

## Übungsblatt 1

Abgabe bis 25. November 2020

### Aufgabe 1: Noch mehr Meteoriten

5 Punkte

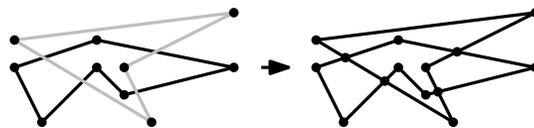
Erneut gab es Meteoriteneingeschläge, dieses mal allerdings nur zwei. Interessanterweise hatten beide Meteoriten höchst ungewöhnliche physikalische Eigenschaften, welche dafür sorgen, dass ihre Krater ein konvexes Polygon sind. Da die Meteoriten sehr nah beieinander eingeschlagen sind, überlappen sich allerdings die beiden Krater und somit hat der resultierende gemeinsame Krater eine recht komplizierte Form.

Beim letzten Einsatz gab es Beschwerden über den Platzverbrauch der Absperrung, deshalb möchte das Forscherteam dieses mal nur genau den Umriss der Krater absperrern und packt dazu Absperrband und Pfosten (zum Umlenken des Absperrbandes) ein. Leider ist die genaue Form des kombinierten Kraters nicht bekannt. Durch astronomische Beobachtungen konnte allerdings festgestellt werden, dass die individuellen Krater der beiden einzelnen Meteoriten jeweils  $n$  beziehungsweise  $m$  Ecken gehabt hätten. Wie viele Pfosten sollten die Forscher für den schlimmsten Fall mitnehmen?

### Aufgabe 2: Map-Overlay

8 Punkte

In dieser Aufgabe soll die Überlagerung  $G$  zweier geometrischer Graphen  $G_1$  und  $G_2$  bestimmt werden. Dabei ist  $G$  wieder ein geometrischer Graph, welcher die Ebene in die Facetten unterteilt, die durch die Kanten von  $G_1$  und  $G_2$  induziert werden.



**Teilaufgabe (a)** Gebt einen möglichst effizienten Algorithmus an, der als Eingabe zwei geometrische Graphen als doppelt-verkettete Kantenlisten erhält und die Überlagerung als doppelt-verkettete Kantenliste ausgibt. Dabei dürft ihr zunächst Facetten ignorieren. Das heißt,  $\text{face}(e)$ ,  $\text{parent}(f)$  und  $\text{children}(f)$  können ignoriert werden.

**Teilaufgabe (b)** Gegeben das Ergebnis aus **Teilaufgabe (a)**, gebt einen Algorithmus an, der die fehlenden Einträge  $\text{face}(e)$ ,  $\text{parent}(f)$  und  $\text{children}(f)$  bestimmt, um die doppelt-verkettete Kantenliste zu finalisieren.

**Teilaufgabe (c)** Seien nun die Facetten der Eingabegraphen  $G_1$  und  $G_2$  mit Labeln versehen. Jede Facette des Ausgabegraphen  $G$  ist in einer Facette von  $G_1$  und einer Facette von  $G_2$  enthalten. Gebt einen Algorithmus an, der jede Facette von  $G$  mit den Labeln der zugehörigen Facetten aus  $G_1$  und  $G_2$  versieht.

### Aufgabe 3: Boolesche Operationen auf Polygonen

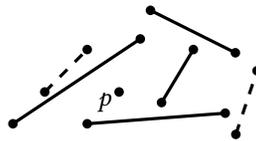
2 Punkte

Gegeben zwei Polygone  $P_1$  und  $P_2$ , gebt einen Algorithmus an, der den *Schnitt*, die *Vereinigung*, und die *symmetrische Differenz* von  $P_1$  und  $P_2$  berechnet?

### Aufgabe 4: Gefährliche Wände

5 Punkte

Auf dem Campus wurde an Punkt  $p$  eine neue Laterne aufgestellt. Seitdem haben sich nach und nach Mitarbeiter beschwert, dass es in ihren Büros zu hell sei. Darum wurden  $n$  unendlich hohe (und unendlich dünne) geradlinige Wände aufgestellt, die bestimmte Büros vor dem Licht schützen. Da unbeleuchtete Wände ein Sicherheitsrisiko für Fußgänger und Flugzeuge bedeuten, müssen Wände, die im Schatten anderer Wände stehen, abgerissen werden. Gebt einen möglichst effizienten Algorithmus an, der die gefährlichen Wände bestimmt.



### Aufgabe 5: Graham Scan

5 Bonuspunkte

Implementiert ein Programm, das eine Menge von Punkten  $P = (p_1, \dots, p_n)$  einliest und mittels Graham Scan das Polygon  $P' = (p'_1, \dots, p'_k)$  bestimmt, welches die konvexe Hülle von  $P$  mit möglichst wenigen Punkten repräsentiert. Zur Ein- und Ausgabe sind folgende Formate vorgesehen:

**Eingabe:** Die Eingabe besteht aus  $n$  Zeilen: eine für jeden der Punkte  $p_1, \dots, p_n$ . Eine einzelne Zeile besteht aus zwei, durch ein Tab-Symbol (`\t`) getrennten, ganzen Zahlen, welche jeweils die  $x$ - und  $y$ -Koordinaten eines Punktes repräsentieren.

**Ausgabe:** Ähnlich der Eingabe besteht die Ausgabe aus  $k$  Zeilen, welche die Punkte  $p'_1, \dots, p'_k$  des Polygons  $P'$  repräsentieren. Eine einzelne Zeile besteht aus zwei, durch ein Tab-Symbol (`\t`) getrennten, ganzen Zahlen, welche jeweils die  $x$ - und  $y$ -Koordinaten eines Punktes repräsentieren. Dabei sollen die Punkte des Polygons  $P'$  im Uhrzeigersinn ausgegeben werden, beginnend mit dem Punkt mit den lexikografisch kleinsten  $x$ - und  $y$ -Koordinaten.

Beispiel Eingabe	
0	0
2	0
1	1
2	4
0	1

Zugehörige Ausgabe	
0	0
0	1
2	4
2	0