

## Übungsblatt 4

Abgabe bis 23. Juni 2021

### Aufgabe 1: MAX SAT

5 + 10 = 15 Punkte

Gegeben sei eine boolesche Formel  $\varphi$  (in KNF) mit  $n$  Variablen und  $m$  Klauseln. Bei dem Problem MAX SAT soll eine Variablenbelegung gefunden werden, die möglichst viele Klauseln erfüllt.

**Teilaufgabe (a)** Gib sichere Reduktionsregeln an, die einen Kern mit maximal  $2k$  Klauseln und  $k$  Variablen liefern, wobei  $k$  die Lösungsgröße ist.

*Hinweis:* Benutze den Satz von Hall, um die Anzahl der Variablen zu reduzieren.

**Satz** (Hall's Theorem). Sei  $G = (V_1 \cup V_2, E)$  ein bipartiter Graph. Es gibt genau dann ein Matching in  $G$ , das alle Knoten von  $V_1$  abdeckt, wenn  $|X| \leq |N(X)|$  für jede Teilmenge  $X \subseteq V_1$ . Andernfalls kann eine inklusionsminimale Menge  $X \subseteq V_1$  mit  $|X| > |N(X)|$  effizient gefunden werden.

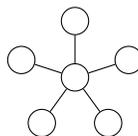
**Teilaufgabe (b)** Gib einen FPT-Algorithmus für die folgende Parametrisierung „above  $\frac{m}{2}$ “ mit Parameter  $k$  an: Gibt es eine Variablenbelegung, die mindestens  $\frac{m}{2} + k$  Klauseln erfüllt?

*Hinweis:* Betrachte Klauseln mit nur einer Variable getrennt von größeren Klauseln und zeige zunächst, dass viele größere Klauseln dazu führen, dass es eine große Lösung gibt.

### Aufgabe 2: Sterne

5 Punkte

Ein 5-Stern ist folgender Graph:



Gegeben einem ungerichteten Graphen  $G = (V, E)$  und Parameter  $k$  ist die Frage, ob  $G$  mindestens  $k$  knotendisjunkte induzierte 5-Sterne enthält. Verwende color coding um dieses Problem zu lösen.

### Aufgabe 3: LONGEST CYCLE

10 Punkte

Gegeben sei ein Graph  $G = (V, E)$  und ein Parameter  $k$ . Bei LONGEST CYCLE geht es darum, zu entscheiden ob es in  $G$  einen Kreis der Länge *mindestens*  $k$  in  $G$  gibt. Gib einen FPT-Algorithmus für dieses Problem an.