

## Übungsblatt 2

Abgabe bis 19. Mai 2021

### Aufgabe 1: Kontaktvermeidung

5 Punkte

Ein Virus geht um und muss dringend an der Ausbreitung gehindert werden. Laut Modellrechnungen kann dies bewerkstelligt werden, indem sich jeder nur noch mit (höchstens)  $d$  anderen Leuten trifft. Zum Glück können bis zu  $k$  Personen geimpft werden, was dazu führt, dass deren Kontakte sofort ignoriert werden können.

Es muss nun also entschieden werden, ob es möglich ist  $k$  Knoten aus einem gegebenen Graphen zu löschen, so dass anschließend der Maximalgrad höchstens  $d$  ist.

Gib sichere Reduktionsregeln an, die für dieses Problem einen Kern mit Größe polynomiell in  $d + k$  berechnen.

### Aufgabe 2: EDGE CLIQUE COVER

10 Punkte

Das parametrisierte Problem EDGE CLIQUE COVER ist wie folgt definiert. Gegeben ist ein Graph  $G$  sowie ein Parameter  $k$ . Gesucht ist eine Menge von maximal  $k$  Cliques, sodass jede Kante von  $G$  in mindestens einer der Cliques enthalten ist.

Gib sichere Reduktionsregeln an, die für EDGE CLIQUE COVER einen Kern mit maximal  $2^k$  Knoten berechnen.

*Hinweis:* Zwei Knoten  $u$  und  $v$  sind *echte Zwillinge*, wenn  $N(u) \cup \{u\} = N(v) \cup \{v\}$  (dabei bezeichnet  $N(u)$  die Menge aller Nachbarn von  $u$ ). Kannst du solche echten Zwillinge loswerden?

### Aufgabe 3: $d$ -HITTING SET

10 Punkte

Eine Instanz von  $d$ -HITTING SET besteht aus einer Familie von Mengen  $\{S_1, \dots, S_n\}$  mit  $|S_i| \leq d$  über einer Grundmenge  $U$  (also  $S_i \subseteq U$ ). Ziel ist es zu entscheiden, ob es eine Menge  $H \subseteq U$  mit  $|H| \leq k$  gibt, sodass  $H \cap S_i \neq \emptyset$  für alle  $S_i$ . Gib einen Algorithmus mit Laufzeit  $(d - 0,658)^k \cdot n^{O(1)}$  für diese Problem an.

*Hinweis:* Benutze iterative Kompression, um zunächst einen Algorithmus mit Laufzeit  $2,342^k \cdot n^{O(1)}$  für 3-HITTING SET zu erhalten.

## **Aufgabe 4: Implementierung: FEEDBACK VERTEX SET**

**5 Punkte**

Euer Ziel in dieser Aufgabe ist es, das minimale Feedback Vertex Set für gegebene Graphen zu generieren. Die gegebenen Graphen sind gerichtete Turniergraphen. Implementiert dazu in einer Programmiersprache eurer Wahl ein Programm, welches einen Graphen einliest (Dateiformat ähnlich zu Übungsblatt 4, siehe unten) und dazu ein minimales Feedback Vertex Set berechnet.

Beschreibt in der PDF-Abgabe, welche Verfahren ihr implementiert habt und gebt eine Übersicht, welche Lösungsgrößen ihr für die Graphen im Moodle erzielt habt. Gebt zusätzlich den Quellcode sowie eure gebildeten Lösungen (im unten beschriebenen Format) für die Graphen aus dem Moodle als eine ZIP-Datei ab.

*Dateiformat:* In der ersten Zeile stehen  $n$  und  $m$ , die Anzahl von Knoten und Kanten des Graphen. In den nächsten  $m$  Zeilen sind jeweils zwei Knoten  $u$  und  $v$  angegeben, die durch eine gerichtete Kante von  $u$  nach  $v$  verbunden sind. Dabei sind die Knoten von 1 bis  $n$  durchnummeriert.

*Dateiformat Ausgabe:* In der ersten Zeile steht die Lösungsgröße  $k$ . In den folgenden  $k$  Zeilen steht jeweils die ID eines Knotens, der Teil des Feedback Vertex Sets ist.