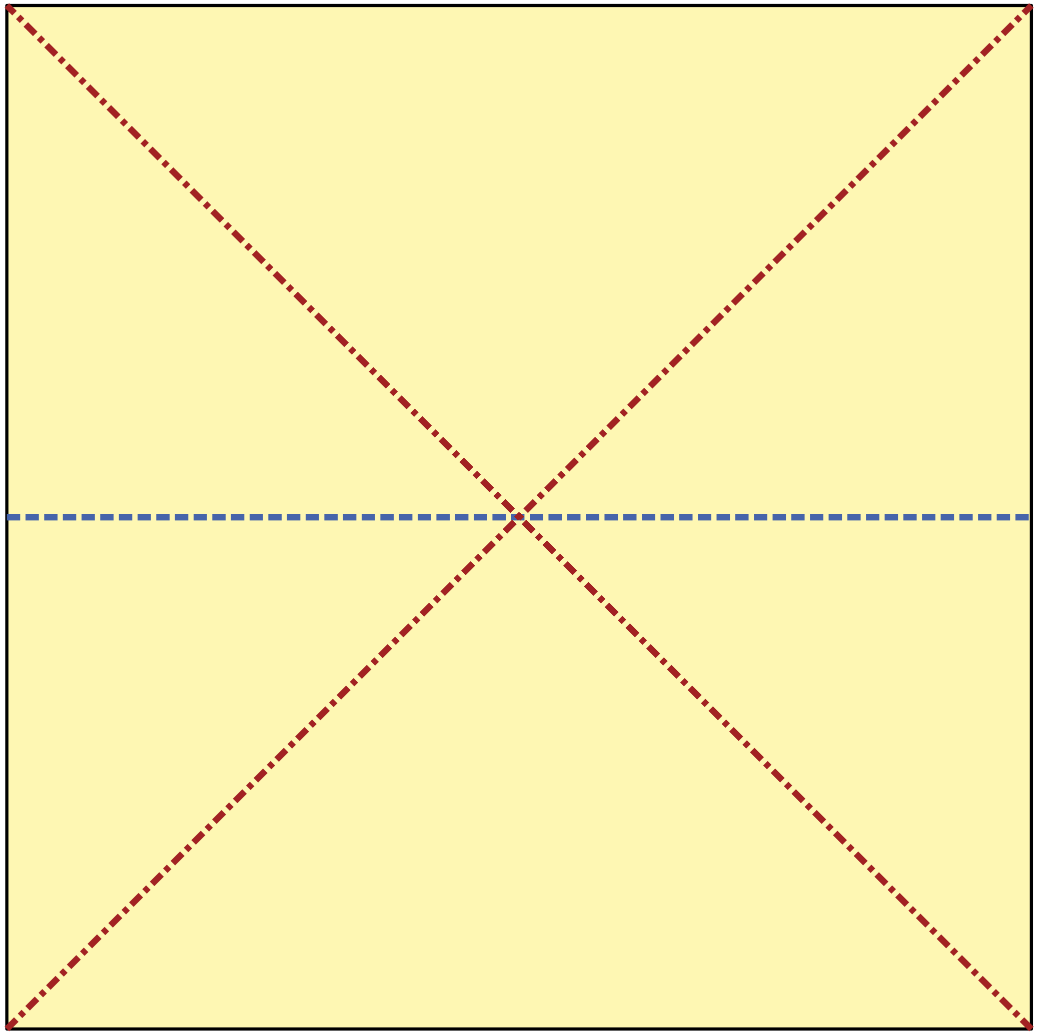
Beispiele

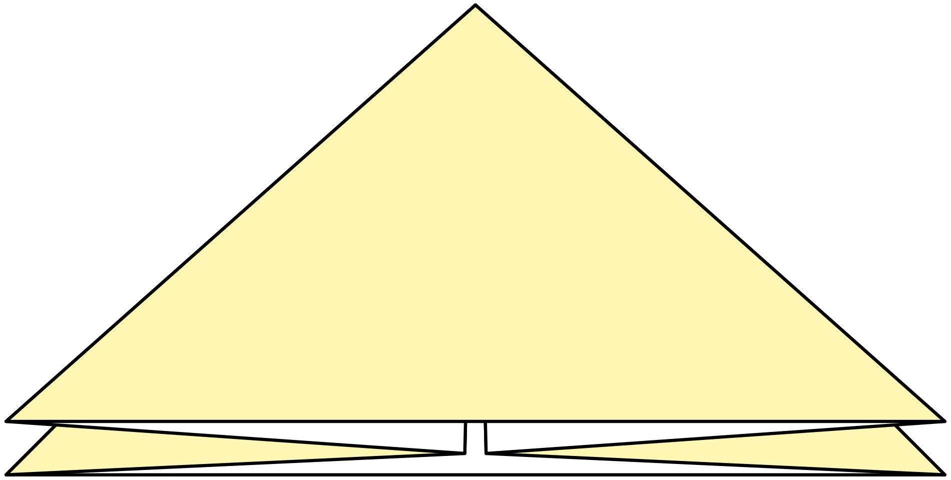


Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?

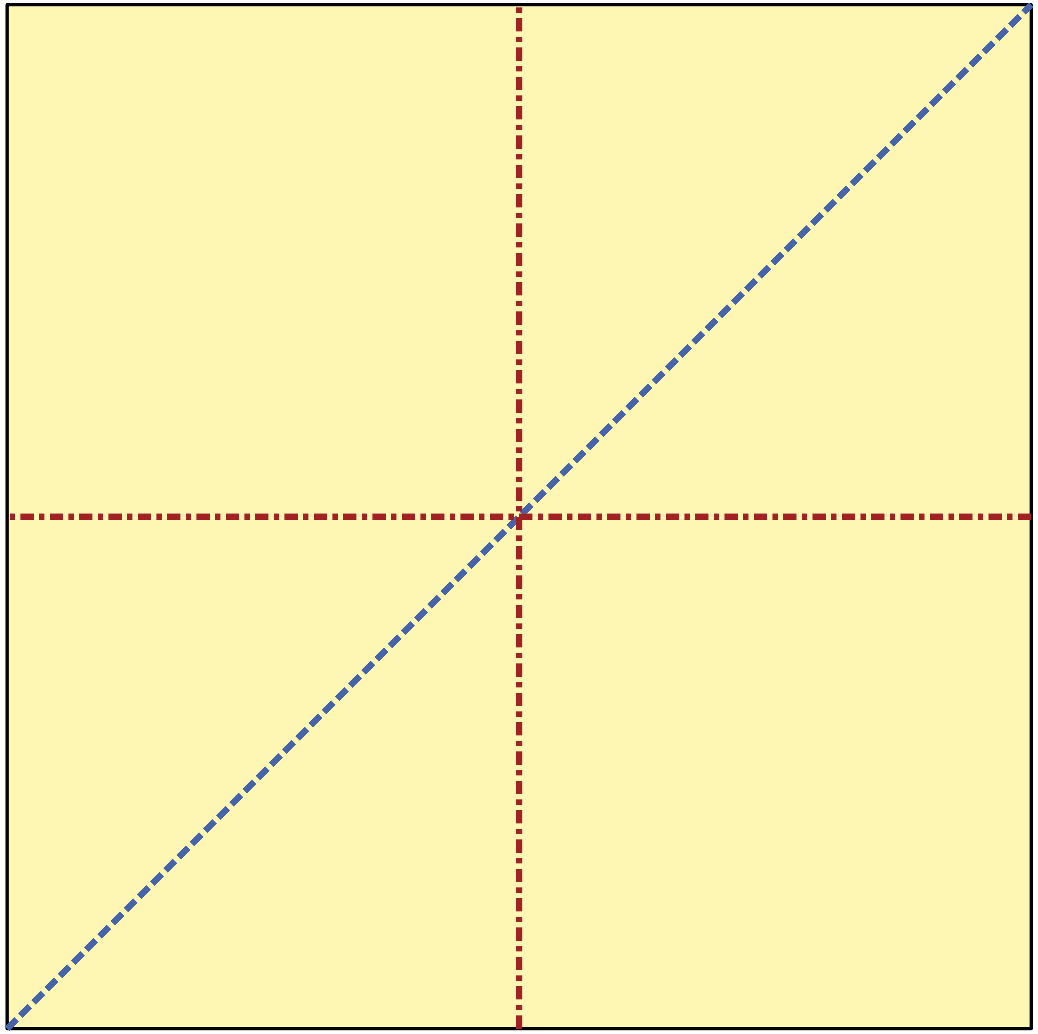


Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?

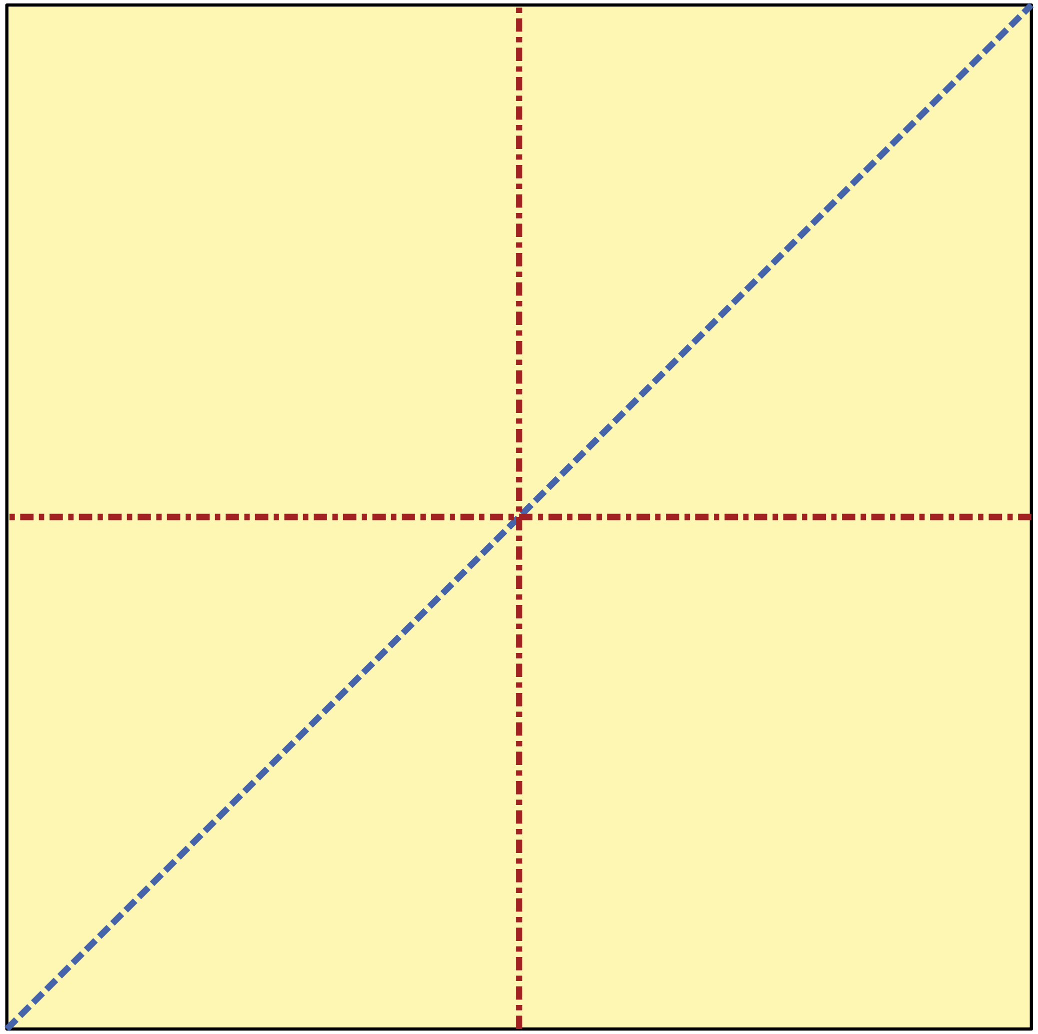


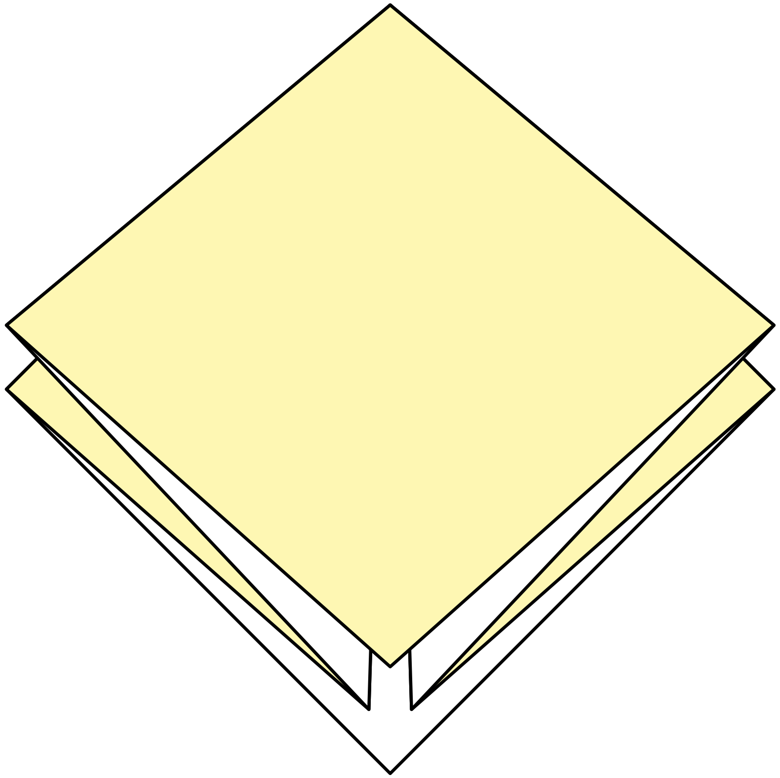


Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?

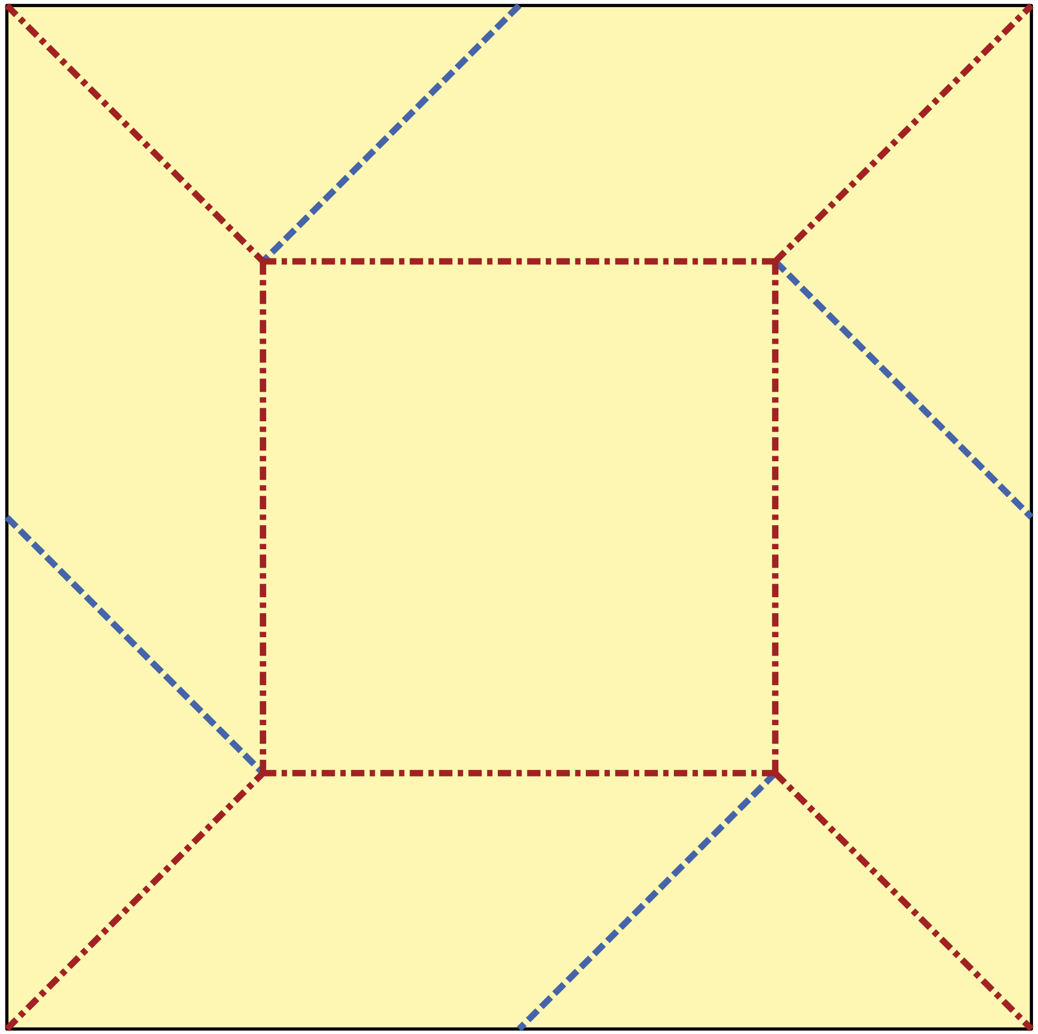


Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?

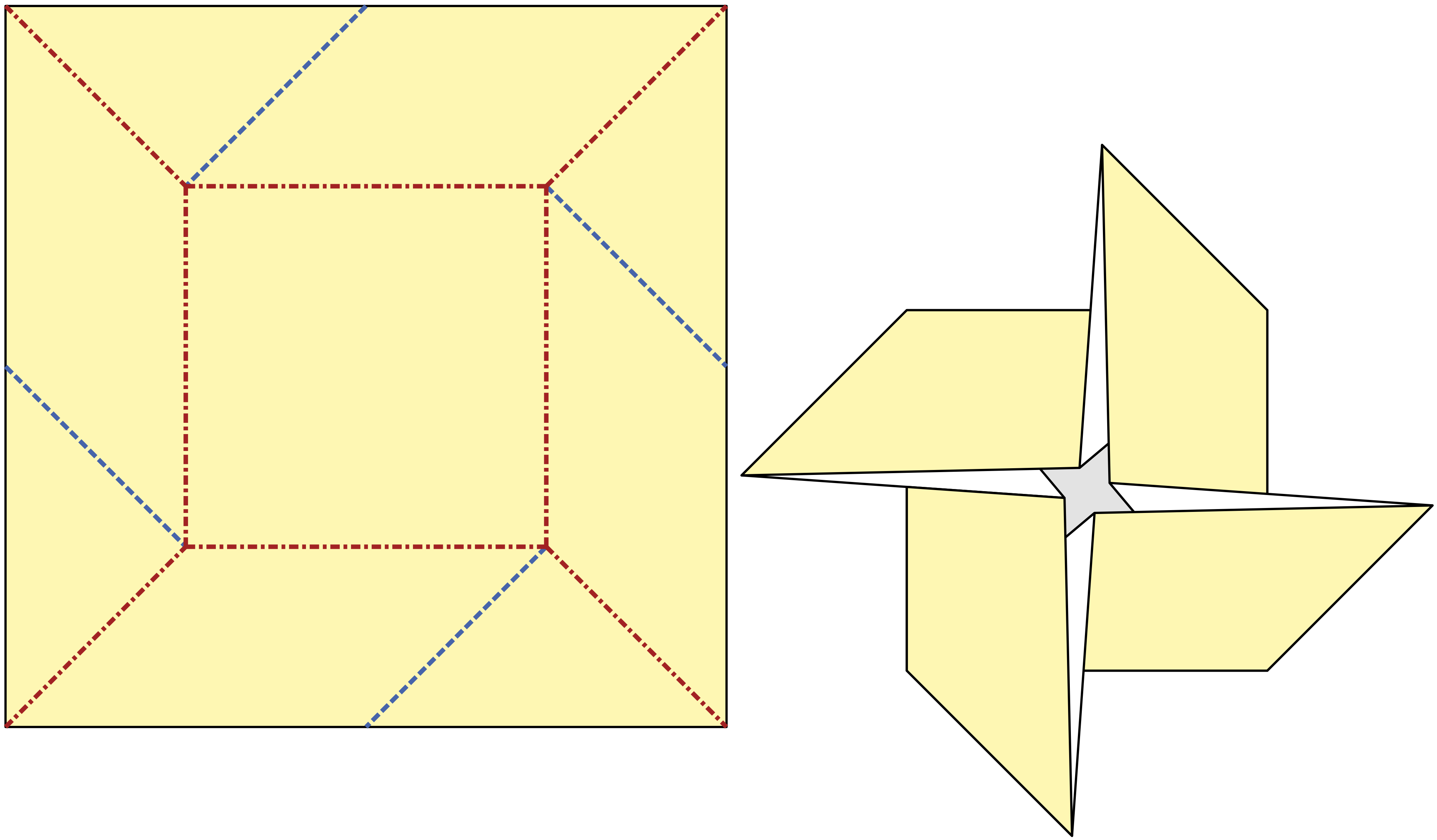




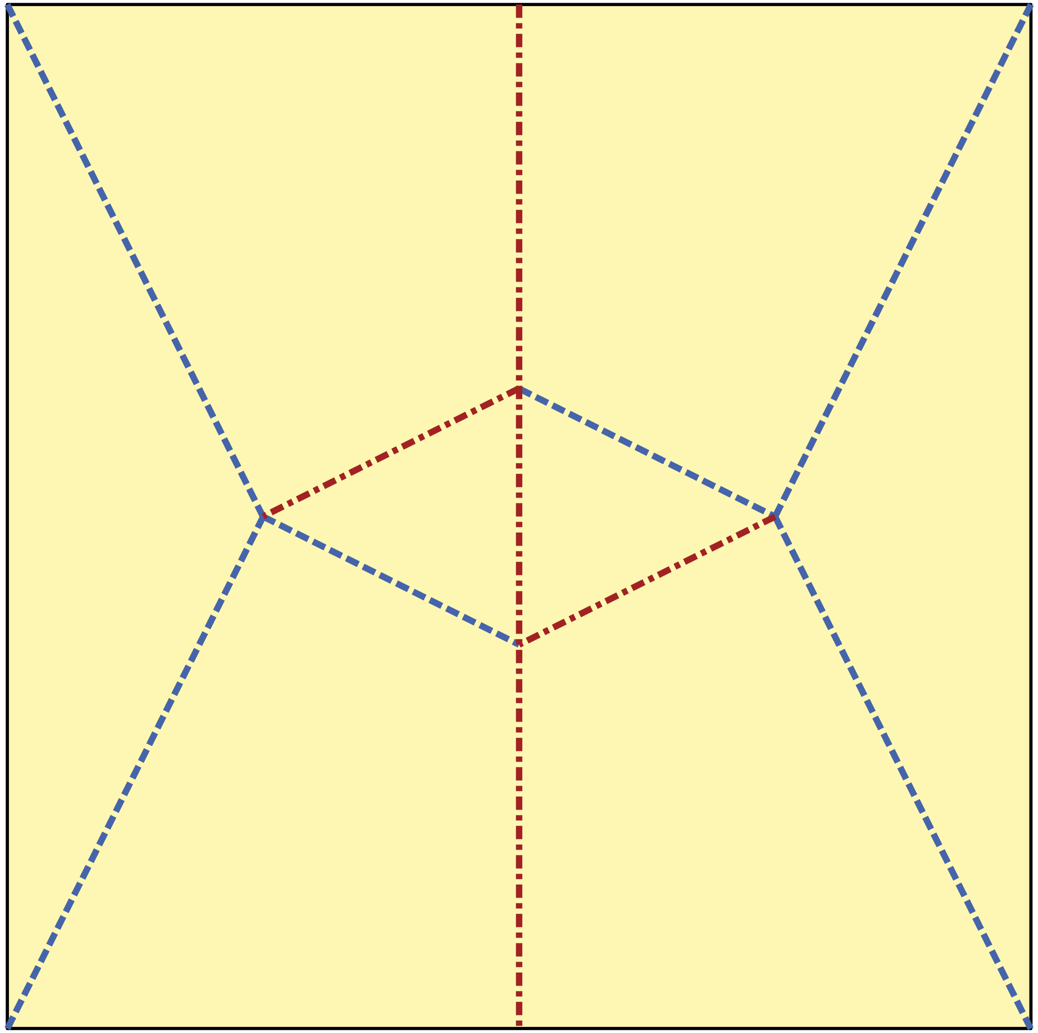
Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?



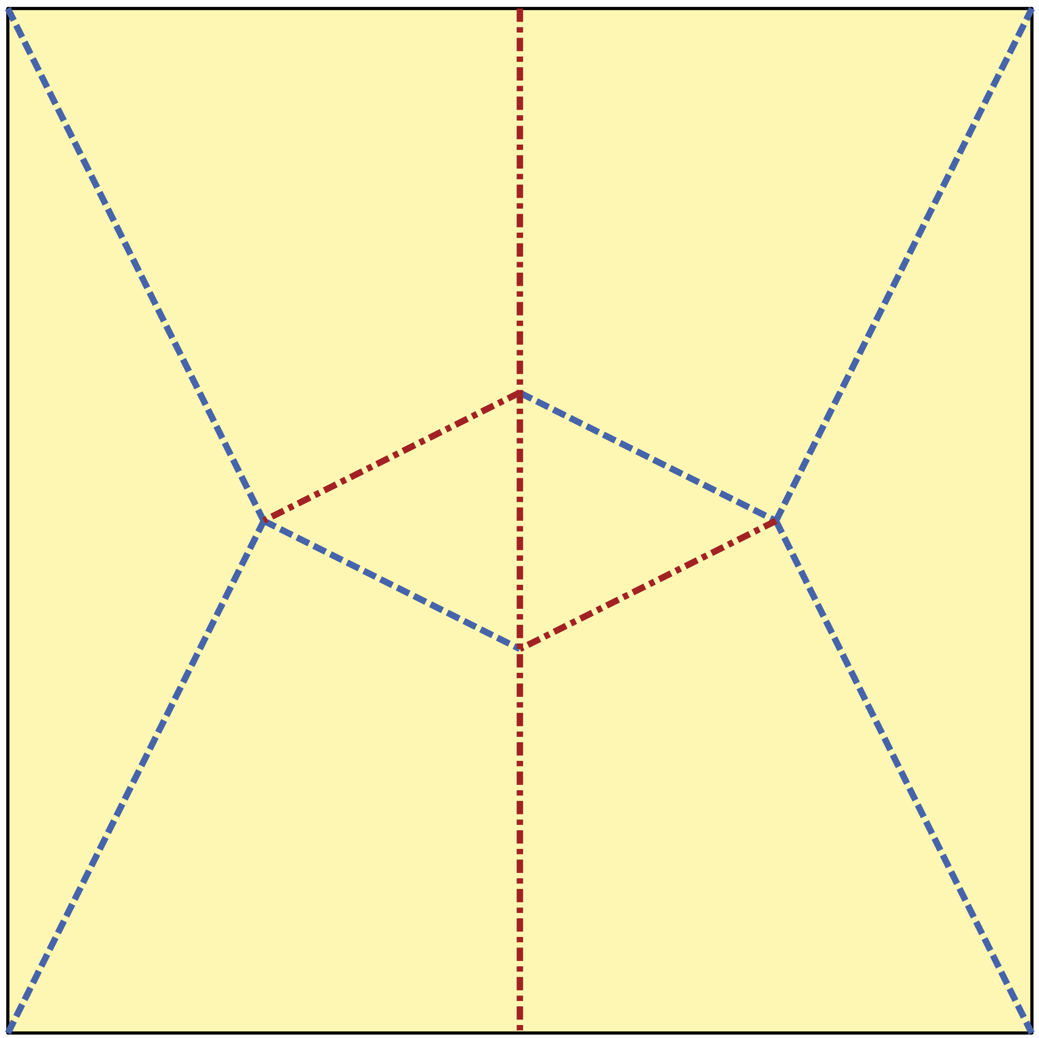
Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?

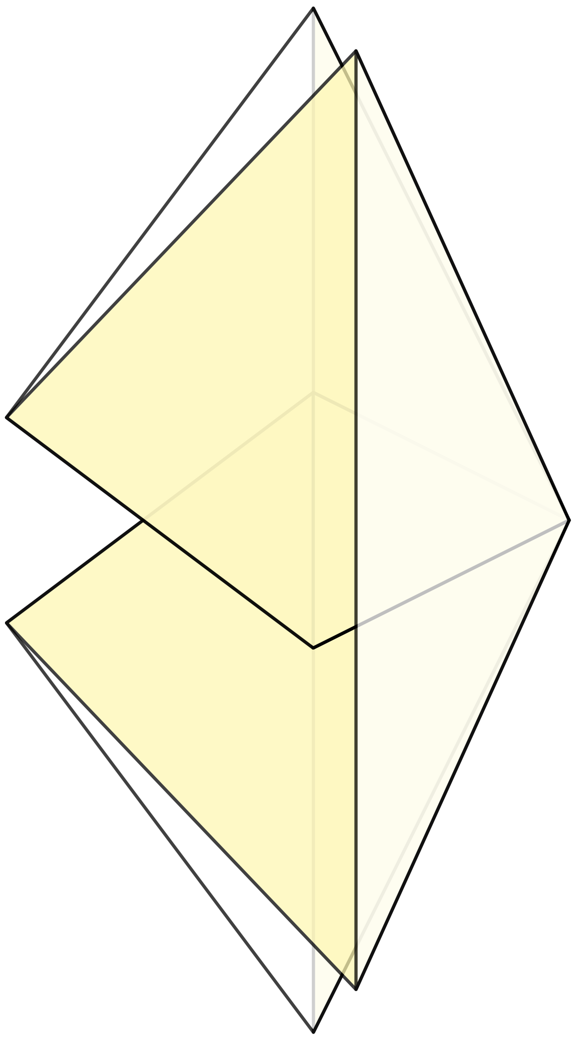


Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?

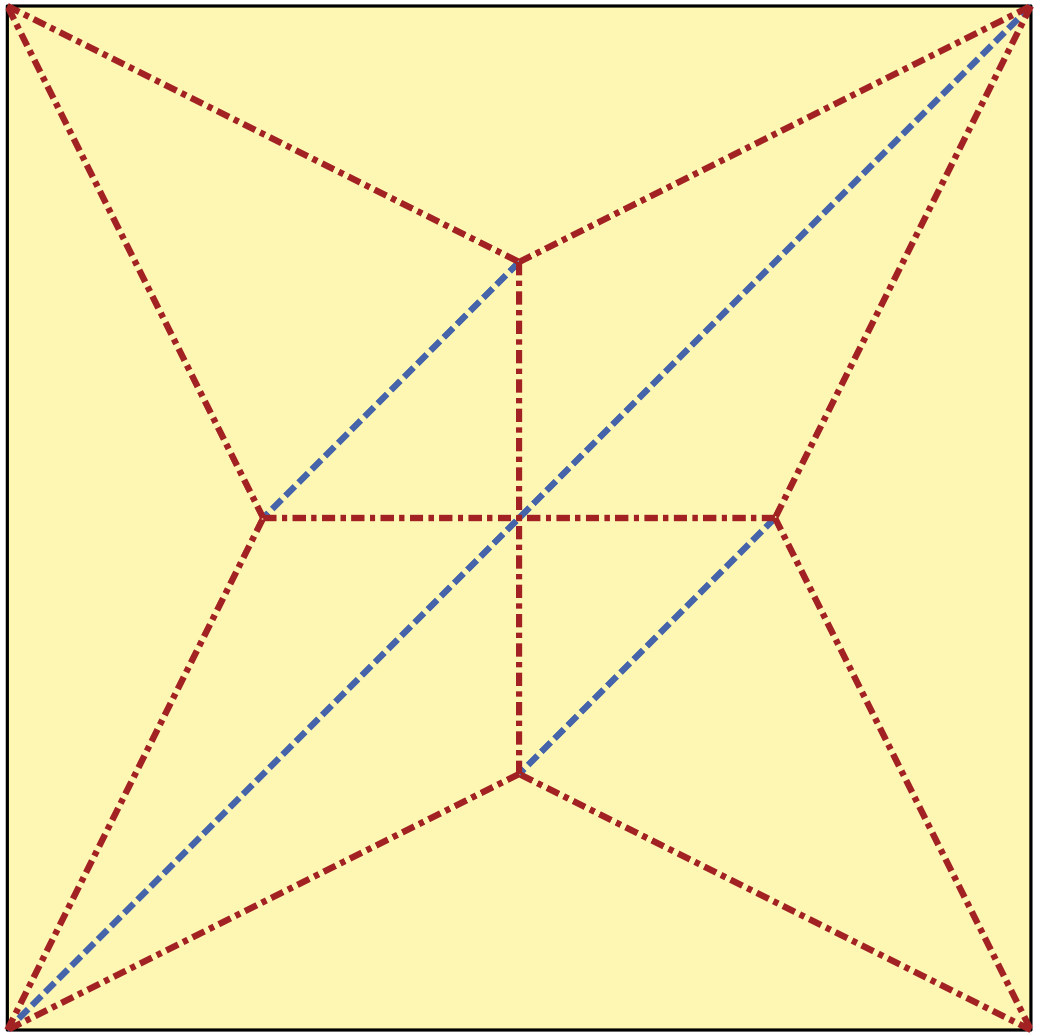


Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?

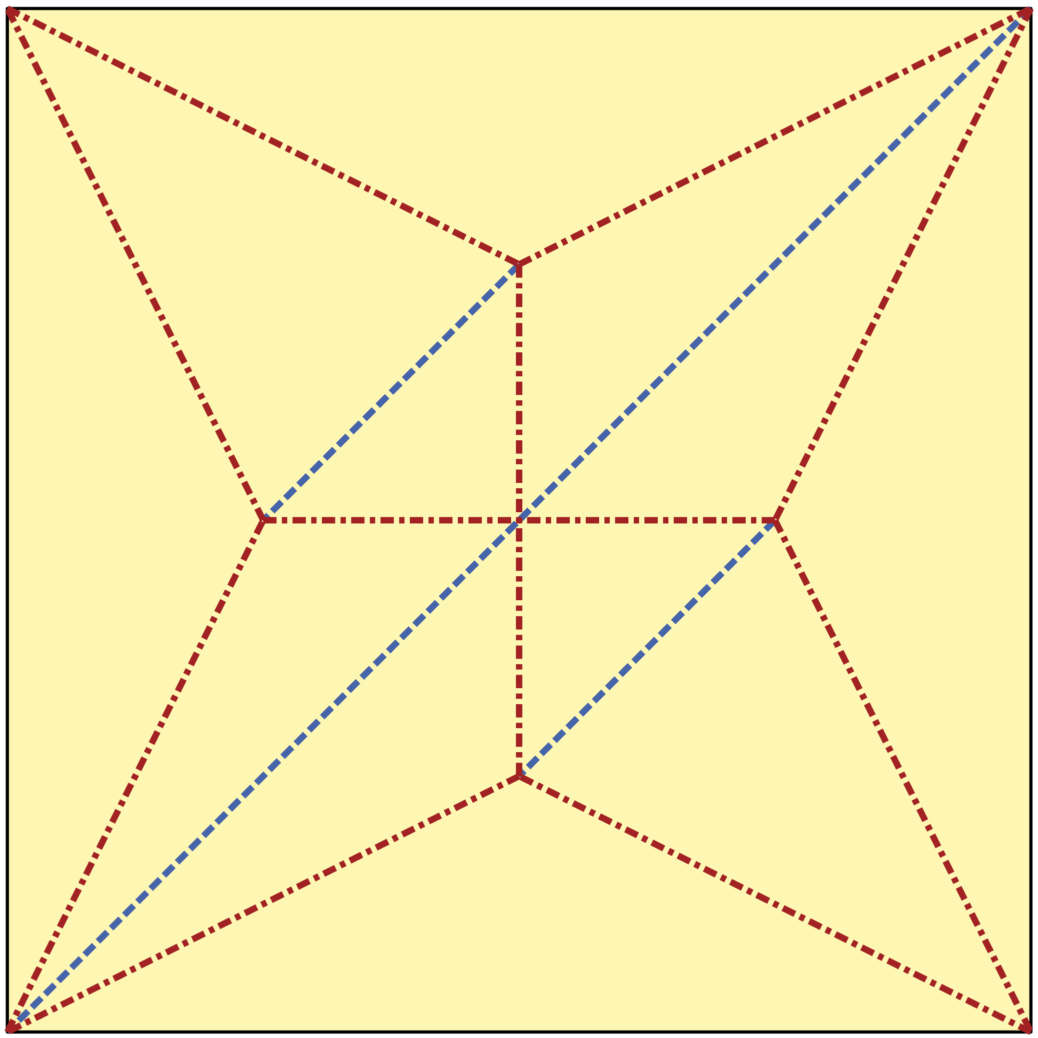


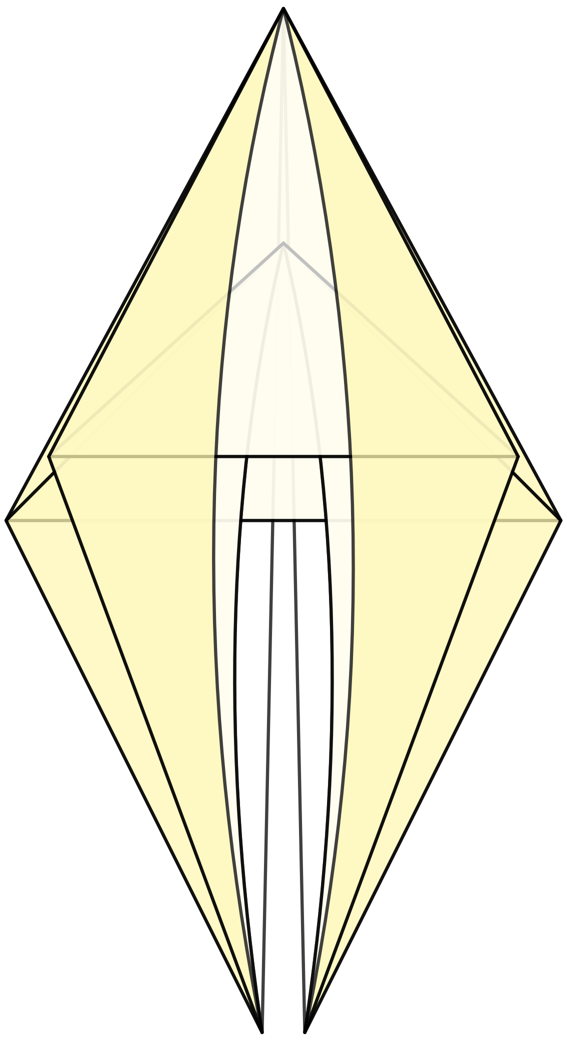


Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?



Ist das Berg/Tal-Muster flach faltbar?





halber Kranich

Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

Etwas einfacher: 1D-Fall $\rightarrow$ unser „Papier“ ist dann eine Strecke

Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

Etwas einfacher: 1D-Fall $\rightarrow$ unser „Papier“ ist dann eine Strecke

1D Faltmuster

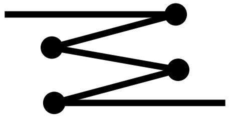
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

Etwas einfacher: 1D-Fall $\rightarrow$ unser „Papier“ ist dann eine Strecke

1D Faltmuster



zick-zack geht immer

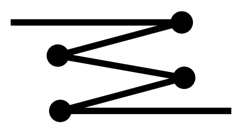
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

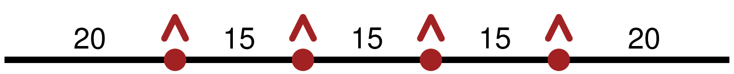
Etwas einfacher: 1D-Fall → unser „Papier“ ist dann eine Strecke

1D Faltmuster



zick-zack geht immer

1D Berg/Tal-Muster



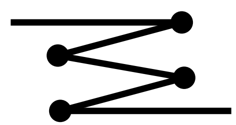
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

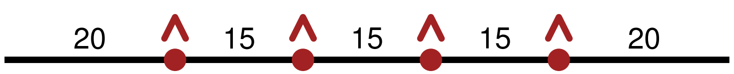
Etwas einfacher: 1D-Fall → unser „Papier“ ist dann eine Strecke

1D Faltmuster



zick-zack geht immer

1D Berg/Tal-Muster



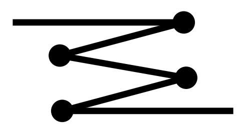
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

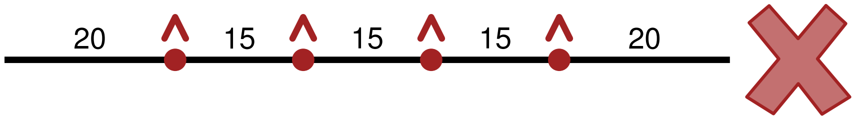
Etwas einfacher: 1D-Fall $\rightarrow$ unser „Papier“ ist dann eine Strecke

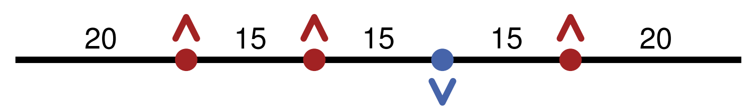
1D Faltmuster



zick-zack geht immer

1D Berg/Tal-Muster





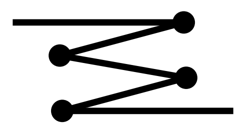
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

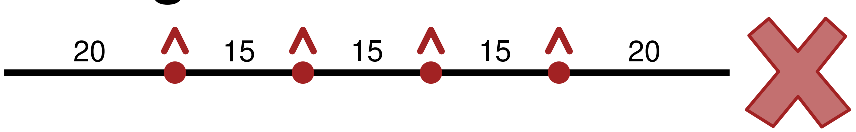
Etwas einfacher: 1D-Fall $\rightarrow$ unser „Papier“ ist dann eine Strecke

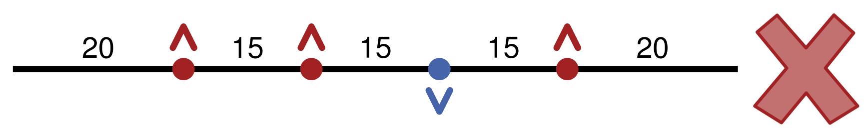
1D Faltmuster



zick-zack geht immer

1D Berg/Tal-Muster





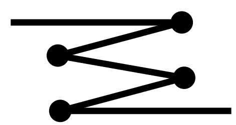
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

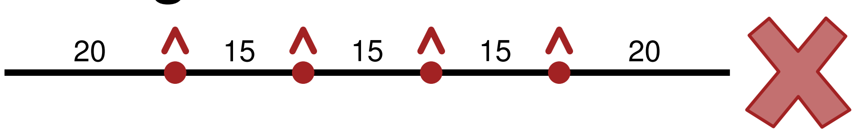
Etwas einfacher: 1D-Fall $\rightarrow$ unser „Papier“ ist dann eine Strecke

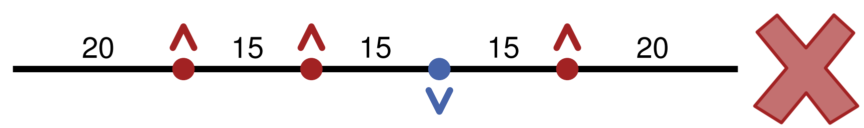
1D Faltmuster



zick-zack geht immer

1D Berg/Tal-Muster





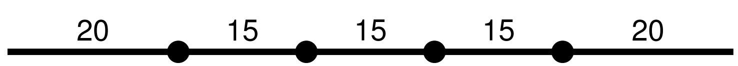
Das ist alles viel zu schwer!

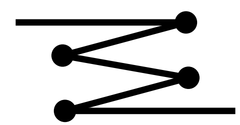
Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

Etwas einfacher: 1D-Fall $\rightarrow$ unser „Papier“ ist dann eine Strecke

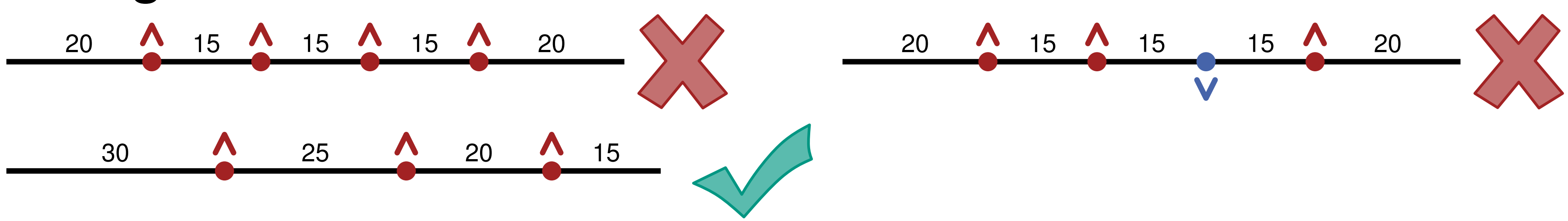
1D Faltmuster





zick-zack geht immer

1D Berg/Tal-Muster



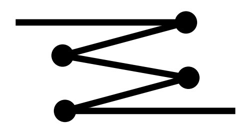
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

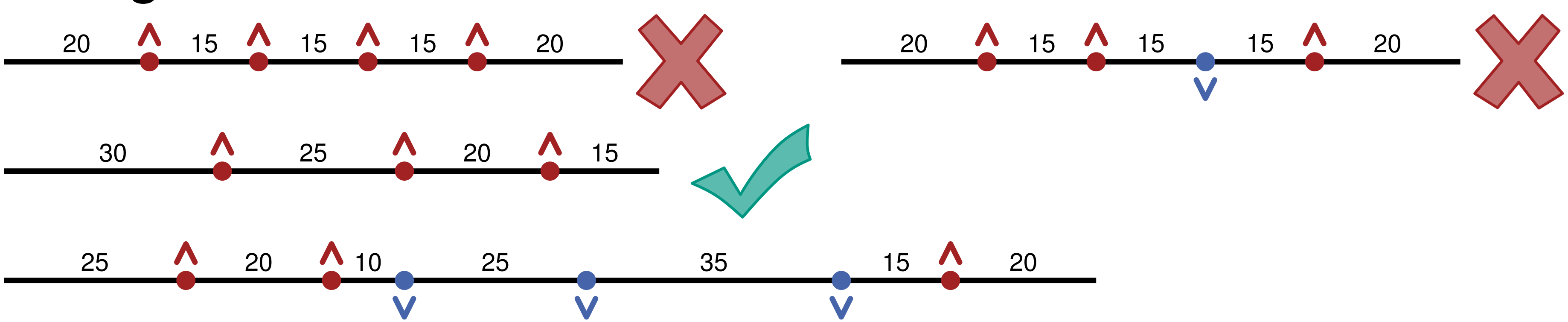
Etwas einfacher: 1D-Fall $\rightarrow$ unser „Papier“ ist dann eine Strecke

1D Faltmuster



zick-zack geht immer

1D Berg/Tal-Muster



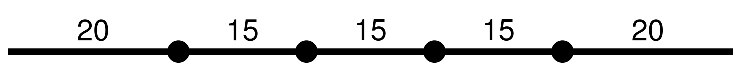
Das ist alles viel zu schwer!

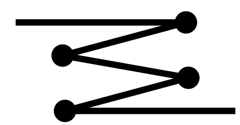
Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

Etwas einfacher: 1D-Fall $\rightarrow$ unser „Papier“ ist dann eine Strecke

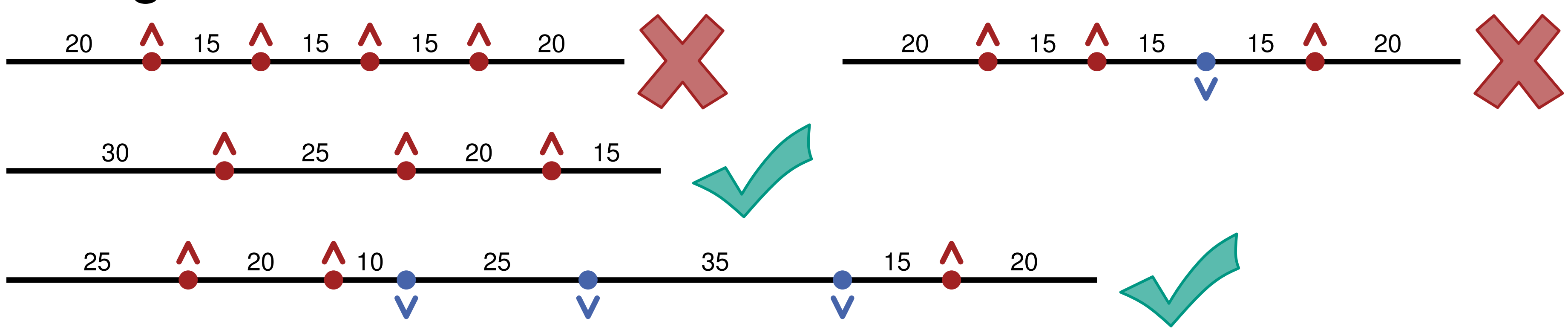
1D Faltmuster





zick-zack geht immer

1D Berg/Tal-Muster



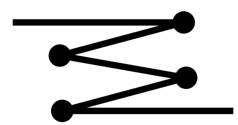
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

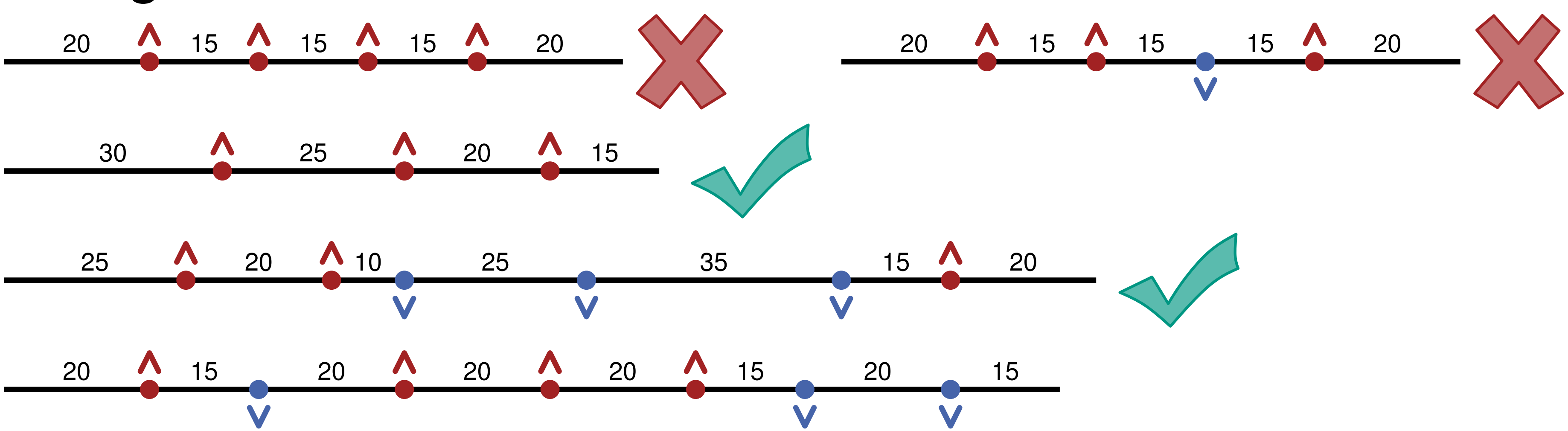
Etwas einfacher: 1D-Fall $\rightarrow$ unser „Papier“ ist dann eine Strecke

1D Faltmuster



zick-zack geht immer

1D Berg/Tal-Muster



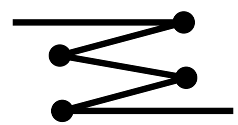
Das ist alles viel zu schwer!

Zwei Problemvarianten

- Gegeben ein Berg/Tal-Muster, ist es flach faltbar?
- Gegeben ein Faltmuster, gibt es eine Berg/Tal-Zuweisung, sodass es flach faltbar ist?

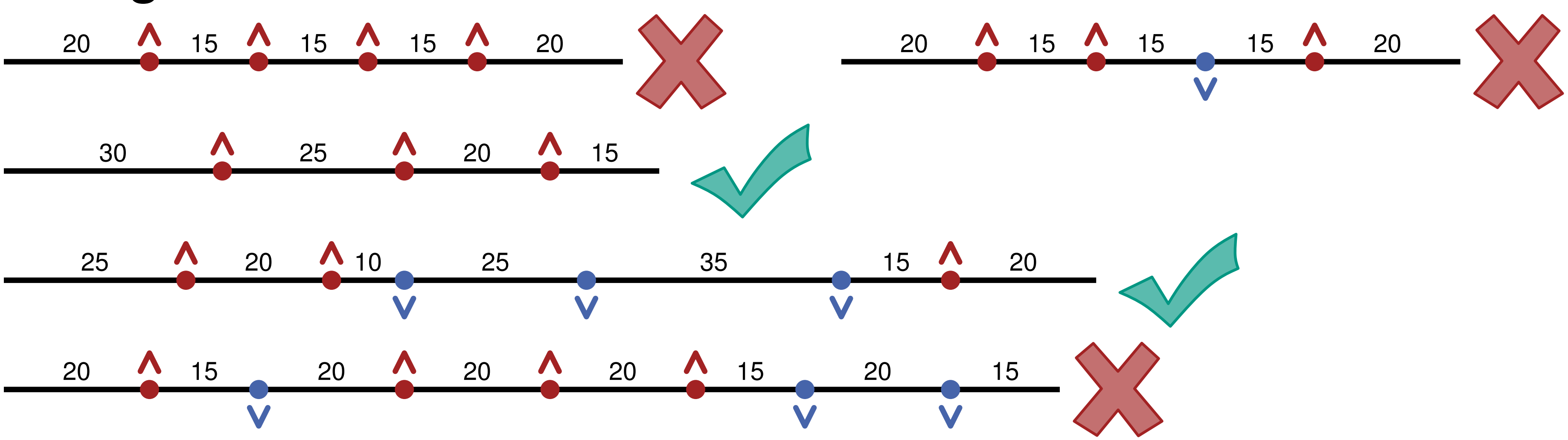
Etwas einfacher: 1D-Fall $\rightarrow$ unser „Papier“ ist dann eine Strecke

1D Faltmuster



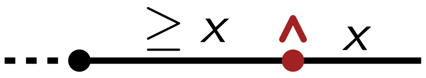
zick-zack geht immer

1D Berg/Tal-Muster



Reduktionsregeln

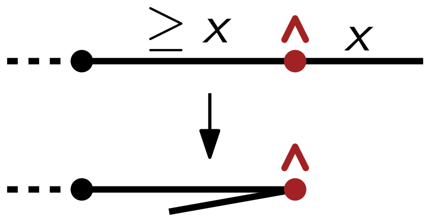
End-Fold



- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner ($\leq$) als der Nachbar

Reduktionsregeln

End-Fold

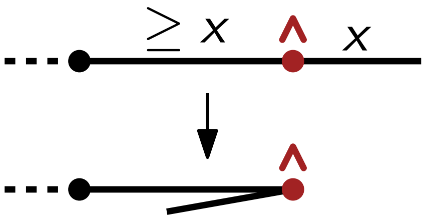


- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner ($\leq$) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten

Reductionsregeln

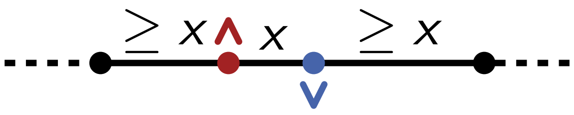
End-Fold

- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner ($\leq$) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten



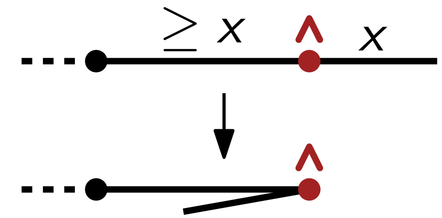
Crimp

- Bedingung: inneres Stück mit einem Berg- und einem Tal-Knoten und größeren Nachbarn



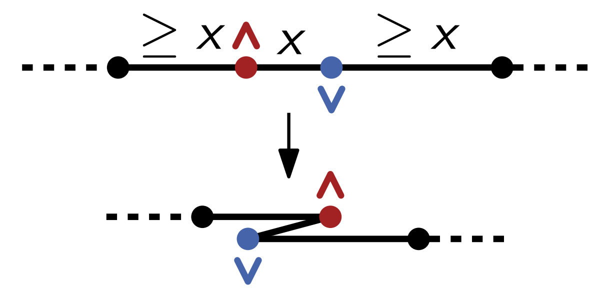
Reductionsregeln

End-Fold



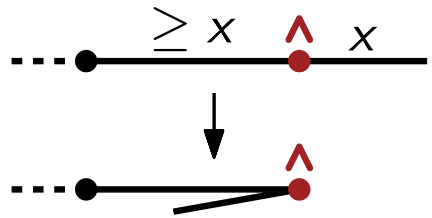
- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner ($\leq$) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten

Crimp



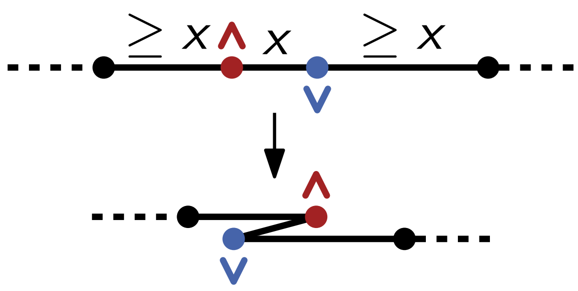
- Bedingung: inneres Stück mit einem Berg- und einem Tal-Knoten und größeren Nachbarn
- Reduktion: falte beide anliegenden Knoten

Reduktionsregeln



End-Fold

- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner ($\leq$) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten



Crimp

- Bedingung: inneres Stück mit einem Berg- und einem Tal-Knoten und größeren Nachbarn
- Reduktion: falte beide anliegenden Knoten

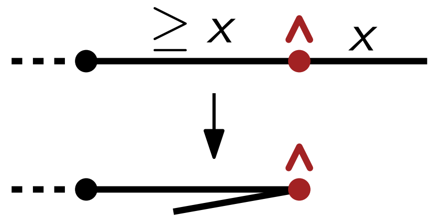
Lemma **(Safety first!)**

Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.

(Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

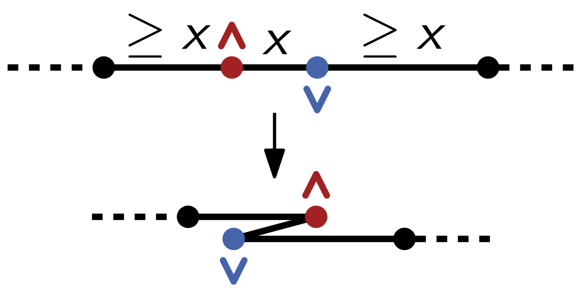
Reduktionsregeln

End-Fold



- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner ($\leq$) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten

Crimp



- Bedingung: inneres Stück mit einem Berg- und einem Tal-Knoten und größeren Nachbarn
- Reduktion: falte beide anliegenden Knoten

Lemma **(Safety first!)**
Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.
(Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

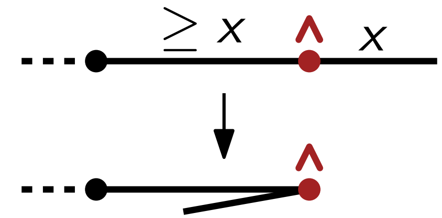
Beweis

- **End-Fold:** offensichtlich

Reduktionsregeln

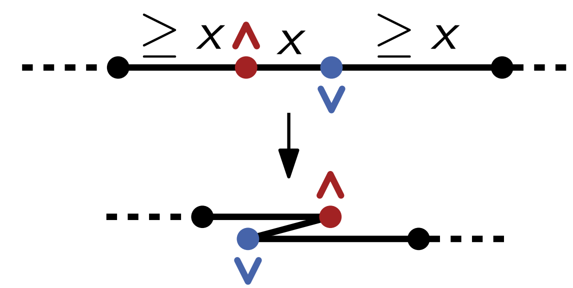
End-Fold

- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner ($\leq$) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten



Crimp

- Bedingung: inneres Stück mit einem Berg- und einem Tal-Knoten und größeren Nachbarn
- Reduktion: falte beide anliegenden Knoten



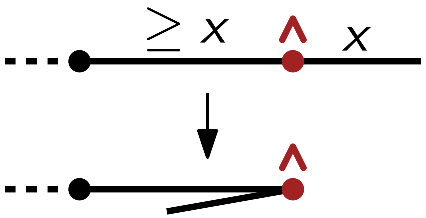
> **Lemma** **(Safety first!)**
> Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.
> (Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

Beweis

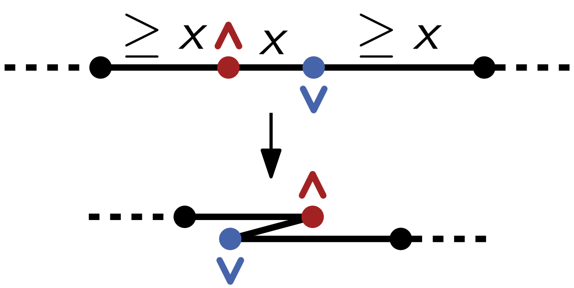
- **End-Fold:** offensichtlich
- **Crimp:** Beweis durch Bild

Reductionsregeln

End-Fold
- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner ($\leq$) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten

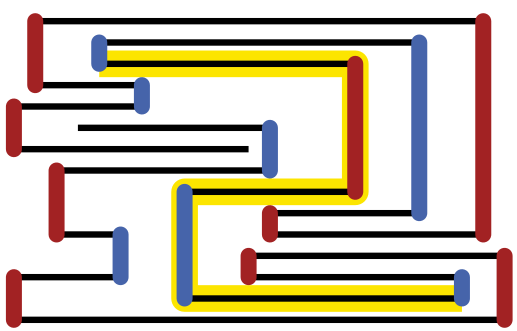


Crimp
- Bedingung: inneres Stück mit einem Berg- und einem Tal-Knoten und größeren Nachbarn
- Reduktion: falte beide anliegenden Knoten



Lemma **(Safety first!)**
Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.
(Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

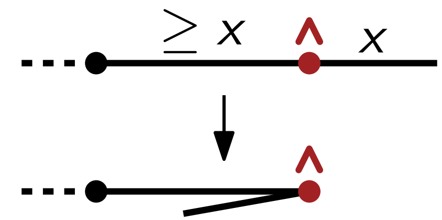
Beweis
- **End-Fold:** offensichtlich
- **Crimp:** Beweis durch Bild



Reduktionsregeln

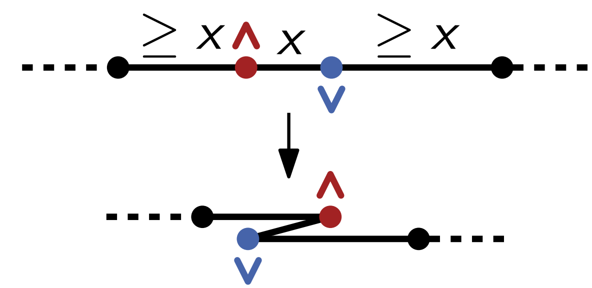
End-Fold

- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner ($\leq$) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten



Crimp

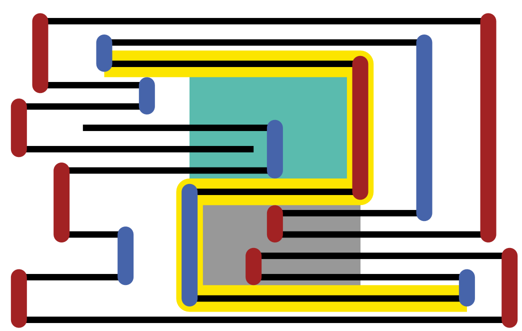
- Bedingung: inneres Stück mit einem Berg- und einem Tal-Knoten und größeren Nachbarn
- Reduktion: falte beide anliegenden Knoten



> **Lemma** **(Safety first!)**
> Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.
> (Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

Beweis

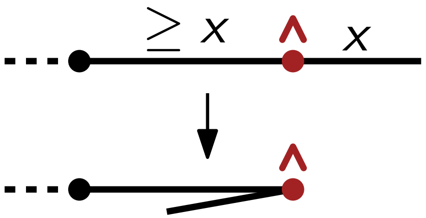
- **End-Fold:** offensichtlich
- **Crimp:** Beweis durch Bild



Reduktionsregeln

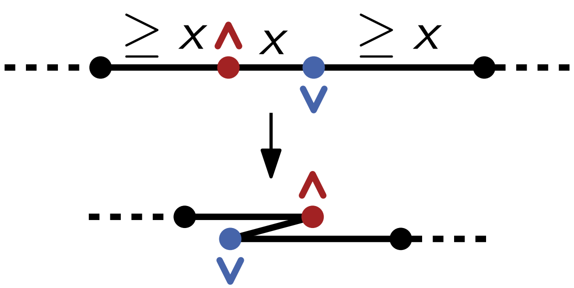
End-Fold

- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner ($\leq$) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten



Crimp

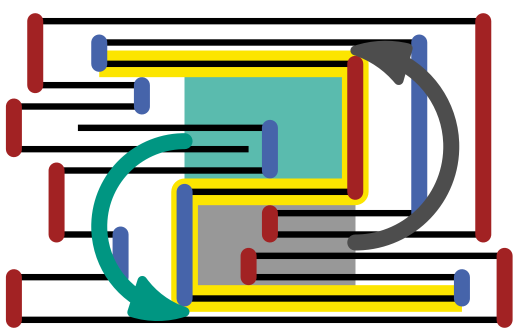
- Bedingung: inneres Stück mit einem Berg- und einem Tal-Knoten und größeren Nachbarn
- Reduktion: falte beide anliegenden Knoten



> **Lemma** **(Safety first!)**
> Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.
> (Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

Beweis

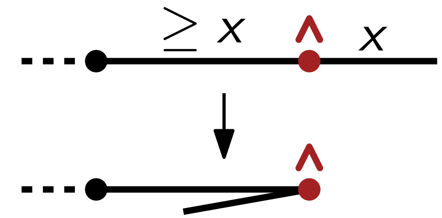
- **End-Fold:** offensichtlich
- **Crimp:** Beweis durch Bild



Reduktionsregeln

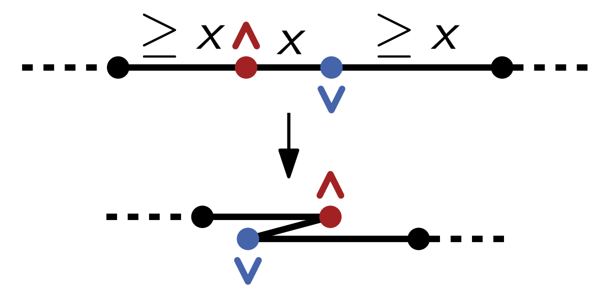
End-Fold

- Bed.: erstes/letztes Stück kleiner ($\leq$) als der Nachbar
- Reduktion: falte ersten/letzten Knoten



Crimp

- Bedingung: inneres Stück mit einem Berg- und einem Tal-Knoten und größeren Nachbarn
- Reduktion: falte beide anliegenden Knoten



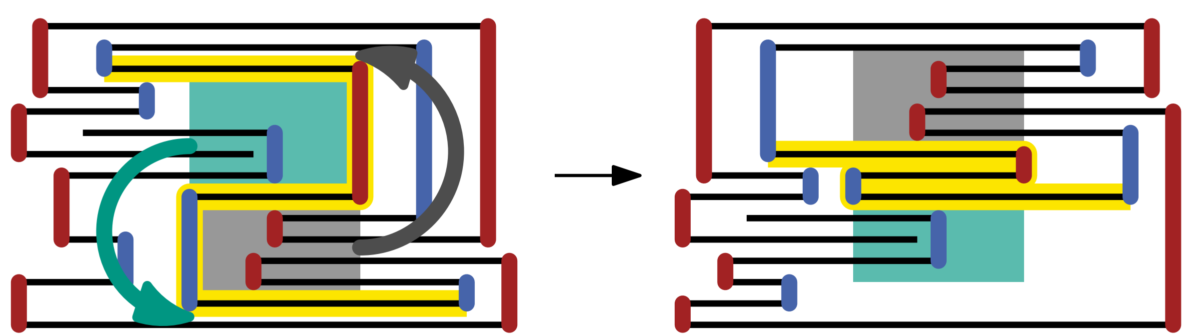
Lemma **(Safety first!)**

Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.

(Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

Beweis

- **End-Fold:** offensichtlich
- **Crimp:** Beweis durch Bild

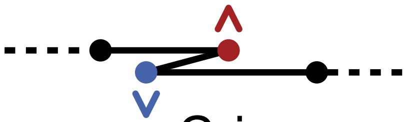


Reductionen bis zum Schluss

Theorem **(faltbar $\Rightarrow$ Reduktion)**
Berg/Tal-Muster flach faltbar $\Rightarrow$ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Reductionen bis zum Schluss

Theorem **(faltbar ⇒ Reduktion)**
Berg/Tal-Muster flach faltbar ⇒ es gibt ein End-Fold oder Crimp.



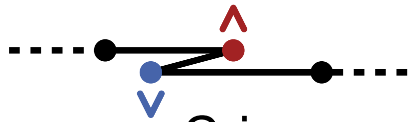
Crimp

Beweisplan

- kurze Stücke mit einem Berg- und einem Tal-Knoten sind gut

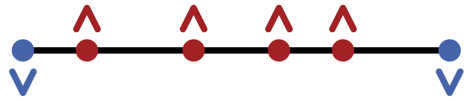
Reductionen bis zum Schluss

Theorem **(faltbar ⇒ Reduktion)**
Berg/Tal-Muster flach faltbar ⇒ es gibt ein End-Fold oder Crimp.



Beweisplan

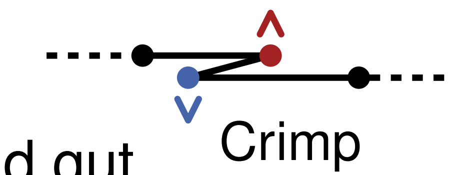
- kurze Stücke mit einem Berg- und einem Tal-Knoten sind gut
- betrachte inklusions-maximales Sequenz, mit nur Berg- bzw. nur Tal-Knoten



Reduktionen bis zum Schluss

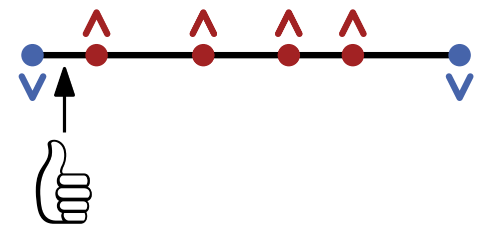
Theorem **(faltbar ⇒ Reduktion)**

Berg/Tal-Muster flach faltbar ⇒ es gibt ein End-Fold oder Crimp.



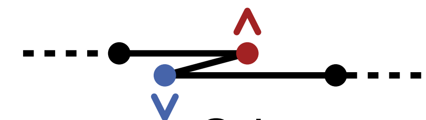
Beweisplan

- kurze Stücke mit einem Berg- und einem Tal-Knoten sind gut
- betrachte inklusions-maximales Sequenz, mit nur Berg- bzw. nur Tal-Knoten
- links-kurz: erstes Stück ist kürzer als zweites



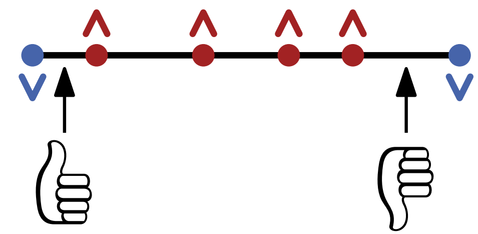
Reduktionen bis zum Schluss

Theorem **(faltbar ⇒ Reduktion)**
Berg/Tal-Muster flach faltbar ⇒ es gibt ein End-Fold oder Crimp.


Crimp

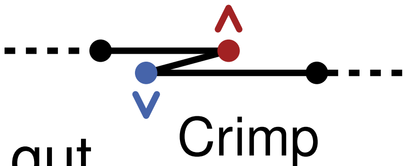
Beweisplan

- kurze Stücke mit einem Berg- und einem Tal-Knoten sind gut
- betrachte inklusions-maximales Sequenz,
  mit nur Berg- bzw. nur Tal-Knoten
- links-kurz: erstes Stück ist kürzer als zweites
- rechts-kurz: letztes Stück ist kürzer als vorletztes



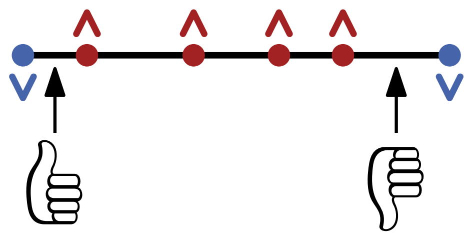
Reduktionen bis zum Schluss

Theorem **(faltbar ⇒ Reduktion)**
Berg/Tal-Muster flach faltbar ⇒ es gibt ein End-Fold oder Crimp.



Beweisplan

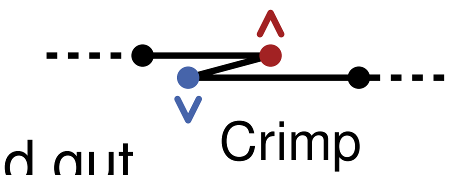
- kurze Stücke mit einem Berg- und einem Tal-Knoten sind gut
- betrachte inklusions-maximales Sequenz, mit nur Berg- bzw. nur Tal-Knoten
- links-kurz: erstes Stück ist kürzer als zweites
- rechts-kurz: letztes Stück ist kürzer als vorletztes



Lemma **(faltbar ⇒ kurze Grenzkanten)**
Flach faltbar ⇒ jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz.

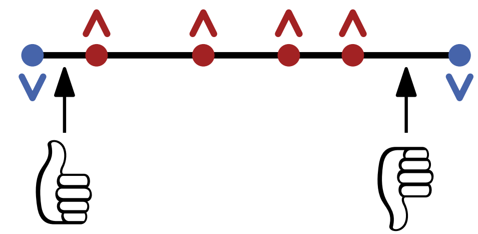
Reduktionen bis zum Schluss

Theorem **(faltbar ⇒ Reduktion)**
Berg/Tal-Muster flach faltbar ⇒ es gibt ein End-Fold oder Crimp.



Beweisplan

- kurze Stücke mit einem Berg- und einem Tal-Knoten sind gut
- betrachte inklusions-maximales Sequenz, mit nur Berg- bzw. nur Tal-Knoten
- links-kurz: erstes Stück ist kürzer als zweites
- rechts-kurz: letztes Stück ist kürzer als vorletztes



Lemma **(faltbar ⇒ kurze Grenzkanten)**
Flach faltbar ⇒ jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz.

Lemma **(kurze Grenzkanten ⇒ Reduktion)**
Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz ⇒ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Kurze Kanten überall

Lemma **(faltbar $\Rightarrow$ kurze Grenzkanten)**
Flach faltbar $\Rightarrow$ jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz.

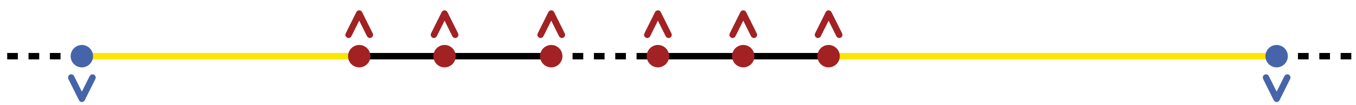
Beweis

Kurze Kanten überall

Lemma **(faltbar $\Rightarrow$ kurze Grenzkanten)**
Flach faltbar $\Rightarrow$ jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz.

Beweis

- betrachte maximale Sequenz, die weder links- noch rechts-kurz ist

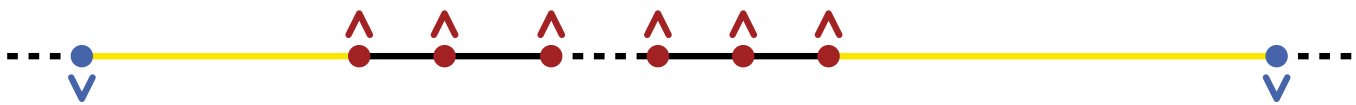


Kurze Kanten überall

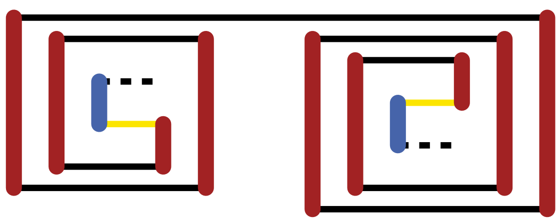
Lemma **(faltbar ⇒ kurze Grenzkanten)**
Flach faltbar ⇒ jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz.

Beweis

- betrachte maximale Sequenz, die weder links- noch rechts-kurz ist



- wir kommen aus der Spirale nicht mehr raus

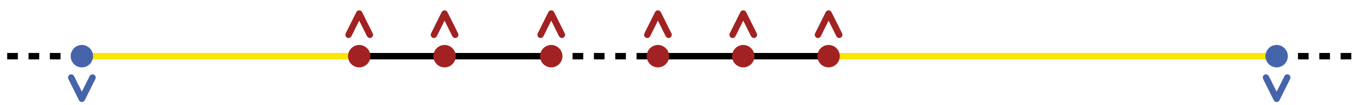


Kurze Kanten überall

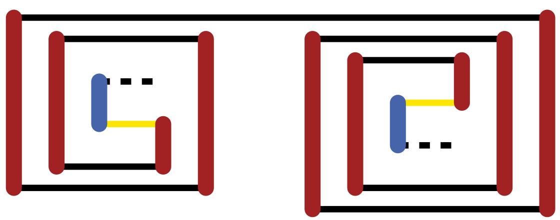
Lemma **(faltbar ⇒ kurze Grenzkanten)**
Flach faltbar ⇒ jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz.

Beweis

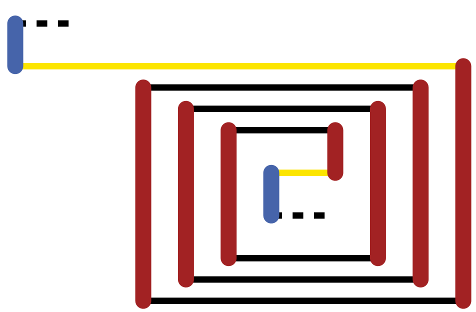
- betrachte maximale Sequenz, die weder links- noch rechts-kurz ist



- wir kommen aus der Spirale nicht mehr raus



- Sequenz ist links- oder rechts-kurz (und eines der beiden reicht auch)



Eine Reduktion geht immer

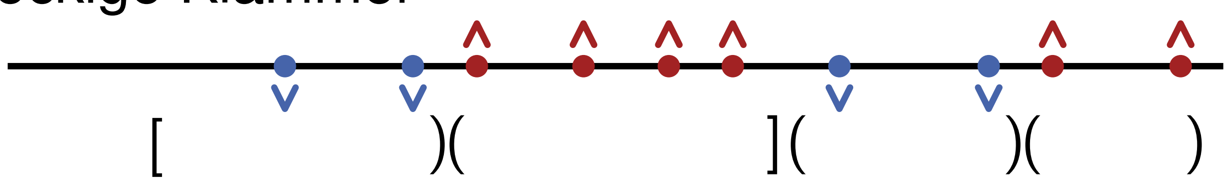
Lemma **(kurze Grenzkanten $\Rightarrow$ Reduktion)**
Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz $\Rightarrow$ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Eine Reduktion geht immer

Lemma **(kurze Grenzkanten ⇒ Reduktion)**
Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz ⇒ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
  - Anfang: Klammer auf
  - Ende: Klammer zu
  - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
  - nicht kurz: eckige Klammer
- Beispiel:

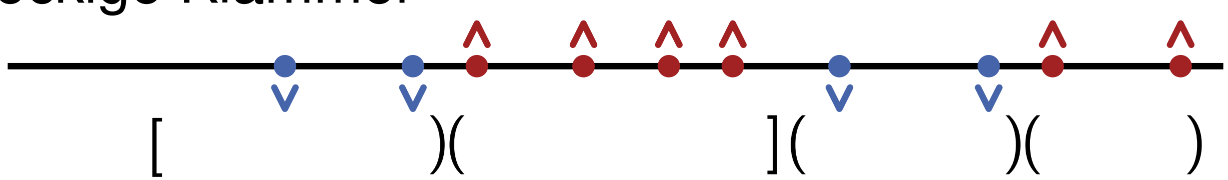


Eine Reduktion geht immer

Lemma **(kurze Grenzkanten $\Rightarrow$ Reduktion)**
Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz $\Rightarrow$ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
  - Anfang: Klammer auf
  - Ende: Klammer zu
  - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
  - nicht kurz: eckige Klammer
- Beispiel:



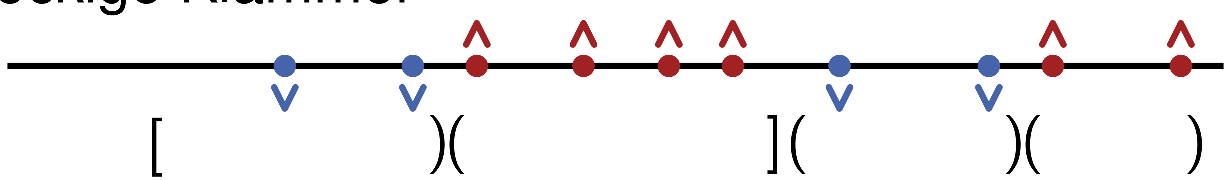
- „(“ am Anfang
  $\Rightarrow$ End-Fold

Eine Reduktion geht immer

Lemma **(kurze Grenzkanten $\Rightarrow$ Reduktion)**
Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz $\Rightarrow$ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
  - Anfang: Klammer auf
  - Ende: Klammer zu
  - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
  - nicht kurz: eckige Klammer
- Beispiel:



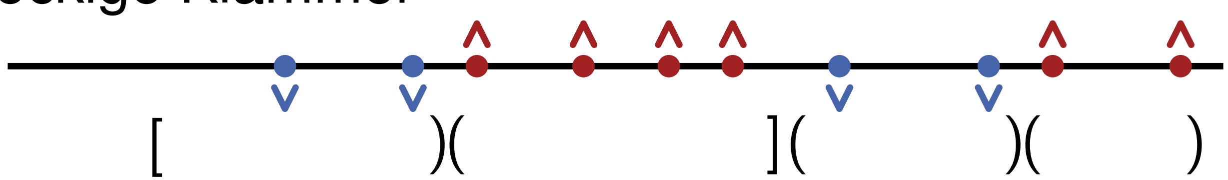
- „(“ am Anfang
  $\Rightarrow$ End-Fold
- „)“ am Ende
  $\Rightarrow$ End-Fold

Eine Reduktion geht immer

Lemma **(kurze Grenzkanten ⇒ Reduktion)**
Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz ⇒ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
  - Anfang: Klammer auf
  - Ende: Klammer zu
  - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
  - nicht kurz: eckige Klammer
- Beispiel:



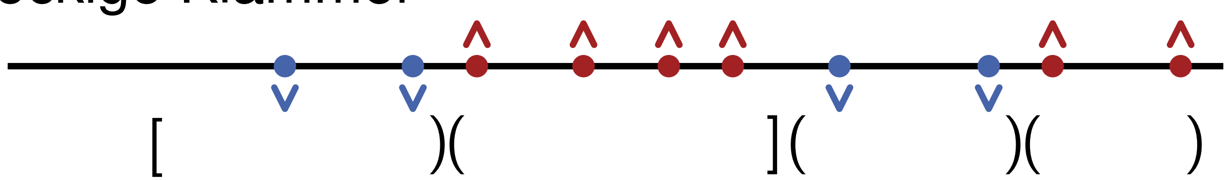
- „(“ am Anfang
  ⇒ End-Fold
- „)“ am Ende
  ⇒ End-Fold
- „)(“ ⇒ Crimp

Eine Reduktion geht immer

Lemma **(kurze Grenzkanten ⇒ Reduktion)**
Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz ⇒ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
  - Anfang: Klammer auf
  - Ende: Klammer zu
  - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
  - nicht kurz: eckige Klammer
- Beispiel:



- „(“ am Anfang ⇒ End-Fold
- „)“ am Ende ⇒ End-Fold
- „)(“ ⇒ Crimp

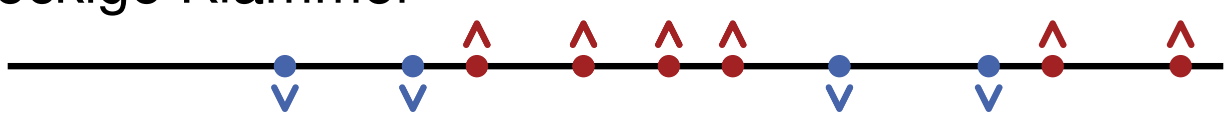
Was erhält man, wenn keine Reduktion möglich ist?

Eine Reduktion geht immer

Lemma **(kurze Grenzkanten ⇒ Reduktion)**
Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz ⇒ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
  - Anfang: Klammer auf
  - Ende: Klammer zu
  - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
  - nicht kurz: eckige Klammer
- Beispiel:



[ )( ]( )( )

- „(“ am Anfang ⇒ End-Fold
- „)“ am Ende ⇒ End-Fold
- „)(“ ⇒ Crimp

Was erhält man, wenn keine Reduktion möglich ist?

[

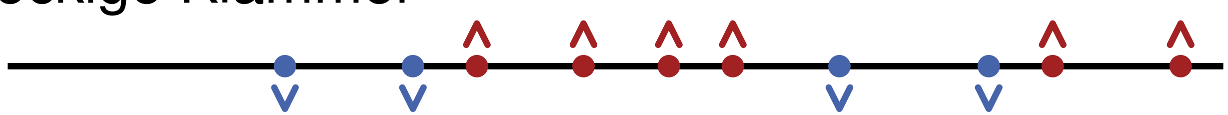
kein End-Fold

Eine Reduktion geht immer

Lemma **(kurze Grenzkanten ⇒ Reduktion)**
Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz ⇒ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
  - Anfang: Klammer auf
  - Ende: Klammer zu
  - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
  - nicht kurz: eckige Klammer
- Beispiel:



[ )( ]( )( )

- „(“ am Anfang ⇒ End-Fold
- „)“ am Ende ⇒ End-Fold
- „)(“ ⇒ Crimp

Was erhält man, wenn keine Reduktion möglich ist?

[ )

kein End-Fold

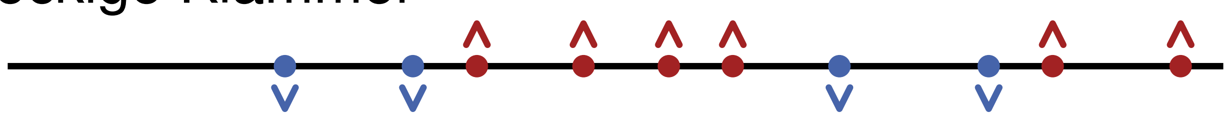
auf einer Seite kurz

Eine Reduktion geht immer

Lemma **(kurze Grenzkanten ⇒ Reduktion)**
Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz ⇒ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

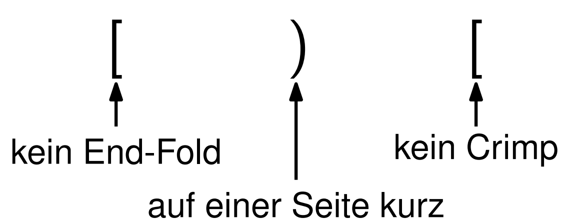
- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
  - Anfang: Klammer auf
  - Ende: Klammer zu
  - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
  - nicht kurz: eckige Klammer
- Beispiel:



[ )( ]( )( )

- „(“ am Anfang ⇒ End-Fold
- „)“ am Ende ⇒ End-Fold
- „)(“ ⇒ Crimp

Was erhält man, wenn keine Reduktion möglich ist?

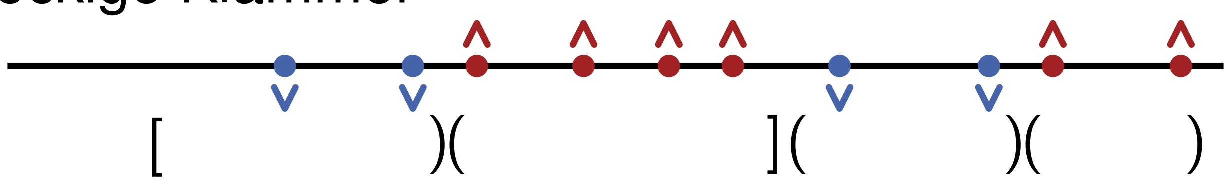


Eine Reduktion geht immer

Lemma **(kurze Grenzkanten ⇒ Reduktion)**
Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz ⇒ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

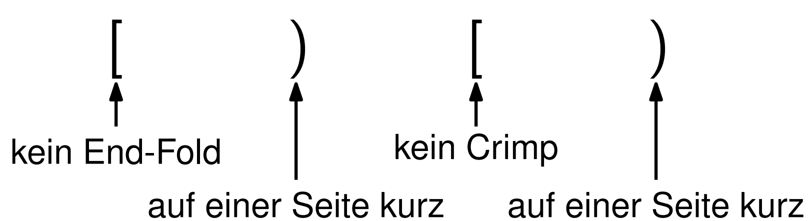
Beweis

- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
  - Anfang: Klammer auf
  - Ende: Klammer zu
  - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
  - nicht kurz: eckige Klammer
- Beispiel:



- „(“ am Anfang ⇒ End-Fold
- „)“ am Ende ⇒ End-Fold
- „)(“ ⇒ Crimp

Was erhält man, wenn keine Reduktion möglich ist?

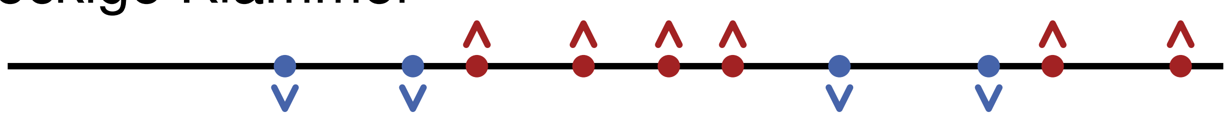


Eine Reduktion geht immer

Lemma **(kurze Grenzkanten ⇒ Reduktion)**
Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz ⇒ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
  - Anfang: Klammer auf
  - Ende: Klammer zu
  - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
  - nicht kurz: eckige Klammer
- Beispiel:



[ )( ]( )( )

- „(“ am Anfang ⇒ End-Fold
- „)“ am Ende ⇒ End-Fold
- „)(“ ⇒ Crimp

Was erhält man, wenn keine Reduktion möglich ist?

[ ) [ ) [

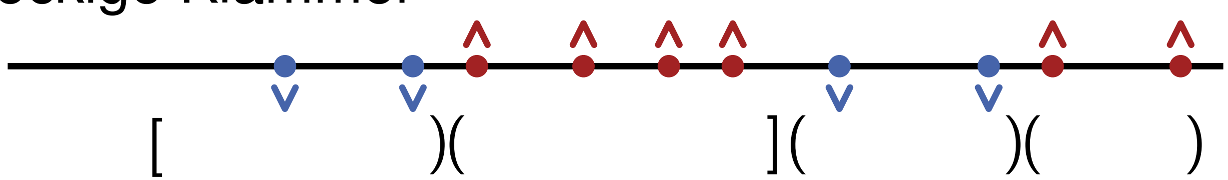
kein End-Fold
auf einer Seite kurz
kein Crimp
auf einer Seite kurz
kein Crimp

Eine Reduktion geht immer

Lemma **(kurze Grenzkanten ⇒ Reduktion)**
Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz ⇒ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

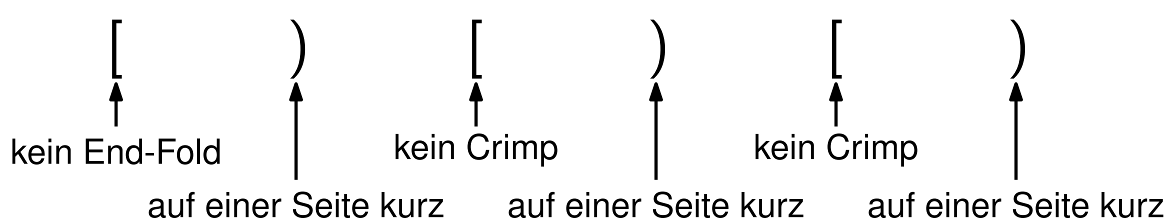
Beweis

- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
  - Anfang: Klammer auf
  - Ende: Klammer zu
  - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
  - nicht kurz: eckige Klammer
- Beispiel:



- „(“ am Anfang ⇒ End-Fold
- „)“ am Ende ⇒ End-Fold
- „)(“ ⇒ Crimp

Was erhält man, wenn keine Reduktion möglich ist?

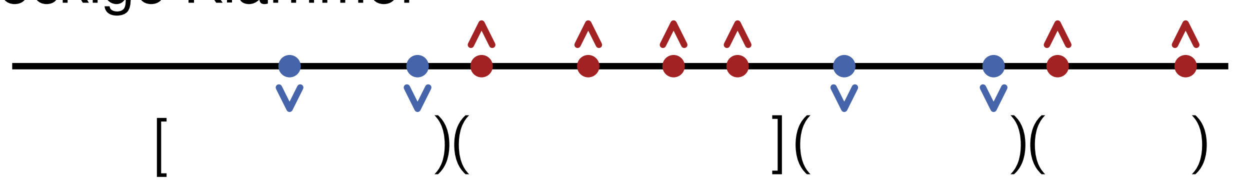


Eine Reduktion geht immer

Lemma **(kurze Grenzkanten ⇒ Reduktion)**
Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz ⇒ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

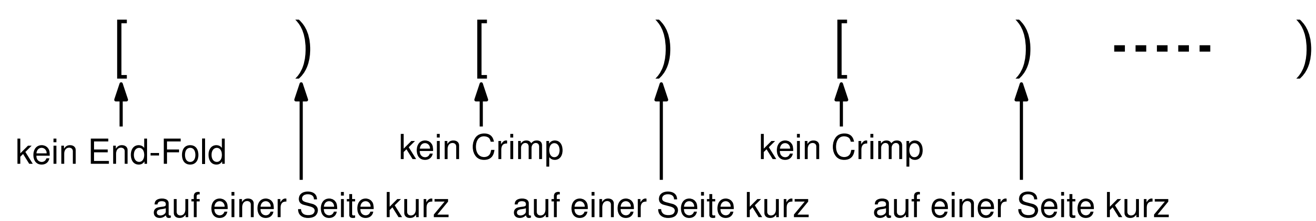
Beweis

- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
  - Anfang: Klammer auf
  - Ende: Klammer zu
  - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
  - nicht kurz: eckige Klammer
- Beispiel:



- „(“ am Anfang ⇒ End-Fold
- „)“ am Ende ⇒ End-Fold
- „)(“ ⇒ Crimp

Was erhält man, wenn keine Reduktion möglich ist?

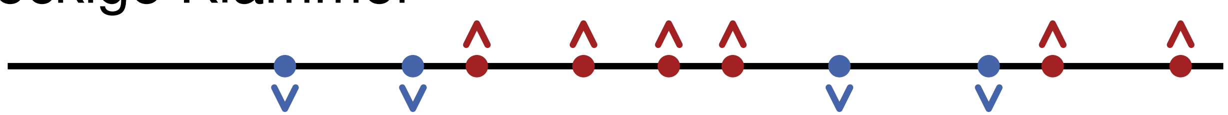


Eine Reduktion geht immer

Lemma **(kurze Grenzkanten ⇒ Reduktion)**
Jede solche maximale Sequenz ist links- oder rechts-kurz ⇒ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Beweis

- beschreibe jede maximale Sequenz durch ein Klammerpaar
  - Anfang: Klammer auf
  - Ende: Klammer zu
  - kurz (auf dieser Seite): runde Klammer
  - nicht kurz: eckige Klammer
- Beispiel:



[ )( ]( )( )

- „(“ am Anfang ⇒ End-Fold
- „)“ am Ende ⇒ End-Fold
- „)(“ ⇒ Crimp

Was erhält man, wenn keine Reduktion möglich ist?

[ ) [ ) [ ) -----)

kein End-Fold — auf einer Seite kurz — kein Crimp — auf einer Seite kurz — kein Crimp — auf einer Seite kurz — End-Fold

Zusammenfassung: 1D Origami

Lemma **(Safety first!)**
Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.
(Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

Theorem **(faltbar $\Rightarrow$ Reduktion)**
Berg/Tal-Muster flach faltbar $\Rightarrow$ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Zusammenfassung: 1D Origami

Lemma **(Safety first!)**
Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.
(Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

Theorem **(faltbar $\Rightarrow$ Reduktion)**
Berg/Tal-Muster flach faltbar $\Rightarrow$ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Algorithmus zur Erkennung flach faltbarer 1D Berg-/Tal-Muster

- solange End-Fold oder Crimp möglich, führe End-Fold oder Crimp aus
- Resultat ist flach gefaltet $\Rightarrow$ flach faltbar
- Resultat ist noch nicht flach gefaltet $\Rightarrow$ nicht flach faltbar

Zusammenfassung: 1D Origami

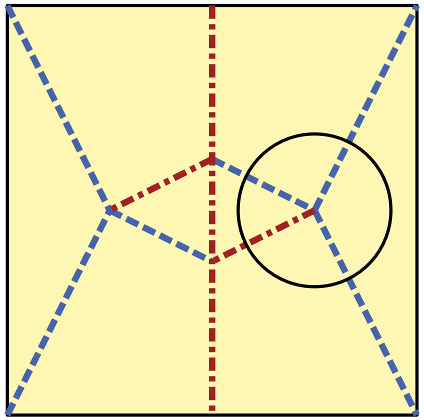
Lemma **(Safety first!)**
Die Reduktionsregeln „End-Fold“ und „Crimp“ sind sicher.
(Wenn ein Berg/Tal-Muster flach faltbar ist, dann ist auch das aus der Anwendung der Reduktionsregel resultierende Berg/Tal-Muster flach faltbar.)

Theorem **(faltbar $\Rightarrow$ Reduktion)**
Berg/Tal-Muster flach faltbar $\Rightarrow$ es gibt ein End-Fold oder Crimp.

Algorithmus zur Erkennung flach faltbarer 1D Berg-/Tal-Muster

- solange End-Fold oder Crimp möglich, führe End-Fold oder Crimp aus
- Resultat ist flach gefaltet $\Rightarrow$ flach faltbar
- Resultat ist noch nicht flach gefaltet $\Rightarrow$ nicht flach faltbar
- Laufzeit: $O(n)$ $\rightarrow$ siehe Übung

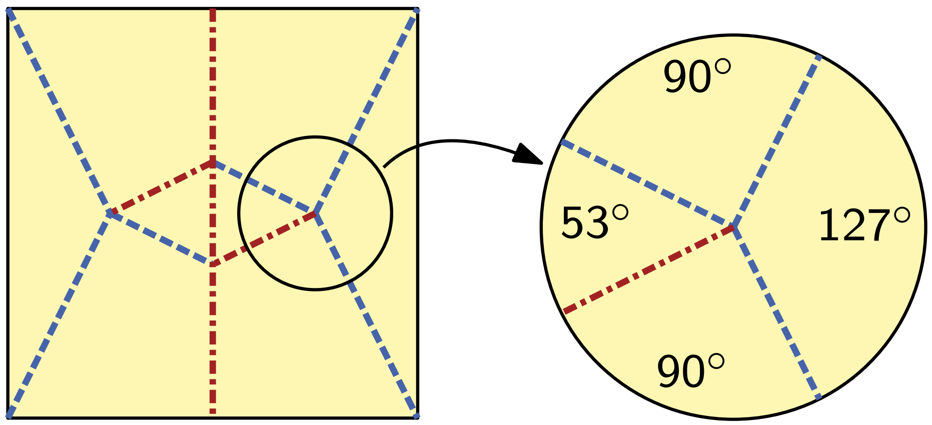
2D Origami (mit einem Knoten)



Notewendige Bedingung

- Berg/Tal-Muster faltbar
  $\Rightarrow$ jeder Knoten lokal faltbar

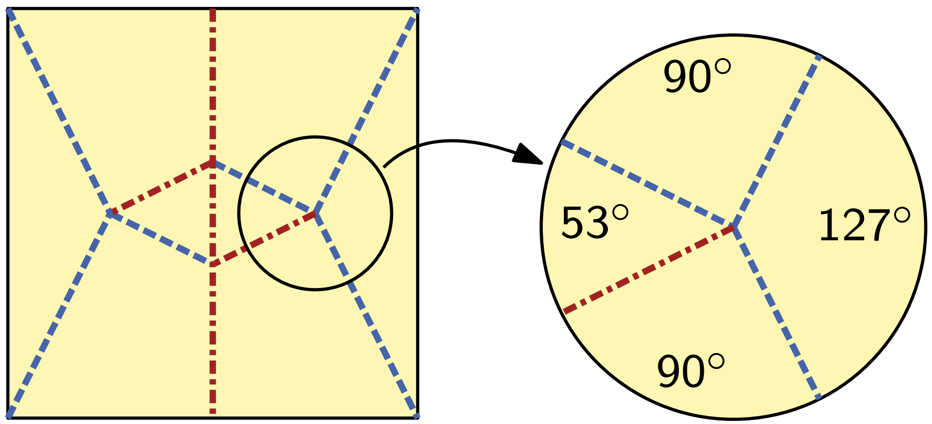
2D Origami (mit einem Knoten)



Notewendige Bedingung

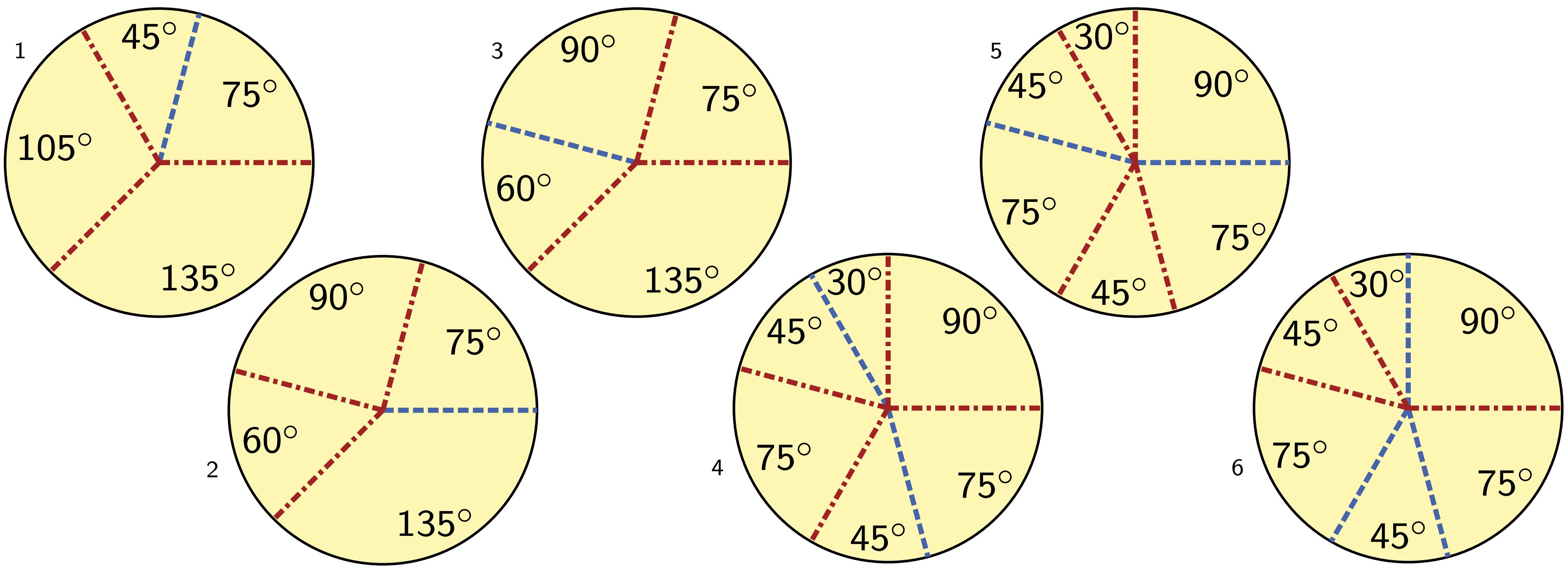
- Berg/Tal-Muster faltbar
  $\Rightarrow$ jeder Knoten lokal faltbar
- Welche 1-Knoten Berg-/Tal-Muster sind flach faltbar?

2D Origami (mit einem Knoten)

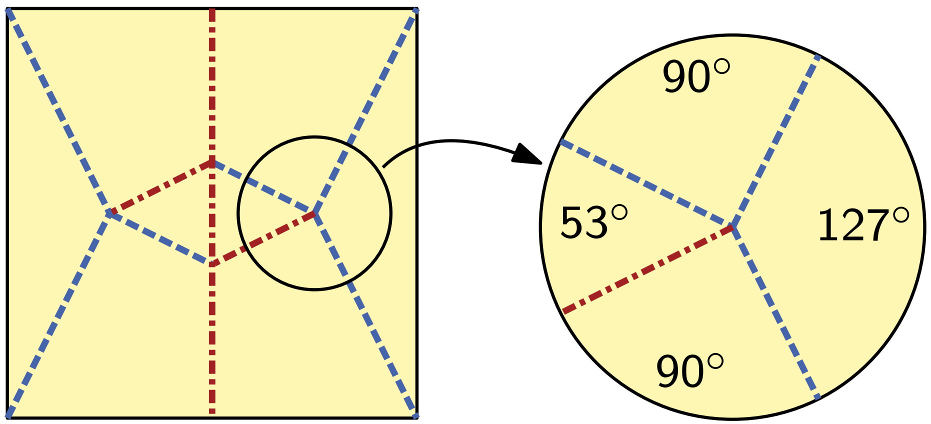


Notewendige Bedingung

- Berg/Tal-Muster faltbar
  $\Rightarrow$ jeder Knoten lokal faltbar
- Welche 1-Knoten Berg-/Tal-Muster sind flach faltbar?

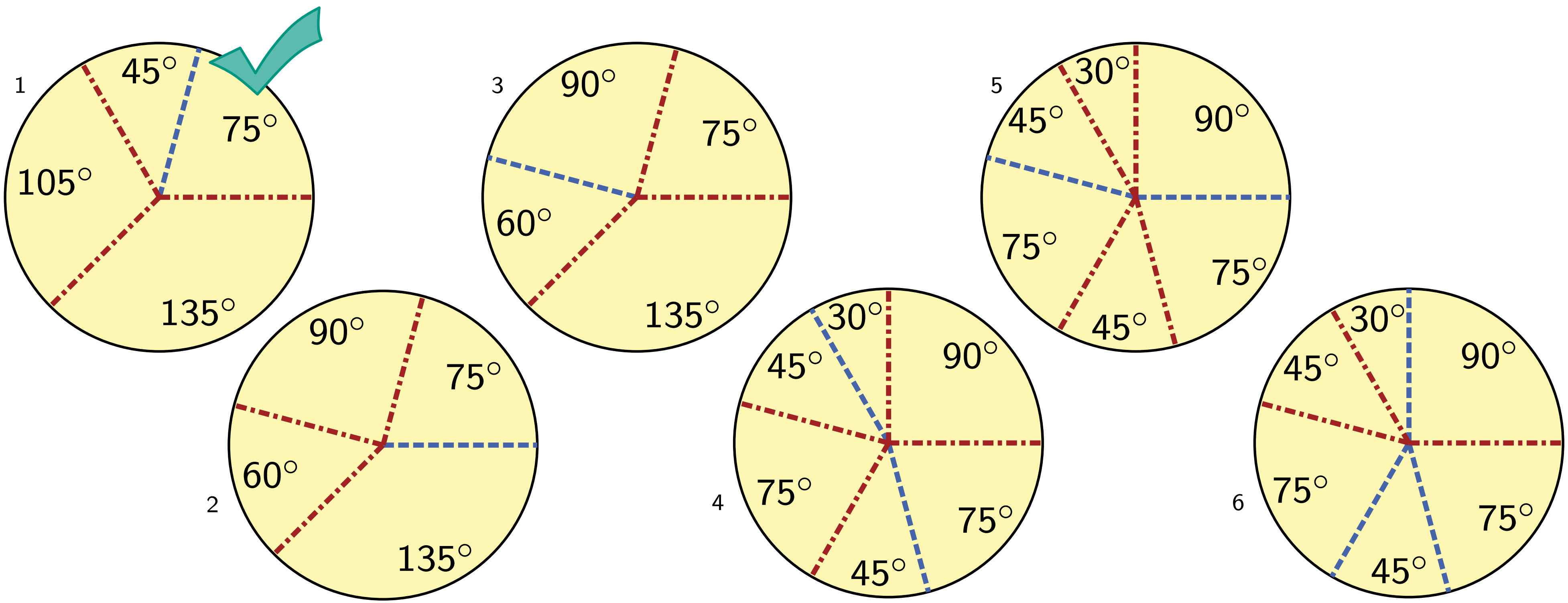


2D Origami (mit einem Knoten)

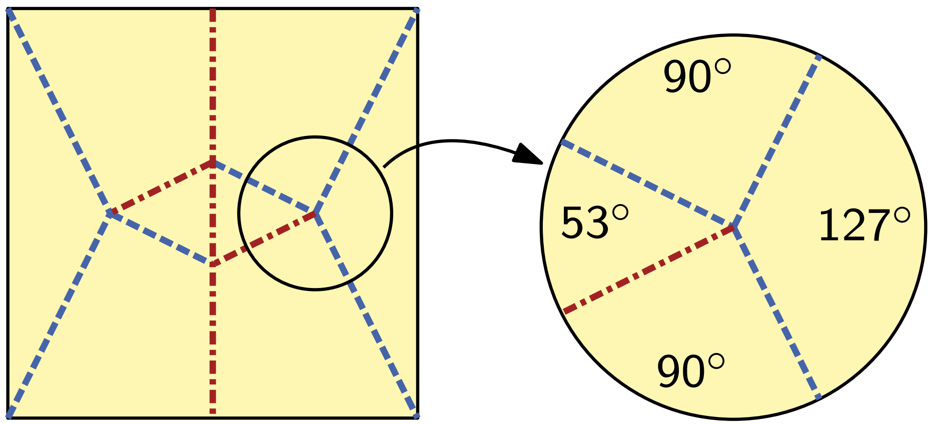


Notewendige Bedingung

- Berg/Tal-Muster faltbar
  $\Rightarrow$ jeder Knoten lokal faltbar
- Welche 1-Knoten Berg-/Tal-Muster sind flach faltbar?

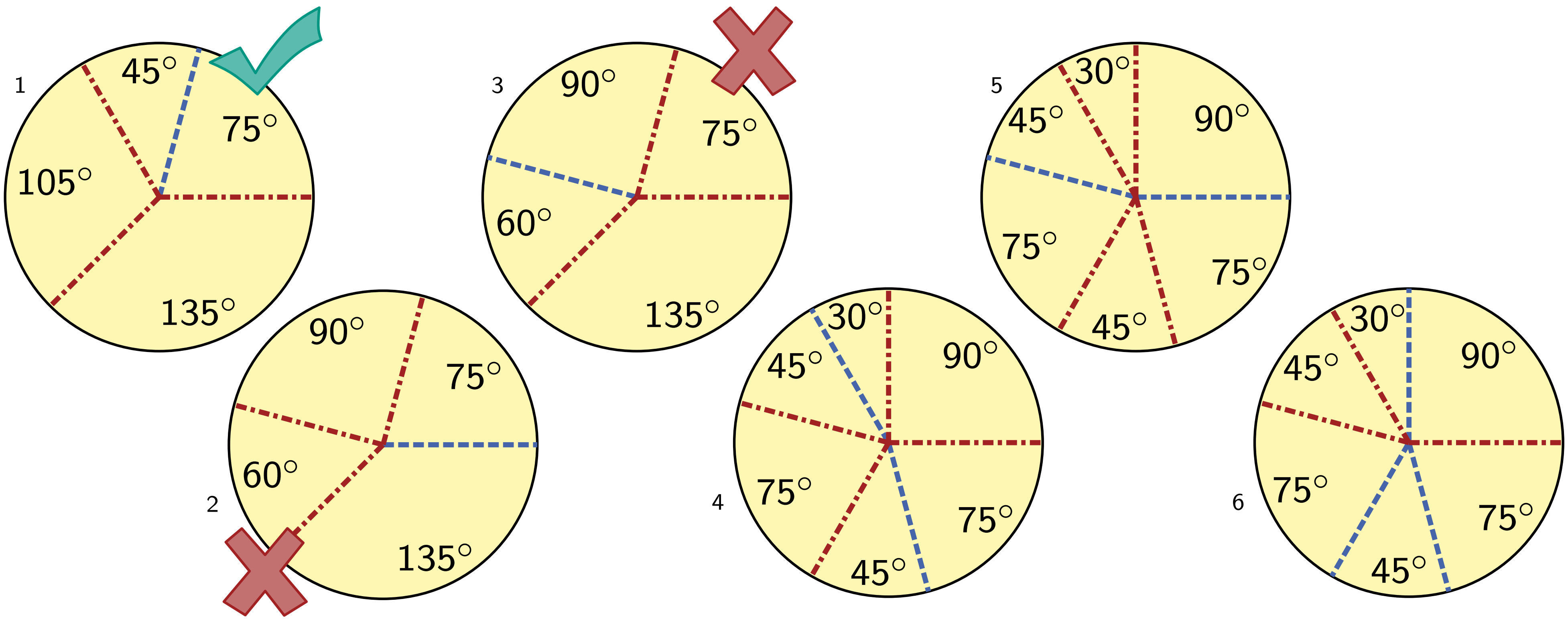


2D Origami (mit einem Knoten)

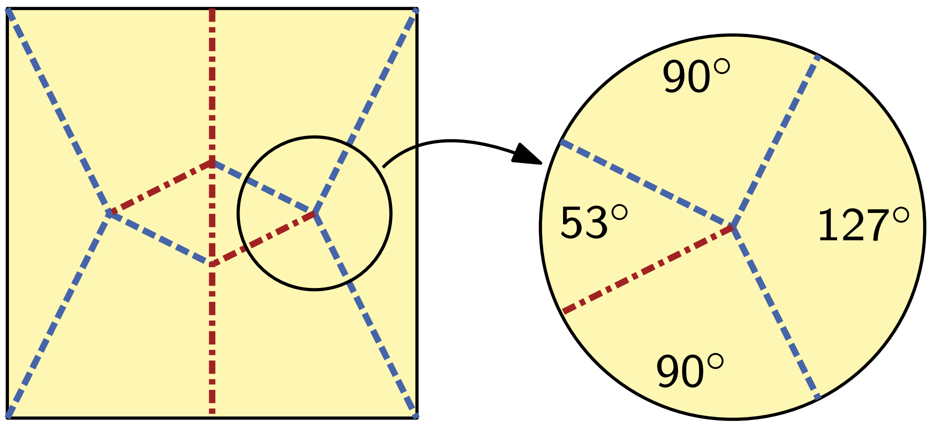


Notewendige Bedingung

- Berg/Tal-Muster faltbar
  $\Rightarrow$ jeder Knoten lokal faltbar
- Welche 1-Knoten Berg-/Tal-Muster sind flach faltbar?

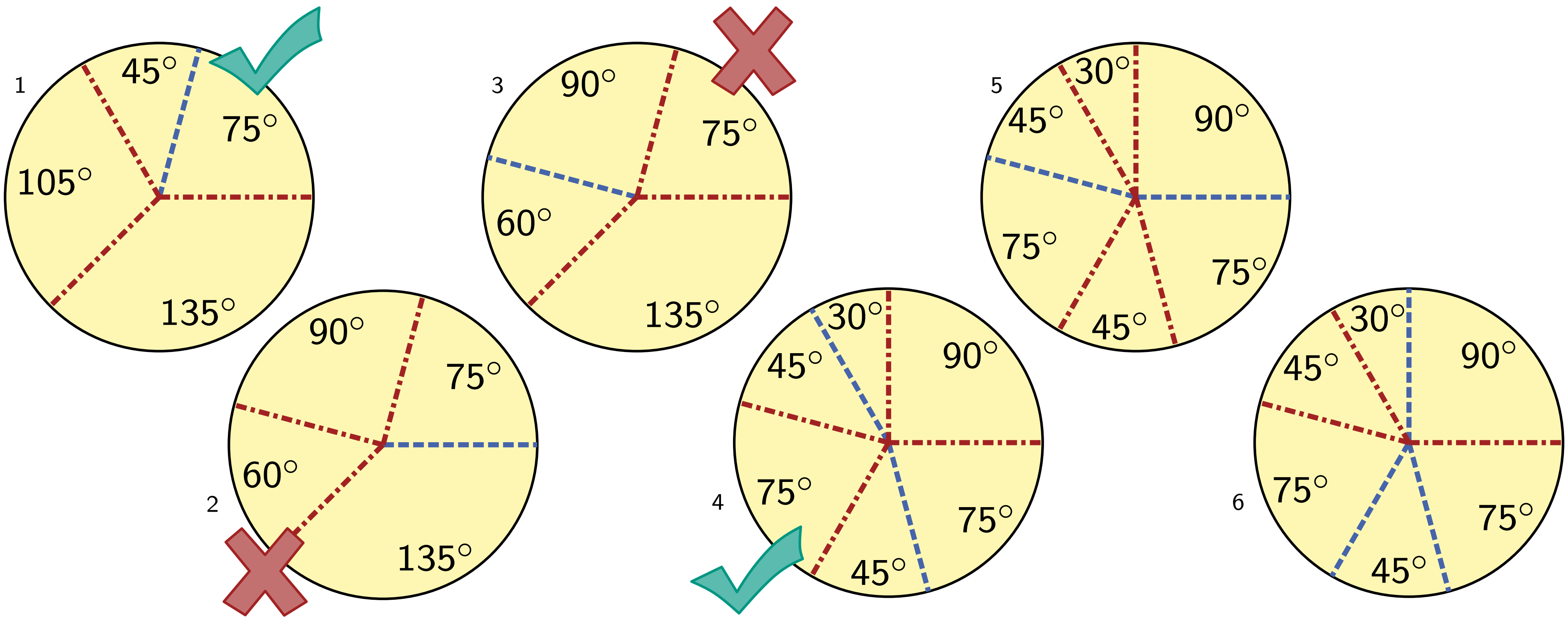


2D Origami (mit einem Knoten)



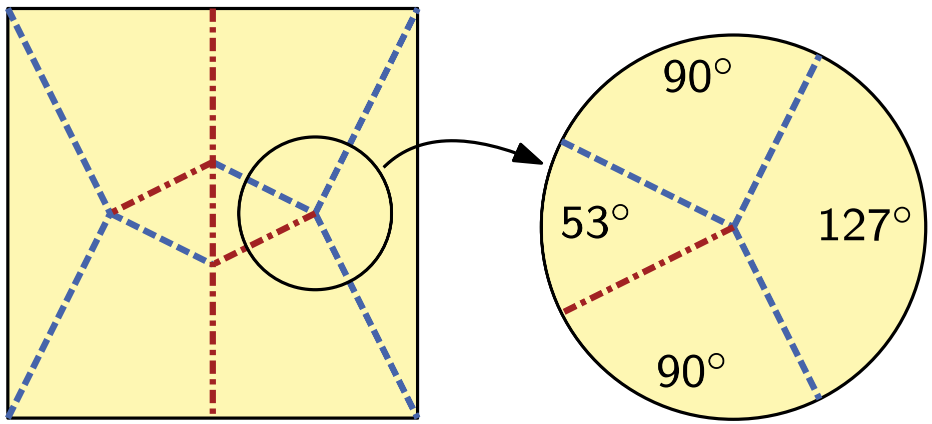
Notewendige Bedingung

- Berg/Tal-Muster faltbar
  $\Rightarrow$ jeder Knoten lokal faltbar
- Welche 1-Knoten Berg-/Tal-Muster sind flach faltbar?



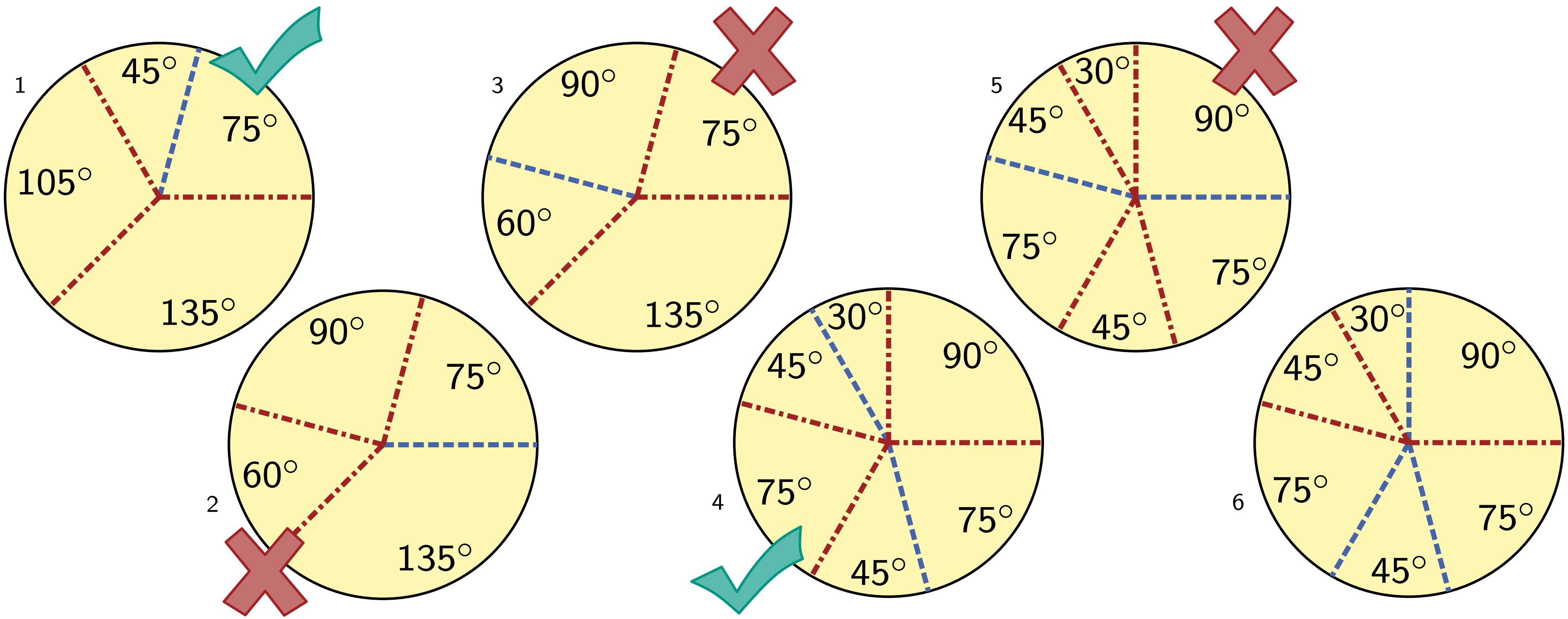
2D Origami (mit einem Knoten)

Karlsruher Institut für Technologie

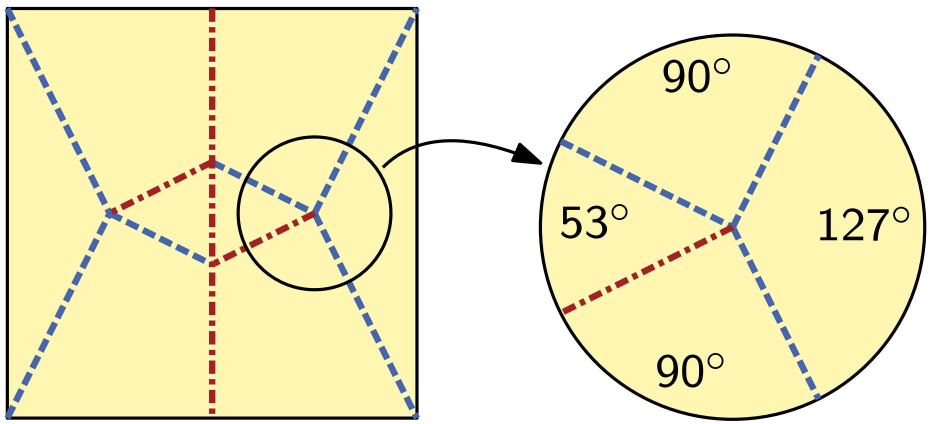


Notewendige Bedingung

- Berg/Tal-Muster faltbar
  $\Rightarrow$ jeder Knoten lokal faltbar
- Welche 1-Knoten Berg-/Tal-Muster sind flach faltbar?

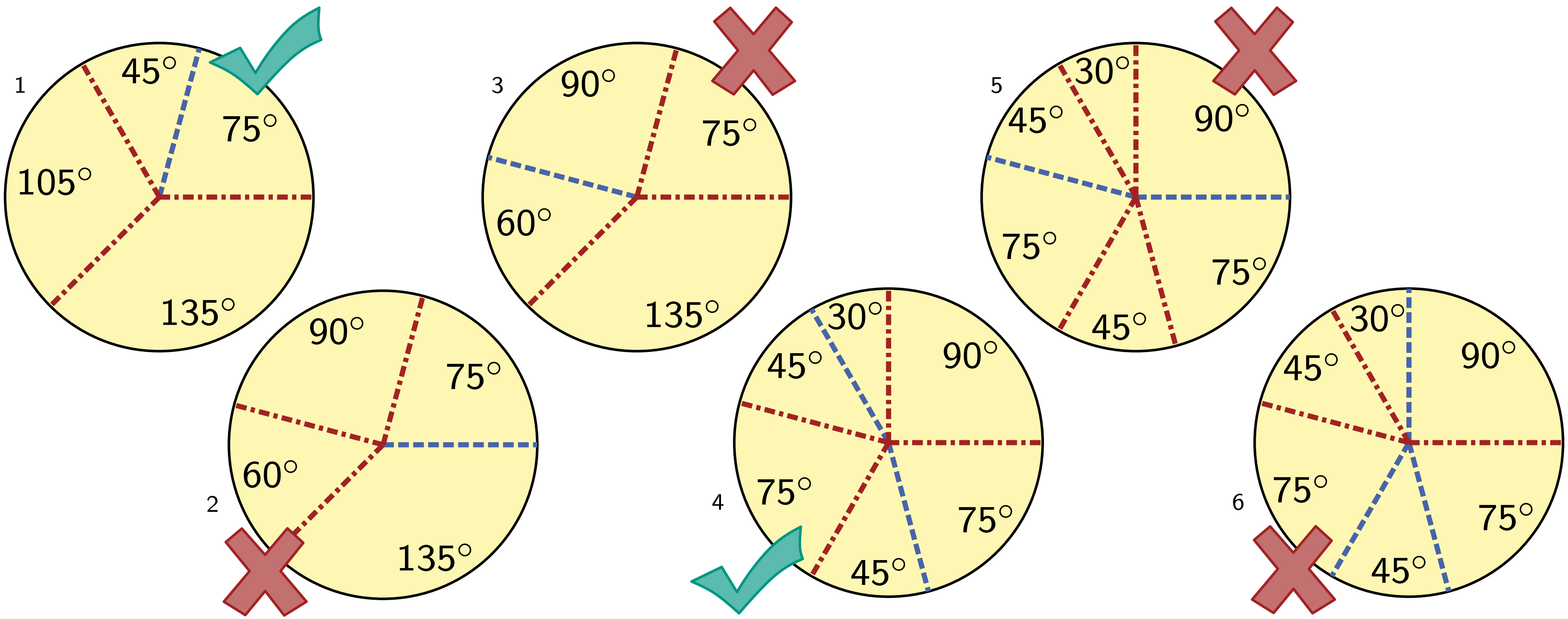


2D Origami (mit einem Knoten)



Notewendige Bedingung

- Berg/Tal-Muster faltbar
  $\Rightarrow$ jeder Knoten lokal faltbar
- Welche 1-Knoten Berg-/Tal-Muster sind flach faltbar?



Faltmuster mit einem Knoten

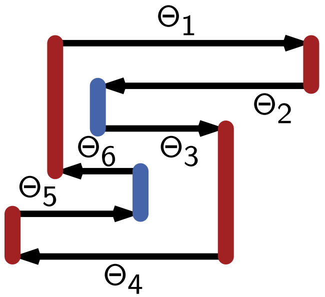
Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \ldots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)

Faltmuster mit einem Knoten

Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \ldots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)

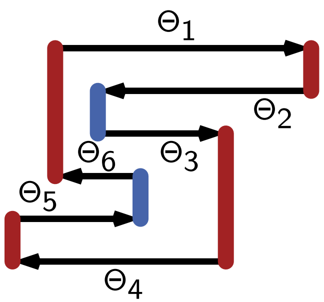


Notewendige Bedingung für das Faltmuster

Faltmuster mit einem Knoten

Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \ldots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)



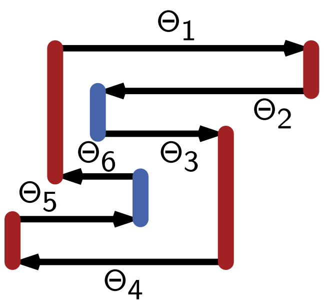
Notewendige Bedingung für das Faltmuster

- Richtung der Kreisbögen alternieren $\Rightarrow$ n ist gerade

Faltmuster mit einem Knoten

Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \ldots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)



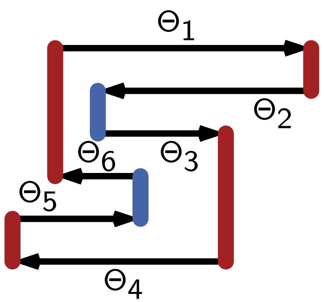
Notewendige Bedingung für das Faltmuster

- Richtung der Kreisbögen alternieren $\Rightarrow$ n ist gerade
- $\Theta_1 + \Theta_3 + \cdots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \cdots + \Theta_n = 180^\circ$

Faltmuster mit einem Knoten

Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \ldots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)



Notewendige Bedingung für das Faltmuster

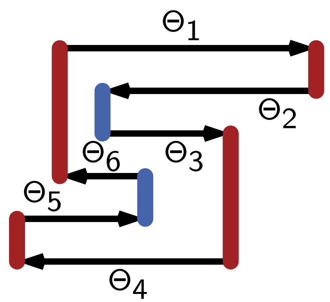
- Richtung der Kreisbögen alternieren $\Rightarrow$ n ist gerade
- $\Theta_1 + \Theta_3 + \cdots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \cdots + \Theta_n = 180^\circ$

Theorem
Ein Faltmuster hat eine flach faltbare Berg/Tal-Zuweisung genau dann, wenn die Summe der geraden und der ungeraden Winkel je 180° ist.

Faltmuster mit einem Knoten

Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \dots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)



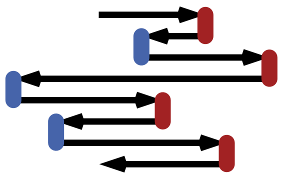
Notewendige Bedingung für das Faltmuster

- Richtung der Kreisbögen alternieren $\Rightarrow$ n ist gerade
- $\Theta_1 + \Theta_3 + \cdots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \cdots + \Theta_n = 180°$

Theorem
Ein Faltmuster hat eine flach faltbare Berg/Tal-Zuweisung genau dann, wenn die Summe der geraden und der ungeraden Winkel je $180°$ ist.

Beweis

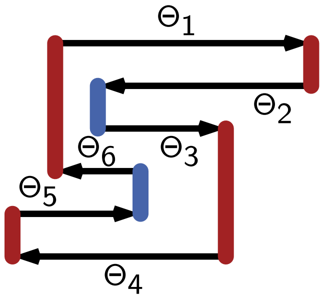
- versuche zunächst Zick-Zack



Faltmuster mit einem Knoten

Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \ldots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)



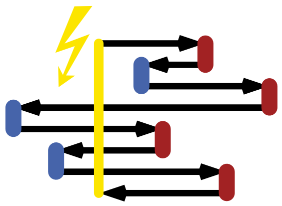
Notewendige Bedingung für das Faltmuster

- Richtung der Kreisbögen alternieren $\Rightarrow$ n ist gerade
- $\Theta_1 + \Theta_3 + \cdots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \cdots + \Theta_n = 180^\circ$

Theorem
Ein Faltmuster hat eine flach faltbare Berg/Tal-Zuweisung genau dann, wenn die Summe der geraden und der ungeraden Winkel je 180° ist.

Beweis

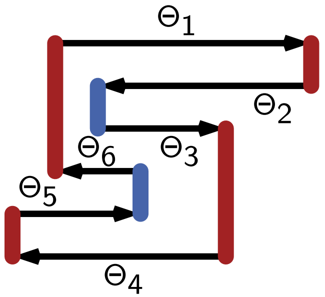
- versuche zunächst Zick-Zack



Faltmuster mit einem Knoten

Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \ldots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)



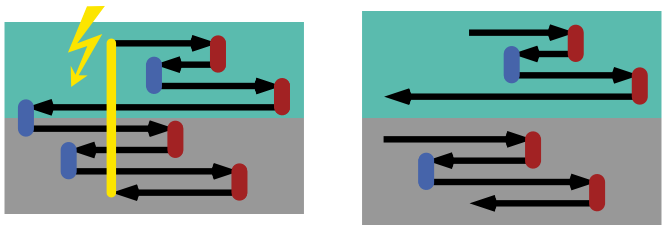
Notewendige Bedingung für das Faltmuster

- Richtung der Kreisbögen alternieren $\Rightarrow$ n ist gerade
- $\Theta_1 + \Theta_3 + \cdots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \cdots + \Theta_n = 180^\circ$

Theorem
Ein Faltmuster hat eine flach faltbare Berg/Tal-Zuweisung genau dann, wenn die Summe der geraden und der ungeraden Winkel je 180° ist.

Beweis

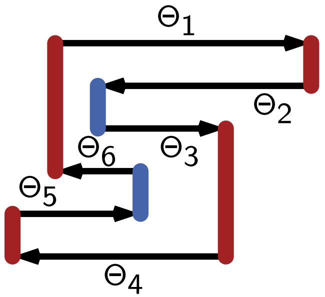
- versuche zunächst Zick-Zack
- zerschneide an linkestem Punkt



Faltmuster mit einem Knoten

Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \dots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)



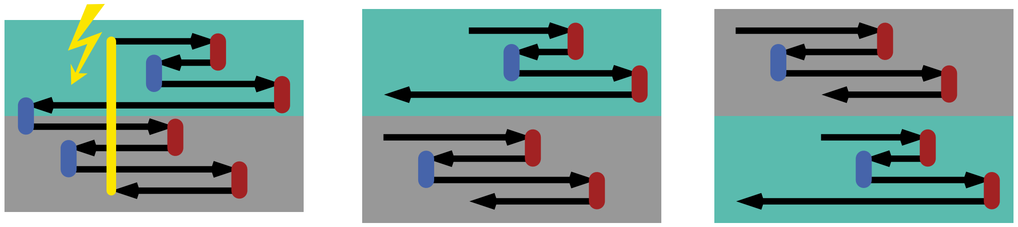
Notewendige Bedingung für das Faltmuster

- Richtung der Kreisbögen alternieren $\Rightarrow$ n ist gerade
- $\Theta_1 + \Theta_3 + \dots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \dots + \Theta_n = 180^\circ$

Theorem
Ein Faltmuster hat eine flach faltbare Berg/Tal-Zuweisung genau dann, wenn die Summe der geraden und der ungeraden Winkel je 180° ist.

Beweis

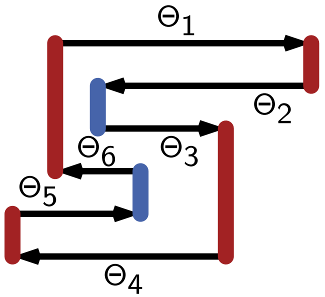
- versuche zunächst Zick-Zack
- zerschneide an linkestem Punkt
- vertausche Reihenfolge



Faltmuster mit einem Knoten

Beobachtungen

- Ähnlichkeit zu 1D-Fall: Sequenz von Winkeln $\Theta_1, \ldots, \Theta_n$
- unser Papier ist jetzt ein Kreis, statt einer Strecke
- nicht jedes Faltmuster ist flach faltbar (im Gegensatz zum 1D-Fall)



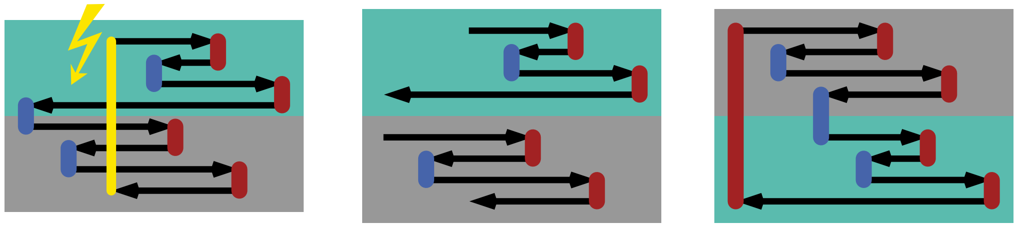
Notewendige Bedingung für das Faltmuster

- Richtung der Kreisbögen alternieren $\Rightarrow$ n ist gerade
- $\Theta_1 + \Theta_3 + \cdots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \cdots + \Theta_n = 180^\circ$

Theorem
Ein Faltmuster hat eine flach faltbare Berg/Tal-Zuweisung genau dann, wenn die Summe der geraden und der ungeraden Winkel je 180° ist.

Beweis

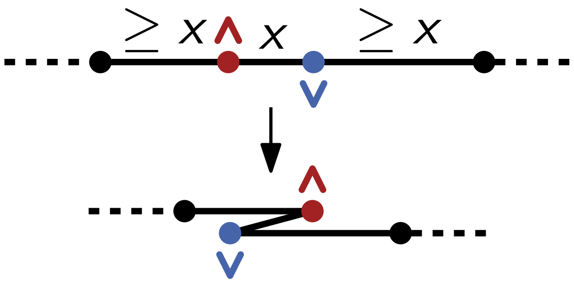
- versuche zunächst Zick-Zack
- zerschneide an linkestem Punkt
- vertausche Reihenfolge
- füge wieder zusammen



Berg/Tal-Muster mit einem Knoten

Sichere Reduktion

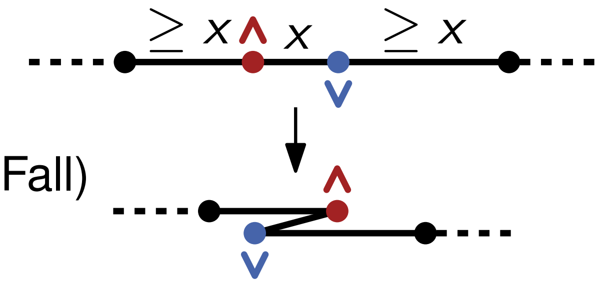
- definiere Crimp wie im 1D-Fall



Berg/Tal-Muster mit einem Knoten

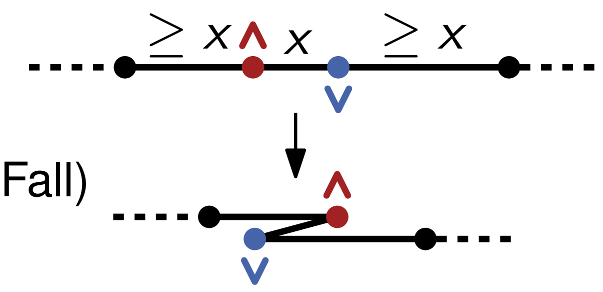
Sichere Reduktion

- definiere Crimp wie im 1D-Fall
- Reduktionsregel ist sicher (selbes Argument wie in 1D-Fall)



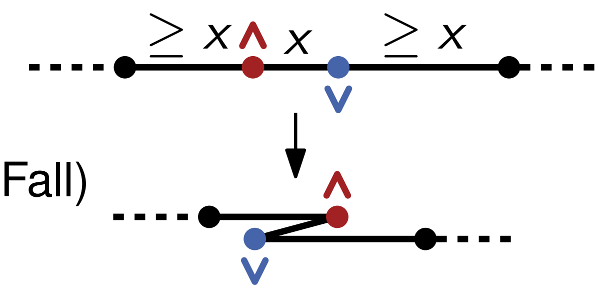
Berg/Tal-Muster mit einem Knoten

Sichere Reduktion



- definiere Crimp wie im 1D-Fall
- Reduktionsregel ist sicher (selbes Argument wie in 1D-Fall)
- End-Folds gibt es natürlich nicht mehr

Berg/Tal-Muster mit einem Knoten



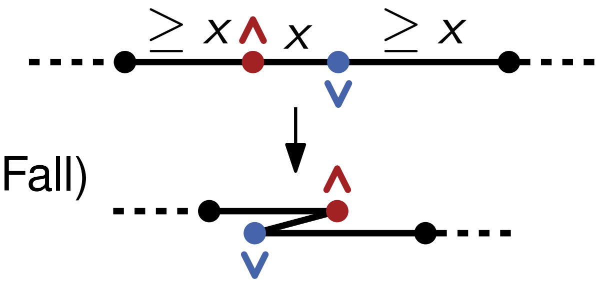
Sichere Reduktion
- definiere Crimp wie im 1D-Fall
- Reduktionsregel ist sicher (selbes Argument wie in 1D-Fall)
- End-Folds gibt es natürlich nicht mehr

Flach faltbar $\Rightarrow$ Crimp
- gilt weiterhin, außer wenn wir nur zwei (gleich große) Winkel haben

Berg/Tal-Muster mit einem Knoten

Sichere Reduktion

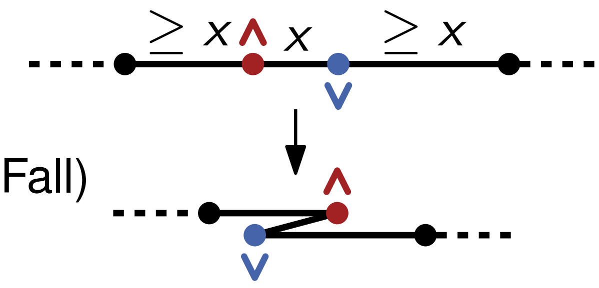
- definiere Crimp wie im 1D-Fall
- Reduktionsregel ist sicher (selbes Argument wie in 1D-Fall)
- End-Folds gibt es natürlich nicht mehr



Flach faltbar ⇒ Crimp

- gilt weiterhin, außer wenn wir nur zwei (gleich große) Winkel haben
- Beweisidee:
  - wähle Sequenz gleich großer Winkel mit größeren Nachbarn

Berg/Tal-Muster mit einem Knoten



Sichere Reduktion

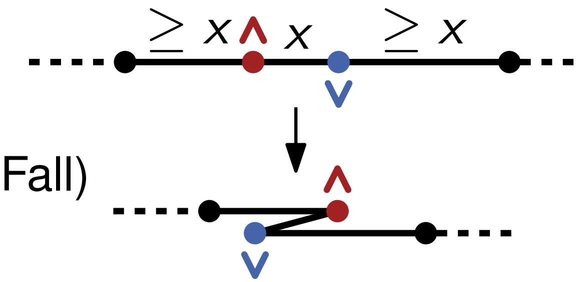
- definiere Crimp wie im 1D-Fall
- Reduktionsregel ist sicher (selbes Argument wie in 1D-Fall)
- End-Folds gibt es natürlich nicht mehr

Flach faltbar $\Rightarrow$ Crimp

- gilt weiterhin, außer wenn wir nur zwei (gleich große) Winkel haben
- Beweisidee:
  - wähle Sequenz gleich großer Winkel mit größeren Nachbarn

  - nur Berg-Knoten bzw. nur Tal-Knoten $\Rightarrow$ nicht flach faltbar

Berg/Tal-Muster mit einem Knoten



Sichere Reduktion

- definiere Crimp wie im 1D-Fall
- Reduktionsregel ist sicher (selbes Argument wie in 1D-Fall)
- End-Folds gibt es natürlich nicht mehr

Flach faltbar ⇒ Crimp

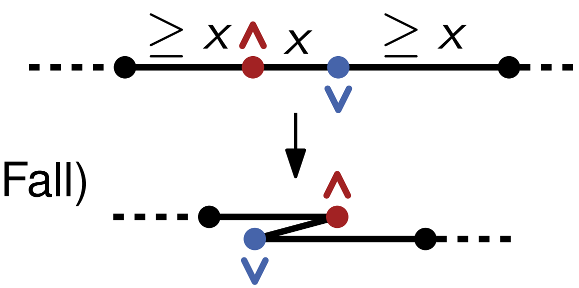
- gilt weiterhin, außer wenn wir nur zwei (gleich große) Winkel haben
- Beweisidee:
  - wähle Sequenz gleich großer Winkel mit größeren Nachbarn

  - nur Berg-Knoten bzw. nur Tal-Knoten ⇒ nicht flach faltbar
  - Wechsel zwischen Berg und Tal ⇒ Crimp

Berg/Tal-Muster mit einem Knoten

Sichere Reduktion

- definiere Crimp wie im 1D-Fall
- Reduktionsregel ist sicher (selbes Argument wie in 1D-Fall)
- End-Folds gibt es natürlich nicht mehr

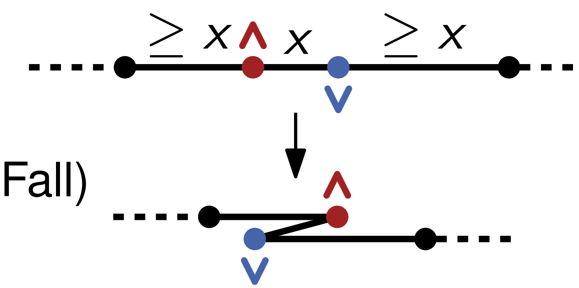


Flach faltbar $\Rightarrow$ Crimp

- gilt weiterhin, außer wenn wir nur zwei (gleich große) Winkel haben
- Beweisidee:
  - wähle Sequenz gleich großer Winkel mit größeren Nachbarn
  - nur Berg-Knoten bzw. nur Tal-Knoten $\Rightarrow$ nicht flach faltbar
  - Wechsel zwischen Berg und Tal $\Rightarrow$ Crimp

Theorem
Wenn Berg/Tal-Muster mit einem Knoten flach faltbar ist, dann gibt es ein Crimp. Außerdem führt jede Folge von Crimps zu einer flachen Faltung.

Berg/Tal-Muster mit einem Knoten



Sichere Reduktion

- definiere Crimp wie im 1D-Fall
- Reduktionsregel ist sicher (selbes Argument wie in 1D-Fall)
- End-Folds gibt es natürlich nicht mehr

Flach faltbar $\Rightarrow$ Crimp

- gilt weiterhin, außer wenn wir nur zwei (gleich große) Winkel haben
- Beweisidee:
  - wähle Sequenz gleich großer Winkel mit größeren Nachbarn

  - nur Berg-Knoten bzw. nur Tal-Knoten $\Rightarrow$ nicht flach faltbar
  - Wechsel zwischen Berg und Tal $\Rightarrow$ Crimp

Theorem
Wenn Berg/Tal-Muster mit einem Knoten flach faltbar ist, dann gibt es ein Crimp. Außerdem führt jede Folge von Crimps zu einer flachen Faltung.

Bonusbeobachtung: flach faltbar $\Rightarrow$ $\#\text{Berge} - \#\text{Täler} = \pm 2$

Zusammenfassung

Heute gesehen

- 1D Faltmuster: immer faltbar
- 1D Berg/Tal-Muster
  - Reduktionsregeln: Crimp und End-Fold
  - flach faltbar $\Rightarrow$ Crimp oder End-Fold

Zusammenfassung

Karlsruher Institut für Technologie

Heute gesehen

- 1D Faltmuster: immer faltbar
- 1D Berg/Tal-Muster
  - Reduktionsregeln: Crimp und End-Fold
  - flach faltbar $\Rightarrow$ Crimp oder End-Fold
- 1-Knoten 2D Faltmuster
  - flach faltbar $\Leftrightarrow \Theta_1 + \Theta_3 + \cdots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \cdots + \Theta_n = 180^\circ$
- 1-Knoten 2D Berg/Tal-Muster
  - Reduktionsregel: Crimp
  - flach faltbar $\Rightarrow$ Crimp

Zusammenfassung

Heute gesehen

- 1D Faltmuster: immer faltbar
- 1D Berg/Tal-Muster
  - Reduktionsregeln: Crimp und End-Fold
  - flach faltbar $\Rightarrow$ Crimp oder End-Fold
- 1-Knoten 2D Faltmuster
  - flach faltbar $\Leftrightarrow \Theta_1 + \Theta_3 + \cdots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \cdots + \Theta_n = 180°$
- 1-Knoten 2D Berg/Tal-Muster
  - Reduktionsregel: Crimp
  - flach faltbar $\Rightarrow$ Crimp

Was gibt es sonst noch?

- testen ob ein Faltmuster flach faltbar ist: NP-schwer

Zusammenfassung

Heute gesehen

- 1D Faltmuster: immer faltbar
- 1D Berg/Tal-Muster
  - Reduktionsregeln: Crimp und End-Fold
  - flach faltbar $\Rightarrow$ Crimp oder End-Fold
- 1-Knoten 2D Faltmuster
  - flach faltbar $\Leftrightarrow \Theta_1 + \Theta_3 + \cdots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \cdots + \Theta_n = 180°$
- 1-Knoten 2D Berg/Tal-Muster
  - Reduktionsregel: Crimp
  - flach faltbar $\Rightarrow$ Crimp

Was gibt es sonst noch?

- testen ob ein Faltmuster flach faltbar ist: NP-schwer
- Berg/Tal-Muster flach falten: NP-schwer

Zusammenfassung

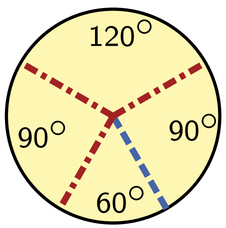
Heute gesehen

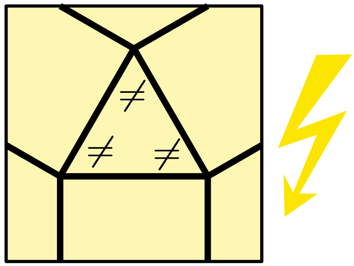
- 1D Faltmuster: immer faltbar
- 1D Berg/Tal-Muster
  - Reduktionsregeln: Crimp und End-Fold
  - flach faltbar $\Rightarrow$ Crimp oder End-Fold
- 1-Knoten 2D Faltmuster
  - flach faltbar $\Leftrightarrow \Theta_1 + \Theta_3 + \cdots + \Theta_{n-1} = \Theta_2 + \Theta_4 + \cdots + \Theta_n = 180^\circ$
- 1-Knoten 2D Berg/Tal-Muster
  - Reduktionsregel: Crimp
  - flach faltbar $\Rightarrow$ Crimp

Was gibt es sonst noch?

- testen ob ein Faltmuster flach faltbar ist: NP-schwer
- Berg/Tal-Muster flach falten: NP-schwer
- lokale Faltbarkeit: $O(n)$

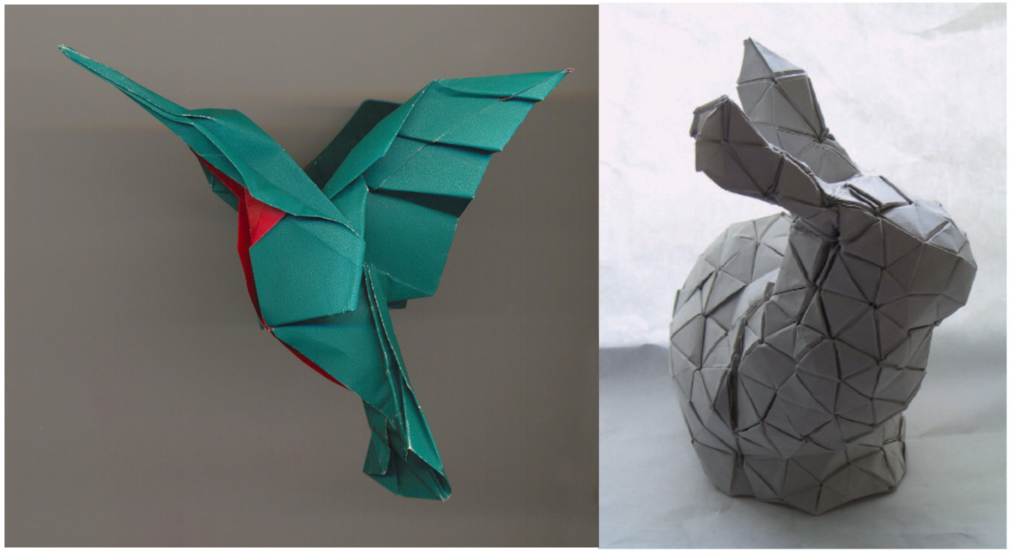
  (finde Berg/Tal-Zuweisung, sodass
  jeder Knoten für sich flach faltbar ist)

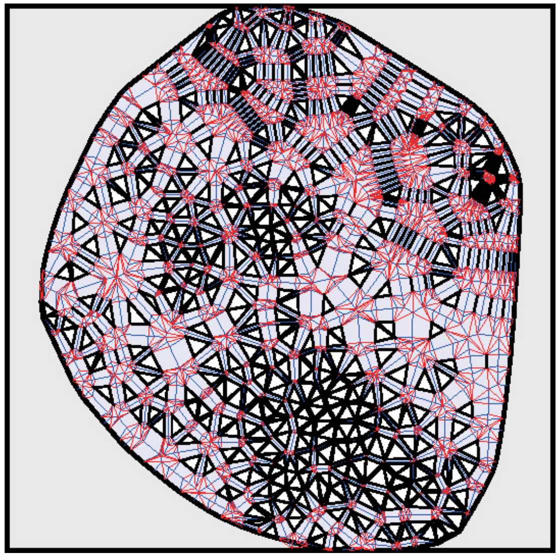




Was gibt es sonst noch?

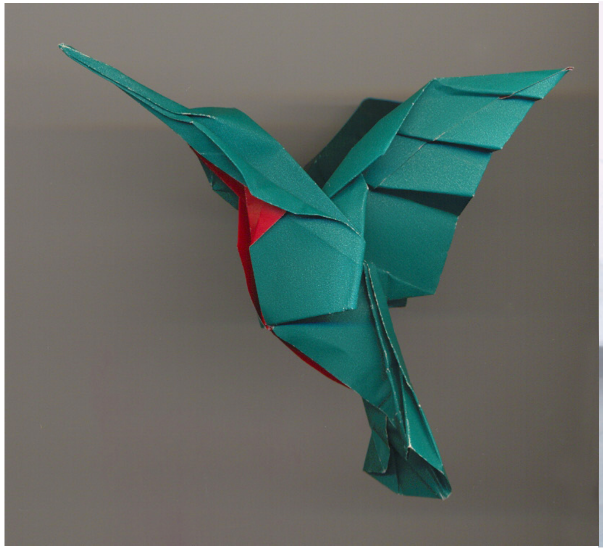
Origami alles ist faltbar (für verschiedene Definition von „Alles“)





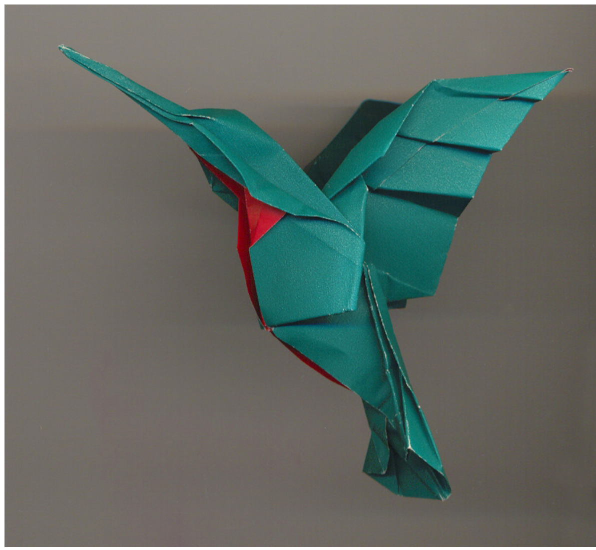
Was gibt es sonst noch?

Origami alles ist faltbar (für verschiedene Definition von „Alles“)

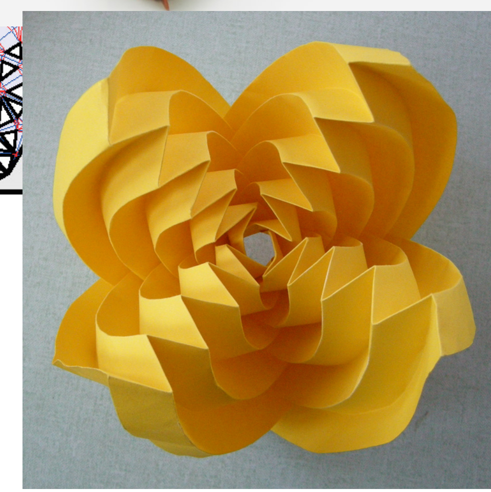


Was gibt es sonst noch?

Origami alles ist faltbar (für verschiedene Definition von „Alles“)

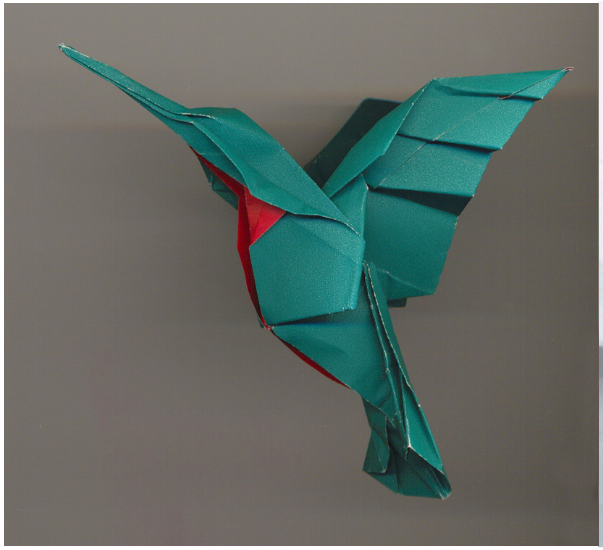


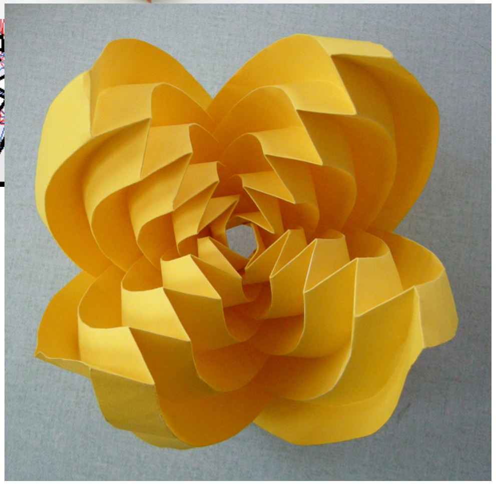




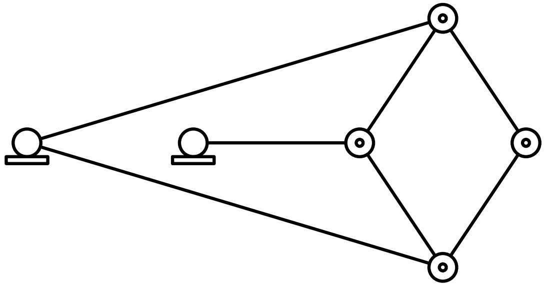
Was gibt es sonst noch?

Origami alles ist faltbar (für verschiedene Definition von „Alles“)





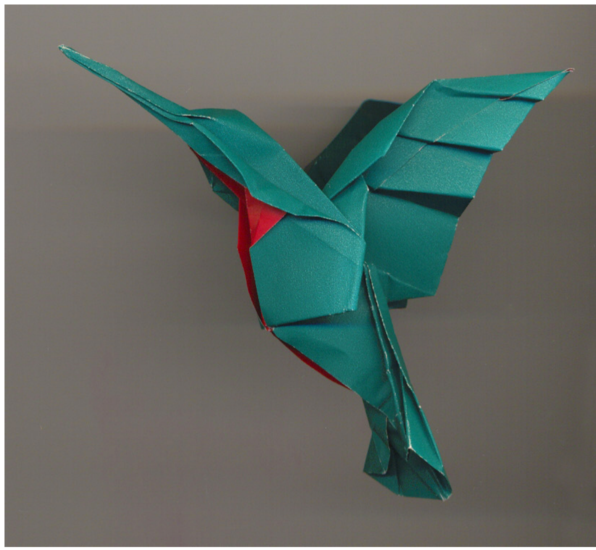
1D-Verknüpfungen



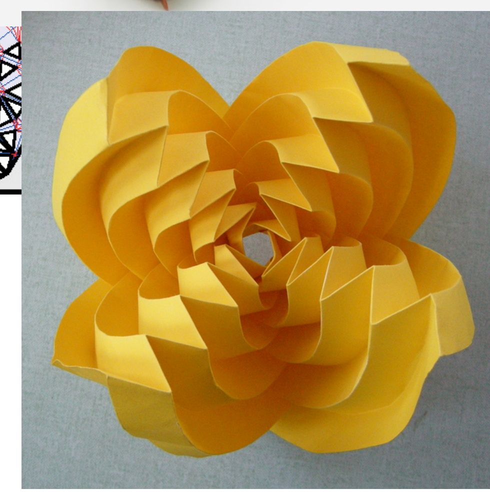
Was gibt es sonst noch?

Origami

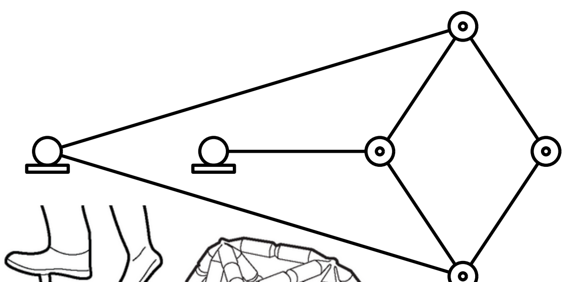
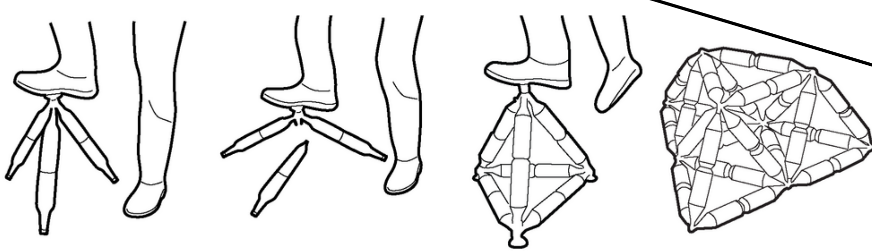
alles ist faltbar (für verschiedene Definition von „Alles")







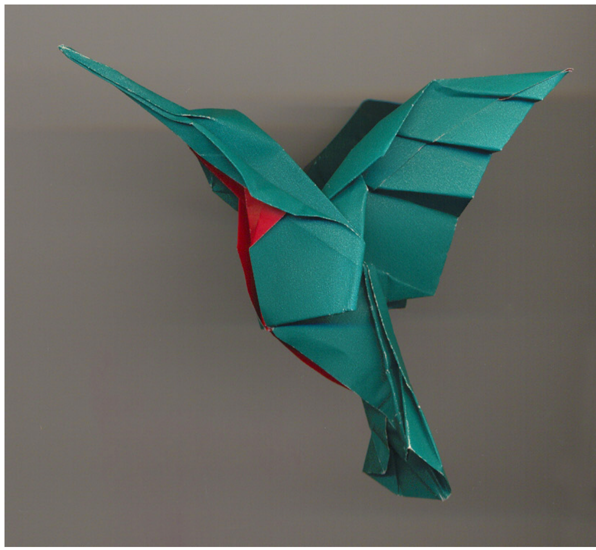
1D-Verknüpfungen

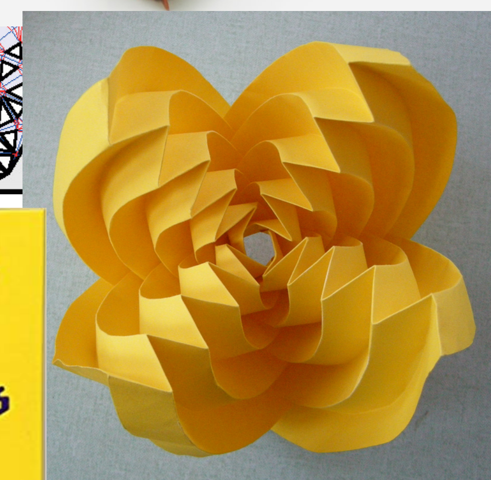



Karlsruher Institut für Technologie

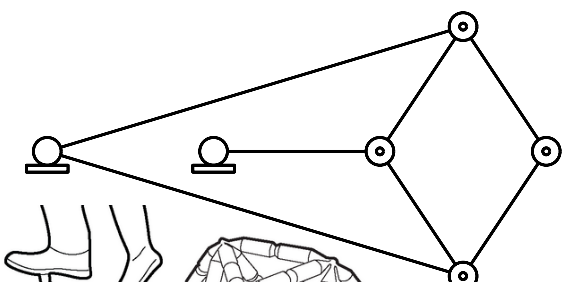
Was gibt es sonst noch?

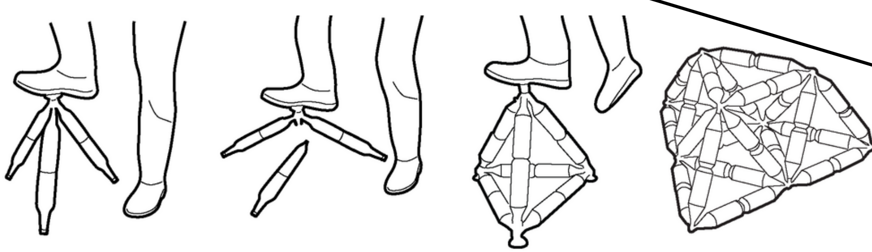
Origami alles ist faltbar (für verschiedene Definition von „Alles“)

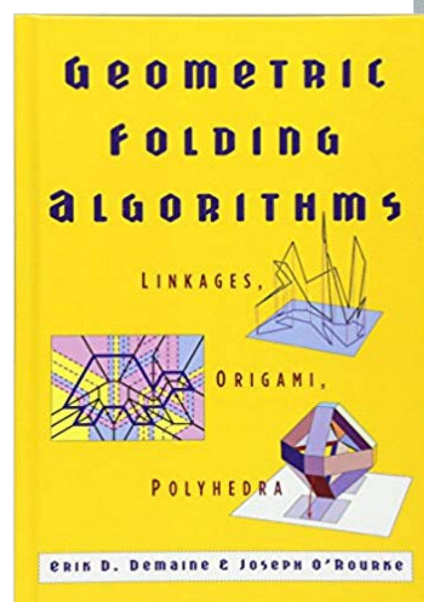




1D-Verknüpfungen



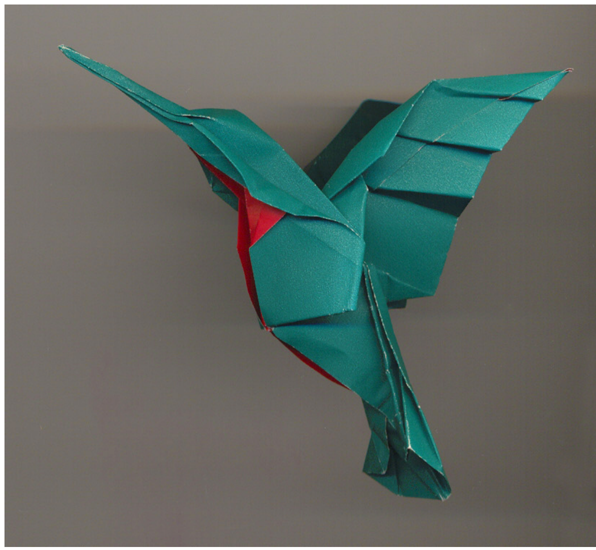


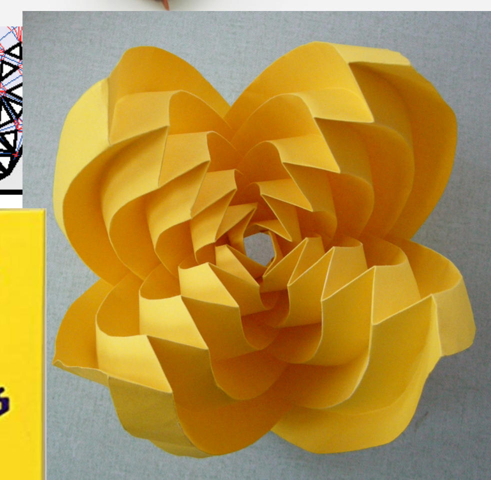


Was gibt es sonst noch?

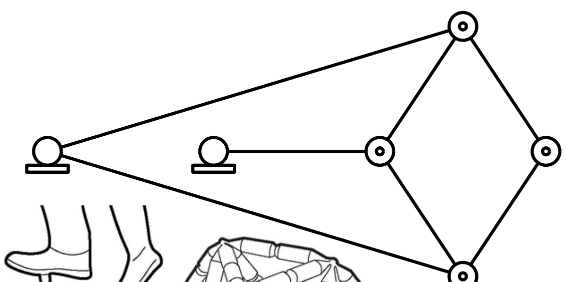
Origami

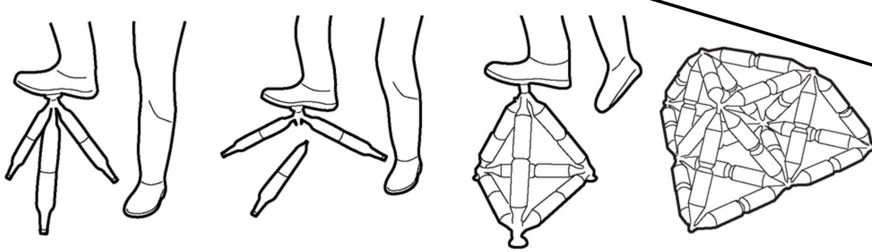
alles ist faltbar (für verschiedene Definition von „Alles“)

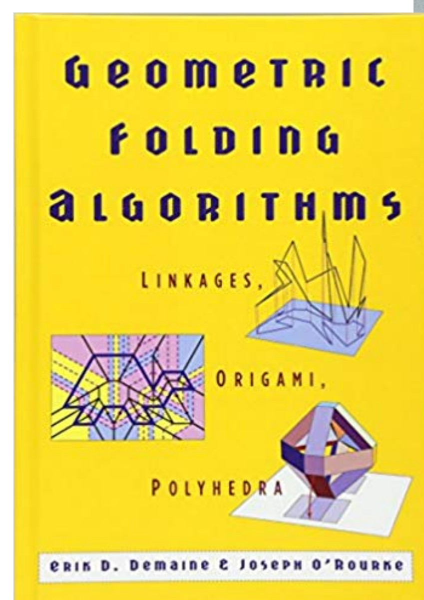




1D-Verknüpfungen



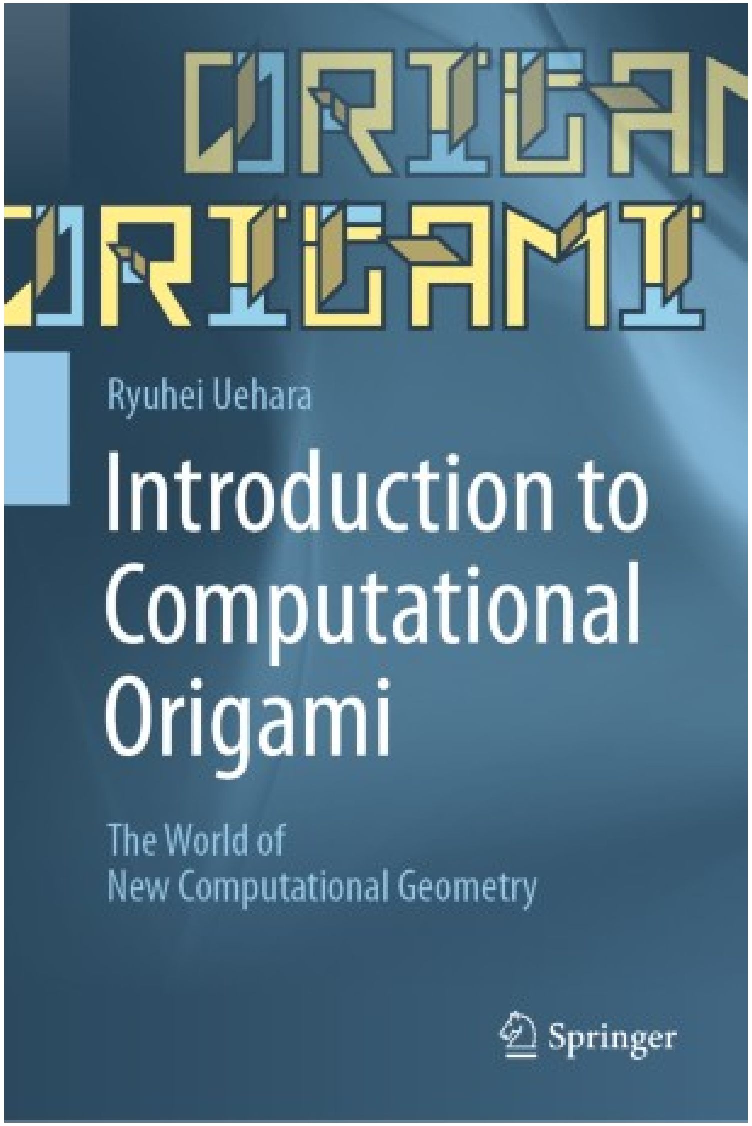




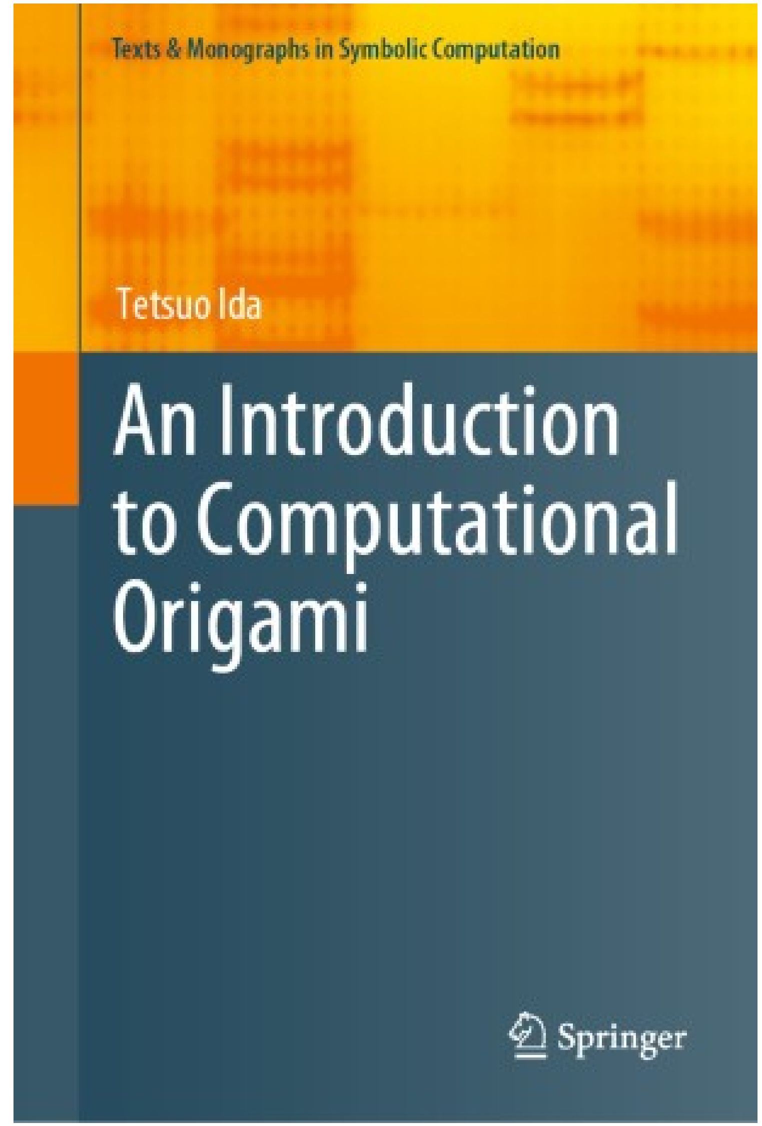
Fold-and-Cut → Montag

Weitere Bücher

Karlsruher Institut für Technologie



`https://link.springer.com/book/10.1007/978-981-15-4470-5`



`https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-59189-6`