

Übungsblatt 4

Abgabe bis 23. Juni 2021

Aufgabe 1: MAX SAT

5 + 10 = 15 Punkte

Gegeben sei eine boolesche Formel φ (in KNF) mit n Variablen und m Klauseln. Bei dem Problem MAX SAT soll eine Variablenbelegung gefunden werden, die möglichst viele Klauseln erfüllt.

Teilaufgabe (a) Gib sichere Reduktionsregeln an, die einen Kern mit maximal $2k$ Klauseln und k Variablen liefern, wobei k die Lösungsgröße ist.

Hinweis: Benutze den Satz von Hall, um die Anzahl der Variablen zu reduzieren.

Satz (Hall's Theorem). Sei $G = (V_1 \cup V_2, E)$ ein bipartiter Graph. Es gibt genau dann ein Matching in G , das alle Knoten von V_1 abdeckt, wenn $|X| \leq |N(X)|$ für jede Teilmenge $X \subseteq V_1$. Andernfalls kann eine inklusionsminimale Menge $X \subseteq V_1$ mit $|X| > |N(X)|$ effizient gefunden werden.

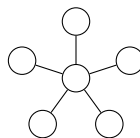
Teilaufgabe (b) Gib einen FPT-Algorithmus für die folgende Parametrisierung „above $\frac{m}{2}$ “ mit Parameter k an: Gibt es eine Variablenbelegung, die mindestens $\frac{m}{2} + k$ Klauseln erfüllt?

Hinweis: Betrachte Klauseln mit nur einer Variable getrennt von größeren Klauseln und zeige zunächst, dass viele größere Klauseln dazu führen, dass es eine große Lösung gibt.

Aufgabe 2: Sterne

5 Punkte

Ein 5-Stern ist folgender Graph:



Gegeben einem ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ und Parameter k ist die Frage, ob G mindestens k knotendisjunkte induzierte 5-Sterne enthält. Verwende color coding um dieses Problem zu lösen.

Aufgabe 3: LONGEST CYCLE

10 Punkte

Gegeben sei ein Graph $G = (V, E)$ und ein Parameter k . Bei LONGEST CYCLE geht es darum, zu entscheiden ob es in G einen Kreis der Länge *mindestens* k in G gibt. Gib einen FPT-Algorithmus für dieses Problem an.